学习目标

1.了解对数的概念；

2.会进行对数式与指数式的互化；

3.会求简单的对数值.

问题导学　题型探究　达标检测

知识点一 对数的概念

思考 解指数方程：$3^x=\sqrt{3}$.可化为 $3^x=3^{\frac{1}{2}}$，所以 $x=\frac{1}{2}$.但你会解 $3^x=2$ 吗?

答案 不会，因为2难以化为以3为底的指数式，因而需要引入对数概念.

对数的概念:

如果$a^x=N(a>0$，且$a\neq 1)$，那么数x叫做＿＿＿＿＿＿以a为底N的对数，记作$x=\log_a N$＿＿＿＿＿＿，其中a叫做对数的底数＿＿＿＿＿＿，N叫做真数＿＿＿.

常用对数与自然对数:

通常将以10为底的对数叫做常用对数＿＿＿，以e为底的对数称为自然对数＿＿＿＿＿，$\log_{10}N$可简记为$\lg N$＿＿，$\log_e N$简记为$\ln N$＿＿.

答案

知识点二　对数与指数的关系

思考　$\log_a 1$等于?

答案　因为是一个新符号，所以$\log_a 1$一时难以理解，但若设$\log_a 1=t$，化为指数式$a^t=1$，则不难求得$t=0$，即$\log_a 1=0$.

答案

一般地，有对数与指数的关系：

若$a>0$，且$a\neq 1$，则$a^x=N \Leftrightarrow \log_a N=$ __x__.

对数恒等式：$a^{\log_a N}=$ __N__；$\log_a a^x=$ __x__ $(a>0$，且$a\neq 1)$.

对数的性质：

(1)1的对数为__零__；

(2)底的对数为__1__；

(3)零和负数__没有对数__.

类型一　对数的概念

例1　在$N=\log_{(5-b)}(b-2)$中，实数b的取值范围是(　**D**　)

A.$b<2$或$b>5$　　B.$2<b<5$

C.$4<b<5$　　D.$2<b<5$且$b\neq 4$

解析　$\because \begin{cases} b-2>0, \\ 5-b>0, \\ 5-b\neq 1, \end{cases}$　$\therefore 2<b<5$ 且 $b\neq 4$.

反思与感悟

由于对数式中的底数a就是指数式中的底数a，所以a的取值范围为$a>0$，且$a \neq 1$；由于在指数式中$a^x = N$，而$a^x>0$，所以$N>0$.

跟踪训练 1　求 $f(x)=\log_x\frac{1-x}{1+x}$的定义域.

解　要使函数式有意义，需$\begin{cases}x>0,\\x\neq 1,\\\frac{1-x}{1+x}>0.\end{cases}$

解得$0<x<1$.

$\therefore f(x)=\log_x\frac{1-x}{1+x}$的定义域为$(0,1)$.

解析答案

类型二　对数式与指数式的互化

例2　(1)将下列指数式写成对数式:

①$5^4=625$;

解　$\log_5 625=4$;

②$2^{-6}=\dfrac{1}{64}$;

解　$\log_2\dfrac{1}{64}=-6$;

③$3^a=27$;

解 $\log_3 27=a$;

④$\left(\frac{1}{3}\right)^m=5.73$.

解 $\log_{\frac{1}{3}} 5.73=m$.

(2)求下列各式中的x的值：

①$\log_{64}x=-\dfrac{2}{3}$；

解 $x=(64)^{-\frac{2}{3}}=\left(4^3\right)^{-\frac{2}{3}}=4^{-2}=\dfrac{1}{16}$.

②$\log_x 8=6$；

解 $x^6=8$，所以$x=\left(x^6\right)^{\frac{1}{6}}=8^{\frac{1}{6}}=\left(2^3\right)^{\frac{1}{6}}=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$.

③$\lg 100=x$；

解 $10^x=100=10^2$，于是$x=2$.

④$-\ln e^2=x$.

解 由$-\ln e^2=x$，得$-x=\ln e^2$，即$e^{-x}=e^2$.

所以$x=-2$.

要求对数的值，设对数为某一未知数，将对数式化为指数式，再利用指数幂的运算性质求解.