云南省昭通市巧家县一中2023-2024学年数学高三第一学期期末综合测试试题

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

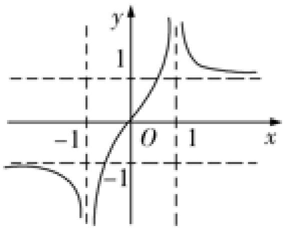
3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

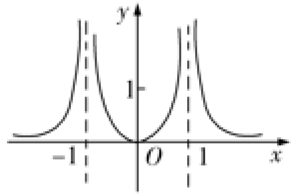
一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

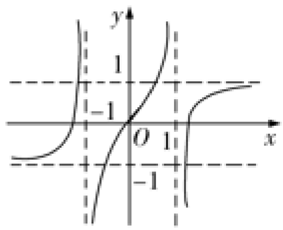
1．已知ΔABC为等腰直角三角形，$A=\frac{\pi}{2}$，$BC=2\sqrt{2}$，M为ΔABC所在平面内一点，且$\overrightarrow{CM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$，则$\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MA}=$（　　）

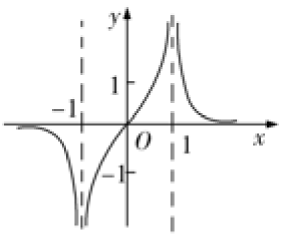
A．$2\sqrt{2}-4$　　B．$-\frac{7}{2}$　　C．$-\frac{5}{2}$　　D．$-\frac{1}{2}$

2．函数$f(x)=\ln|\frac{1+x}{1-x}|$的图象大致为

A．

B．

C．

D．

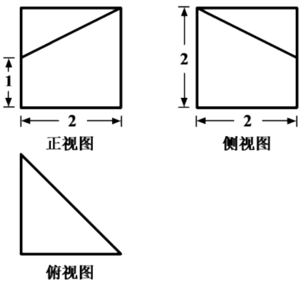
3．连接双曲线$C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$及$C_2:\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$的4个顶点的四边形面积为$S_1$，连接4个焦点的四边形的面积为$S_2$，则当$\frac{S_1}{S_2}$取得最大值时，双曲线$C_1$的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

4．在$\triangle ABC$中，角A、B、C的对边分别为a,b,c，若$a\tan B=2b\sin(B+C)$．则角B的大小为(　　)

A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{\pi}{6}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{\pi}{4}$

5．一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A．$\dfrac{10}{3}$　　　　B．3

C．$\dfrac{8}{3}$　　　　D．$\dfrac{7}{3}$

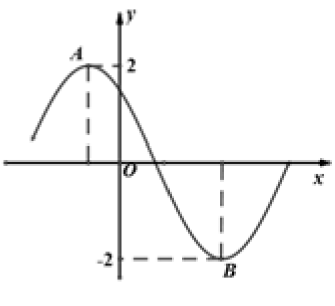
6．设 $f(x)=\begin{cases}1-\sqrt{x},x\geq 0\\ 2^{x},x<0\end{cases}$，则 $f(f(-2))=$（ ）

A．-1　　　　B．$\dfrac{1}{4}$　　　　C．$\dfrac{1}{2}$　　　　D．$\dfrac{3}{2}$

7．阿波罗尼斯（约公元前 **262~190** 年）证明过这样的命题：平面内到两定点距离之比为常数 $k\left(k>0,k\neq 1\right)$ 的点的轨迹是圆.后人将这个圆称为阿氏圆.若平面内两定点 A，B 间的距离为 **2**，动点 P 与 A，B 的距离之比为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，当 P，A，B 不共线时，ΔPAB 的面积的最大值是（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　　　B．$\sqrt{2}$　　　　C．$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　　　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

8．函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 的部分图像如图所示，若 $AB=5$，点 A 的坐标为 $(-1,2)$，若将函数 $f(x)$ 向右平移 $m(m>0)$ 个单位后函数图像关于 y 轴对称，则 m 的最小值为（　　）



A．$\dfrac{1}{2}$　　　　B．1　　　　C．$\dfrac{\pi}{3}$　　　　D．$\dfrac{\pi}{2}$

9．已知复数 $z=\dfrac{2}{1+i}$，其中 i 为虚数单位，则 $\left|z\right|=$（　　）

A．$\sqrt{5}$　　　　B．$\sqrt{3}$　　　　C．**2**　　　　D．$\sqrt{2}$

10．已知向量 $\vec{m}=\left(2\cos^{2}x,\sqrt{3}\right)$，$\vec{n}=\left(1,\sin 2x\right)$，设函数 $f\left(x\right)=\vec{m}\cdot\vec{n}$，则下列关于函数 $y=f\left(x\right)$

的性质的描述正确的是(　　)

A．关于直线$x=\dfrac{\pi}{12}$对称　　B．关于点$\left(\dfrac{5\pi}{12},0\right)$对称

C．周期为2π　　D．$y=f\left(x\right)$在$\left(-\dfrac{\pi}{3},0\right)$上是增函数

11．在ΔABC中，M是BC的中点，$AM=1$，点P在AM上且满足$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$，则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$等于（　）

A．$\dfrac{4}{9}$　　B．$-\dfrac{4}{9}$　　C．$\dfrac{4}{3}$　　D．$-\dfrac{4}{3}$

12．已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，过点$F_1$的直线与椭圆交于$P$、$Q$两点.若$\Delta PF_2Q$的内切圆与线段$PF_2$在其中点处相切，与$PQ$相切于点$F_1$，则椭圆的离心率为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

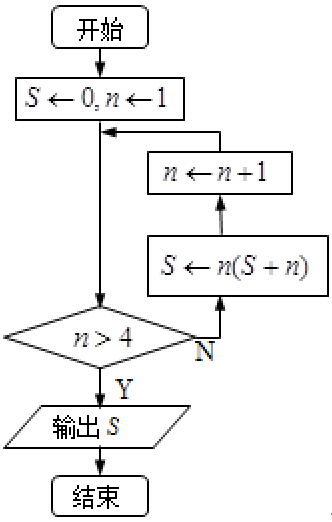
二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}2-\left|x\right|, & x\le 2,\\ \left(x-2\right)^2, & x>2,\end{cases}$ 函数$g\left(x\right)=b-f\left(2-x\right)$，其中$b\in R$，若函数$y=f\left(x\right)-g\left(x\right)$恰有4个零点，则$b$的取值范围是_________.

14．$\left(x-y^2\right)\left(x-y\right)^{10}$展开式中$x^5y^6$的系数为________.（用数字做答）

15．根据记载，最早发现勾股定理的人应是我国西周时期的数学家商高，商高曾经和周公讨论过“勾3股4弦5”的问题.现有ΔABC满足“勾3股4弦5”，其中“股”$AB=4$，D为“弦”BC上一点（不含端点），且ΔABD满足勾股定理，则$\left(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}\right)\cdot\overrightarrow{AD}=$______.

16．执行如图所示的程序框图，则输出的结果是______.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，椭圆 **C** 的长轴长为 **4.**

（1） 求椭圆 $\boldsymbol{C}$ 的方程；

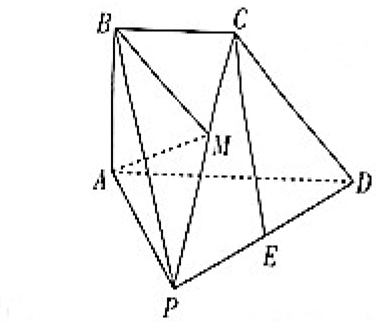
（2） 已知直线 $l: y=kx-\sqrt{3}$ 与椭圆 $\boldsymbol{C}$ 交于 A, B 两点，是否存在实数 $\boldsymbol{k}$ 使得以线段 AB 为直径的圆恰好经过坐标原点 $\boldsymbol{O}$？若存在，求出 $\boldsymbol{k}$ 的值；若不存在，请说明理由.

18.（12 分）直线 l 与抛物线 $C: y^2=2px\ (p>0)$ 相交于 P，Q 两点，且 $OP \perp OQ$，若 P，Q 到 x 轴距离的乘积为 16.

（1） 求 C 的方程；

（2） 设点 F 为抛物线 C 的焦点，当 ΔPFQ 面积最小时，求直线 l 的方程.

19.（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $\boldsymbol{ABCD}$ 平面 $\boldsymbol{PAD}$，$AD//BC$，$AB=BC=AP=\dfrac{1}{2}AD$，$\angle ADP=30^\circ$，$\angle BAD=90^\circ$，$\boldsymbol{E}$ 是 $\boldsymbol{PD}$ 的中点.



(1) 证明：$PD \perp PB$；

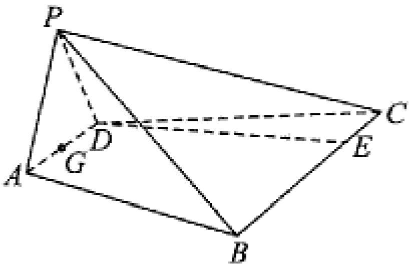
(2) 设 $AD=2$，点 $\boldsymbol{M}$ 在线段 $\boldsymbol{PC}$ 上且异面直线 $\boldsymbol{BM}$ 与 $\boldsymbol{CE}$ 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$，求二面角 $M-AB-P$ 的余弦值.

20．（12 分）已知函数 $f(x)=x^2-a\ln x-1(a\in R)$

（1）若函数 $f(x)$ 有且只有一个零点，求实数 a 的取值范围；

（2）若函数 $g(x)=e^x+x^2-ex-f(x)-1\geq 0$ 对 $x\in[1,+\infty)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

21．（12 分）如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是等腰梯形，$AD//BC$，$AD=2$，$BC=4$，$\angle ABC=60°$，$\triangle PAD$ 为等边三角形，且点 **P** 在底面 $ABCD$ 上的射影为 AD 的中点 **G**，点 **E** 在线段 BC 上，且 $CE:EB=1:3$.



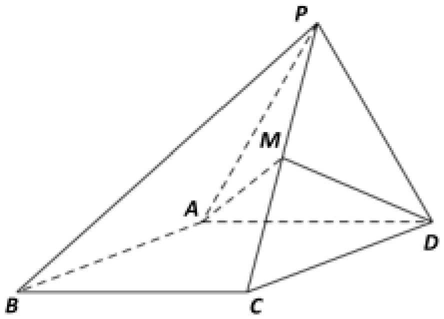
（1）求证：$DE\perp$ 平面 PAD.

（2）求二面角 $A-PC-D$ 的余弦值.

22．（10 分）如图,四棱锥 $P-ABCD$,侧面 PAD 是边长为 **2** 的正三角形,且与底面垂直,底面 $ABCD$ 是 $\angle ABC=60°$ 的菱形，M 为棱 PC 上的动点,且 $\dfrac{PM}{PC}=\lambda(\lambda\in[0,1])$.

(I)求证：ΔPBC 为直角三角形；

(II)试确定 λ 的值，使得二面角 $P-AD-M$ 的平面角余弦值为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.



参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

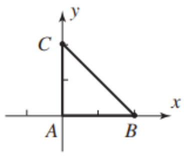
1、**D**

【解析】

以 **AB,AC** 分别为 **x** 轴和 **y** 轴建立坐标系，结合向量的坐标运算，可求得点 M 的坐标，进而求得 $\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MA}$，由平面向量的数量积可得答案.

【详解】

如图建系，则 $A\left(0,0\right)$，$B\left(2,0\right)$，$C\left(0,2\right)$，



由 $\overrightarrow{CM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$，易得 $M\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$，则 $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MA}=\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}$.

故选：**D**

【点睛】

本题考查平面向量基本定理的运用、数量积的运算，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力、运算求解能力.

2、**D**

【解析】

由题可得函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x\mid x\neq\pm1\}$，

因为 $f(-x)=\ln\left|\frac{1-x}{1+x}\right|=-\ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|=-f(x)$，所以函数 $f(x)$ 为奇函数，排除选项 **B**；

又 $f(1.1)=\ln 21>1$，$f(3)=\ln 2<1$，所以排除选项 **A**、**C**，故选 **D**.

3、**D**

【解析】

先求出四个顶点、四个焦点的坐标，四个顶点构成一个菱形，求出菱形的面积，四个焦点构成正方形，求出其面积，利用重要不等式求得 $\frac{S_1}{S_2}$ 取得最大值时有 $a=b$，从而求得其离心率.

【详解】

双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 与 $\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$ 互为共轭双曲线，

四个顶点的坐标为 $(\pm a,0),(0,\pm b)$，四个焦点的坐标为 $(\pm c,0),(0,\pm c)$，

四个顶点形成的四边形的面积 $S_1=\frac{1}{2}\times 2a\times 2b=2ab$，

四个焦点连线形成的四边形的面积 $S_2=\frac{1}{2}\times 2c\times 2c=2c^2$，

所以$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{2ab}{2c^2}=\dfrac{ab}{a^2+b^2}\le\dfrac{ab}{2ab}=\dfrac{1}{2}$，

当$\dfrac{S_1}{S_2}$取得最大值时有$a=b$，$c=\sqrt{2}a$，离心率$e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{2}$，

故选：D.

【点睛】

该题考查的是有关双曲线的离心率的问题，涉及到的知识点有共轭双曲线的顶点，焦点，菱形面积公式，重要不等式求最值，等轴双曲线的离心率，属于简单题目.

4、A

【解析】

由正弦定理化简已知等式可得$\sin A\tan B=2\sin B\sin A$，结合$\sin A>0$，可得$\tan B=2\sin B$，结合范围$B\in(0,\pi)$，可得$\sin B>0$，可得$\cos B=\dfrac{1}{2}$，即可得解$B$的值.

【详解】

解：$\because a\tan B=2b\sin(B+C)=2b\sin A$，

$\therefore$由正弦定理可得：$\sin A\tan B=2\sin B\sin A$，

$\because \sin A>0$，

$\therefore \tan B=2\sin B$，

$\because B\in(0,\pi)$，$\sin B>0$，

$\therefore \cos B=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore B=\dfrac{\pi}{3}$.

故选 A.

【点睛】

本题主要考查了正弦定理在解三角形中的应用，考查了计算能力和转化思想，属于基础题.

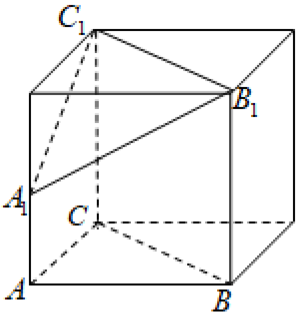
5、A

【解析】

根据题意，可得几何体，利用体积计算即可.

【详解】

由题意，该几何体如图所示：



该几何体的体积$V=\frac{1}{2}\times2\times2\times2-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2=\frac{10}{3}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查了常见几何体的三视图和体积计算，属于基础题.

6、**C**

【解析】

试题分析：$\because f\left(-2\right)=2^{-2}=\frac{1}{4}$，$\therefore f\left(f\left(-2\right)\right)=f\left(\frac{1}{4}\right)=1-\sqrt{\frac{1}{4}}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$．故 **C** 正确.

考点：复合函数求值.

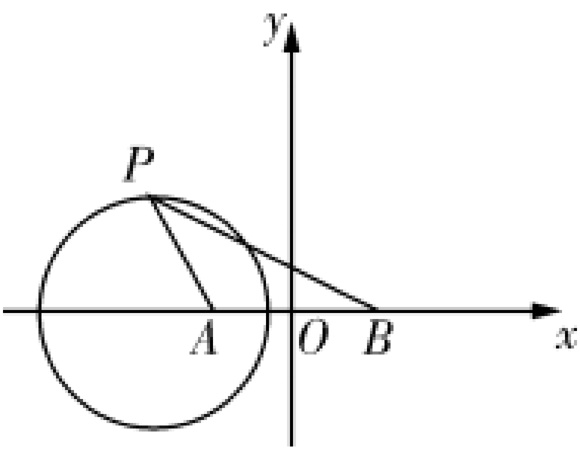
7、**A**

【解析】

根据平面内两定点A，B间的距离为**2**，动点P与A，B的距离之比为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，利用直接法求得轨迹，然后利用数形结合求解.

【详解】

如图所示：



设$A(-1,0)$，$B(1,0)$，$P(x,y)$，则$\frac{\sqrt{(x+1)^2+y^2}}{\sqrt{(x-1)^2+y^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

化简得$(x+3)^2+y^2=8$，

当点P到AB（x轴）距离最大时，ΔPAB的面积最大，

$\therefore \Delta PAB$面积的最大值是$\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题主要考查轨迹的求法和圆的应用，还考查了数形结合的思想和运算求解的能力，属于中档题.

8、**B**

【解析】

根据图象以及题中所给的条件，求出A,ω和φ，即可求得$f(x)$的解析式，再通过平移变换函数图象关于y轴对称，求得m的最小值.

【详解】

由于$AB=5$，函数最高点与最低点的高度差为4，

所以函数$f(x)$的半个周期$\frac{T}{2}=3$，所以$T=\frac{2\pi}{\omega}=6\Rightarrow \omega=\frac{\pi}{3}$，

又$A(-1,2)$，$0<\varphi<\pi$，则有$2\sin\left(-1\times\frac{\pi}{3}+\varphi\right)=2$，可得$\varphi=\frac{5\pi}{6}$，

所以$f(x)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}x+\frac{5\pi}{6}\right)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)=2\cos\frac{\pi}{3}(x+1)$，

将函数$f(x)$向右平移m个单位后函数图像关于y轴对称，即平移后为偶函数，

所以m的最小值为**1**，

故选：**B.**

【点睛】

该题主要考查三角函数的图象和性质，根据图象求出函数的解析式是解决该题的关键，要求熟练掌握函数图象之间的变换关系，属于简单题目.

9、**D**

【解析】

把已知等式变形，然后利用数代数形式的乘除运算化简，再由复数模的公式计算得答案.

【详解】

解：$z=\frac{2}{1+i}=\frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)}=1-i$，

则 $|z|=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$．

故选：D.

【点睛】

本题考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数模的求法，是基础题.

10、D

【解析】

$f(x)=2\cos^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x+1=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})+1$，当 $x=\frac{\pi}{12}$ 时，$\sin(2x+\frac{\pi}{6})=\sin\frac{\pi}{3}\neq\pm 1$，∴$f(x)$ 不关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$ 对称；

当 $x=\frac{5\pi}{12}$ 时，$2\sin(2x+\frac{\pi}{6})+1=1$，∴$f(x)$ 关于点 $(\frac{5\pi}{12},1)$ 对称；

$f(x)$ 得周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，

当 $x\in(-\frac{\pi}{3},0)$ 时，$2x+\frac{\pi}{6}\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{6})$，∴$f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{3},0)$ 上是增函数.

本题选择 D 选项.

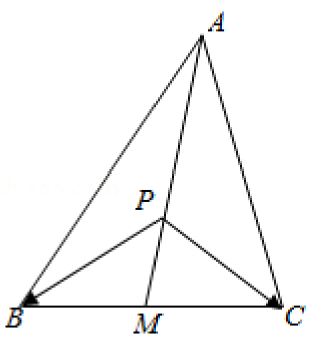
11、B

【解析】

由 *M* 是 *BC* 的中点，知 *AM* 是 *BC* 边上的中线，又由点 *P* 在 *AM* 上且满足 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$ 可得：*P* 是三角形 *ABC* 的重心，根据重心的性质，即可求解.

【详解】

解：∵*M* 是 *BC* 的中点，知 *AM* 是 *BC* 边上的中线，



又由点 *P* 在 *AM* 上且满足 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/986151231133010105