

# 云南省云县第一中学 2023-2024 学年高三数学第一学期期末教学质量检测试题

考生须知：

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右顶点分别为  $A_1, A_2$ ，点  $P$  是双曲线  $C$  上与  $A_1, A_2$  不重合的动点，

若  $k_{PA_1} k_{PA_2} = 3$ ，则双曲线的离心率为( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C. 4                          D. 2

2. 已知数列  $\{a_n\}$  满足：  $a_1 = 1, a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3, & a_n \text{ 为奇数} \\ 2a_n + 1, & a_n \text{ 为偶数} \end{cases}$ ，则  $a_6 =$  ( )

- A. 16                          B. 25                          C. 28                          D. 33

3. 在  $\triangle ABC$  中， $AD$  为  $BC$  边上的中线， $E$  为  $AD$  的中点，且  $|\vec{AB}| = 1, |\vec{AC}| = 2, \angle BAC = 120^\circ$ ，则  $|\vec{EB}| =$  ( )

- A.  $\frac{\sqrt{19}}{4}$                       B.  $\frac{\sqrt{11}}{4}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{7}}{4}$

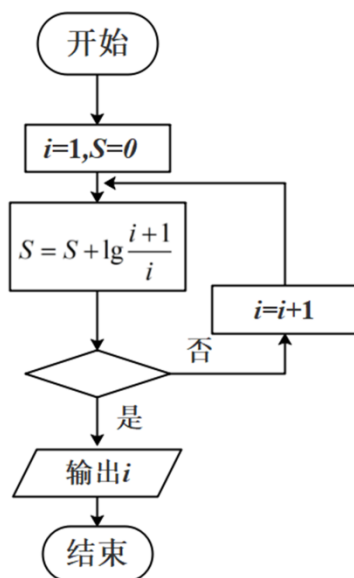
4. 在正项等比数列  $\{a_n\}$  中， $a_5 - a_1 = 15, a_4 - a_2 = 6$ ，则  $a_3 =$  ( )

- A. 2                          B. 4                          C.  $\frac{1}{2}$                           D. 8

5. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，若  $a_1 = 12, S_5 = 90$ ，则等差数列  $\{a_n\}$  公差  $d =$  ( )

- A. 2                          B.  $\frac{3}{2}$                           C. 3                          D. 4

6. 运行如图所示的程序框图，若输出的  $i$  的值为 99，则判断框中可以填 ( )



- A.  $S \geq 1$       B.  $S > 2$       C.  $S > \lg 99$       D.  $S \geq \lg 98$

7. 已知复数  $z$  满足  $z(1-i) = 2$ , 其中  $i$  为虚数单位, 则  $z-1 = ( \quad )$ .

- A.  $i$       B.  $-i$       C.  $1+i$       D.  $1-i$

8. 设  $M$  是  $\triangle ABC$  边  $BC$  上任意一点,  $N$  为  $AM$  的中点, 若  $\overrightarrow{AN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$ , 则  $\lambda + \mu$  的值为( )

- A. 1      B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{4}$

9. 已知函数  $f(x)$  是定义域为  $R$  的偶函数, 且满足  $f(x) = f(2-x)$ , 当  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x) = x$ , 则函数

$F(x) = f(x) + \frac{x+4}{1-2x}$  在区间  $[-9, 10]$  上零点的个数为 ( )

- A. 9      B. 10      C. 18      D. 20

10. 我国古代数学巨著《九章算术》中, 有如下问题: “今有女子善织, 日自倍, 五日织五尺, 问日织几何?” 这个问题用今天的白话叙述为: 有一位善于织布的女子, 每天织的布都是前一天的 2 倍, 已知她 5 天共织布 5 尺, 问这位女子

每天分别织布多少? 根据上述问题的已知条件, 若该女子共织布  $\frac{35}{31}$  尺, 则这位女子织布的天数是 ( )

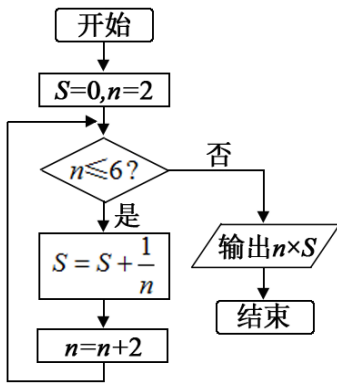
- A. 2      B. 3      C. 4      D. 1

11. 已知  $F_1, F_2$  是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点, 若点  $F_2$  关于双曲线渐近线的对称点  $A$  满足

$\angle F_1 A O = \angle A O F_1$  ( $O$  为坐标原点), 则双曲线的渐近线方程为 ( )

- A.  $y = \pm 2x$       B.  $y = \pm \sqrt{3}x$       C.  $y = \pm \sqrt{2}x$       D.  $y = \pm x$

12. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 则输出的结果为 ( )



- A.  $\frac{11}{12}$                       B. 6                      C.  $\frac{11}{2}$                       D.  $\frac{22}{3}$

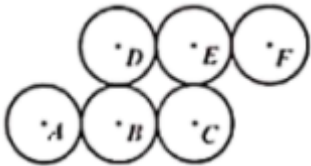
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  的对边长分别为  $a, b, c$ ，满足  $a^2 - 2a(\sin B + \sqrt{3} \cos B) + 4 = 0$ ， $b = 2\sqrt{7}$ ，则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_.

14. 函数  $f(x) = \cos^2 x$  的最小正周期是\_\_\_\_\_，单调递增区间是\_\_\_\_\_.

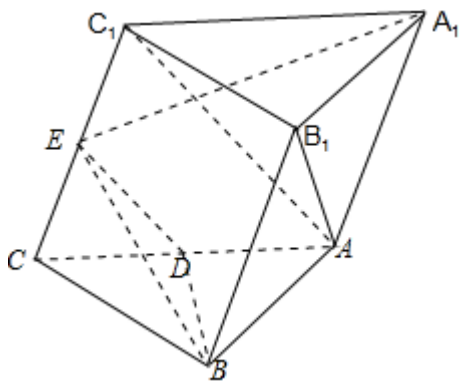
15. 已知  $x, y > 0$ ，且  $\frac{8}{x^2} + \frac{1}{y} = 1$ ，则  $x+y$  的最小值为\_\_\_\_\_.

16. 三对父子去参加亲子活动，坐在如图所示的 6 个位置上，有且仅有一对父子是相邻而坐的坐法有\_\_\_\_\_种（比如： $B$  与  $D$ 、 $B$  与  $C$  是相邻的， $A$  与  $D$ 、 $C$  与  $D$  是不相邻的）.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，在斜三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中，已知  $\triangle ABC$  为正三角形， $D, E$  分别是  $AC, CC_1$  的中点，平面  $AA_1C_1C \perp$  平面  $ABC$ ， $A_1E \perp AC_1$ .



(1) 求证： $DE \parallel$  平面  $AB_1C_1$ ；

(2) 求证:  $A_1E \perp$  平面  $BDE$ .

18. (12分) 某中学为研究学生的身体素质与体育锻炼时间的关系, 对该校 200 名高三学生平均每天体育锻炼时间进行调查, 如表: (平均每天锻炼的时间单位: 分钟)

平均每天锻炼的时间/分钟	[0,10)	[10,20)	[20,30)	[30,40)	[40,50)	[50,60)
总人数	20	36	44	50	40	10

将学生日均体育锻炼时间在  $[40,60)$  的学生评价为“锻炼达标”.

(1) 请根据上述表格中的统计数据填写下面  $2 \times 2$  列联表:

	锻炼不达标	锻炼达标	合计
男			
女		20	110
合计			

并通过计算判断, 是否能在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下认为“锻炼达标”与性别有关?

(2) 在“锻炼达标”的学生中, 按男女用分层抽样方法抽出 10 人, 进行体育锻炼体会交流.

(i) 求这 10 人中, 男生、女生各有多少人?

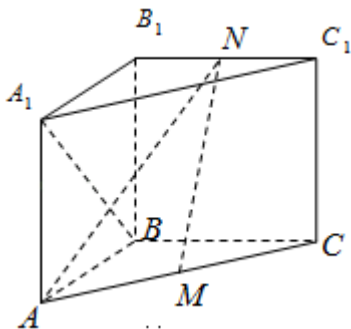
(ii) 从参加体会交流的 10 人中, 随机选出 2 人发言, 记这 2 人中女生的人数为  $X$ , 求  $X$  的分布列和数学期望.

参考公式:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a+b+c+d$ .

临界值表:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010
$k_0$	2.706	3.841	5.024	6.635

19. (12分) 如图, 在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $\angle ABC=90^\circ$ ,  $AB=AA_1$ ,  $M, N$  分别是  $AC, B_1C_1$  的中点. 求证:



(1)  $MN \parallel$  平面  $ABB_1A_1$ ;

(2)  $AN \perp A_1B$ .

20. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中,角 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 所对的边分别为 $a$ 、 $b$ 、 $c$ ,角 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 的度数成等差数列,  $b = \sqrt{13}$ .

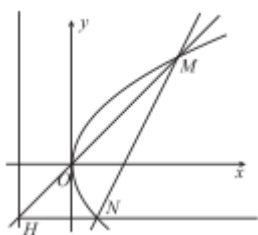
(1) 若 $3\sin C = 4\sin A$ , 求 $c$ 的值;

(2) 求 $a+c$ 的最大值.

21. (12分) 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ , 直线 $y = x - 1$ 与 $C$ 交于 $A, B$ 两点, 且 $|AB| = 8$ .

(1) 求 $p$ 的值;

(2) 如图, 过原点 $O$ 的直线 $l$ 与抛物线 $C$ 交于点 $M$ , 与直线 $x = -1$ 交于点 $H$ , 过点 $H$ 作 $y$ 轴的垂线交抛物线 $H$ 于点 $N$ , 证明: 直线 $MN$ 过定点.



22. (10分) 已知椭圆 $C$ 的中心在坐标原点 $C$ , 其短半轴长为1, 一个焦点坐标为 $(1, 0)$ , 点 $A$ 在椭圆 $C$ 上, 点 $B$ 在直线 $y = \sqrt{2}$ 上的点, 且 $OA \perp OB$ .

(1) 证明: 直线 $AB$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切;

(2) 求 $\triangle AOB$ 面积的最小值.

## 参考答案

一、选择题: 本题共12小题, 每小题5分, 共60分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、D

【解析】

设 $P(x_0, y_0)$ ,  $A_1(-a, 0)$ ,  $A_2(a, 0)$ , 根据 $k_{PA_1}k_{PA_2} = 3$ 可得 $y_0^2 = 3x_0^2 - 3a^2$  ①, 再根据又 $\frac{x_0^2}{a^2} - \frac{y_0^2}{b^2} = 1$  ②, 由①②可

得 $(b^2 - 3a^2)x_0^2 = a^2(b^2 - 3a^2)$ , 化简可得 $c = 2a$ , 即可求出离心率.

【详解】

解: 设 $P(x_0, y_0)$ ,  $A_1(-a, 0)$ ,  $A_2(a, 0)$ ,

$$\because k_{PA_1} k_{PA_2} = 3,$$

$$\therefore \frac{y_0}{x_0 + a} \cdot \frac{y_0}{x_0 - a} = 3, \text{ 即 } y_0^2 = 3x_0^2 - 3a^2, \text{ ①}$$

$$\text{又 } \frac{x_0^2}{a^2} - \frac{y_0^2}{b^2} = 1, \text{ ②},$$

$$\text{由①②可得 } (b^2 - 3a^2)x_0^2 = a^2(b^2 - 3a^2),$$

$$\because x_0 \neq \pm a,$$

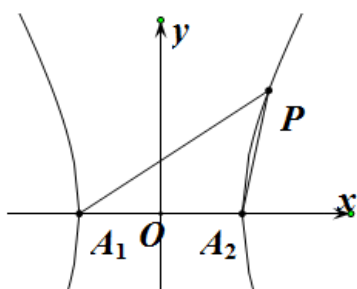
$$\therefore b^2 - 3a^2 = 0,$$

$$\therefore b^2 = 3a^2 = c^2 - a^2,$$

$$\therefore c = 2a,$$

$$\text{即 } e = 2,$$

故选: D.



**【点睛】**

本题考查双曲线的方程和性质, 考查了斜率的计算, 离心率的求法, 属于基础题和易错题.

2、C

**【解析】**

依次递推求出  $a_n$  得解.

**【详解】**

$$n=1 \text{ 时, } a_2 = 1+3 = 4,$$

$$n=2 \text{ 时, } a_3 = 2 \times 4 + 1 = 9,$$

$$n=3 \text{ 时, } a_4 = 9 + 3 = 12,$$

$$n=4 \text{ 时, } a_5 = 2 \times 12 + 1 = 25,$$

$n=5$  时,  $a_6 = 25 + 3 = 28$ .

故选: C

【点睛】

本题主要考查递推公式的应用, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

3、A

【解析】

根据向量的线性运算可得  $\vec{EB} = \frac{3}{4}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}$ , 利用  $|\vec{EB}|^2 = \vec{EB} \cdot \vec{EB}$  及  $|\vec{AB}| = 1, |\vec{AC}| = 2, \angle BAC = 120^\circ$  计算即可.

【详解】

因为  $\vec{EB} = \vec{EA} + \vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{AD} + \vec{AB} = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) + \vec{AB} = \frac{3}{4}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}$ ,

所以  $|\vec{EB}|^2 = \vec{EB} \cdot \vec{EB} = \frac{9}{16}\vec{AB} \cdot \vec{AB} - 2 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}\vec{AB} \cdot \vec{AC} + \frac{1}{16}\vec{AC} \cdot \vec{AC}$

$$= \frac{9}{16} \times 1^2 - \frac{3}{8} \times 1 \times 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{16} \times 2^2$$

$$= \frac{19}{16},$$

所以  $|\vec{EB}| = \frac{\sqrt{19}}{4}$ ,

故选: A

【点睛】

本题主要考查了向量的线性运算, 向量数量积的运算, 向量数量积的性质, 属于中档题.

4、B

【解析】

根据题意得到  $a_5 - a_1 = a_1 q^4 - a_1 = 15, a_4 - a_2 = a_1 q^3 - a_1 q = 6$ , 解得答案.

【详解】

$a_5 - a_1 = a_1 q^4 - a_1 = 15, a_4 - a_2 = a_1 q^3 - a_1 q = 6$ , 解得  $\begin{cases} a_1 = 1 \\ q = 2 \end{cases}$  或  $\begin{cases} a_1 = -16 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$  (舍去).

故  $a_3 = a_1 q^2 = 4$ .

故选: B.

【点睛】

本题考查了等比数列的计算, 意在考查学生的计算能力.

5、C

**【解析】**

根据等差数列的求和公式即可得出.

**【详解】**

$$\because a_1=12, S_5=90,$$

$$\therefore 5 \times 12 + \frac{5 \times 4}{2} d = 90,$$

解得  $d=1$ .

故选 C.

**【点睛】**

本题主要考查了等差数列的求和公式, 考查了推理能力与计算能力, 属于中档题.

6、C

**【解析】**

模拟执行程序框图, 即可容易求得结果.

**【详解】**

运行该程序:

$$\text{第一次, } i=1, S=\lg 2;$$

$$\text{第二次, } i=2, S=\lg 2+\lg \frac{3}{2}=\lg 3;$$

$$\text{第三次, } i=3, S=\lg 3+\lg \frac{4}{3}=\lg 4,$$

...;

$$\text{第九十八次, } i=98, S=\lg 98+\lg \frac{99}{98}=\lg 99;$$

$$\text{第九十九次, } i=99, S=\lg 99+\lg \frac{100}{99}=\lg 100=2,$$

此时要输出  $i$  的值为 99.

此时  $S=2 > \lg 99$ .

故选: C.

**【点睛】**

本题考查算法与程序框图, 考查推理论证能力以及化归转化思想, 涉及判断条件的选择, 属基础题.

7、A

**【解析】**

先化简求出  $z$ , 即可求得答案.



**【详解】**

因为  $z(1-i) = 2$ ,

$$\text{所以 } z = \frac{2}{1-i} = \frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2(1+i)}{2} = 1+i$$

所以  $z-1 = 1+i-1 = i$

故选: A

**【点睛】**

此题考查复数的基本运算, 注意计算的准确度, 属于简单题目.

8、B

**【解析】**

设  $\vec{BM} = t\vec{BC}$ , 通过  $\vec{AN} = \frac{1}{2}\vec{AM}$ , 再利用向量的加减运算可得  $\vec{AN} = \frac{1-t}{2}\vec{AB} + \frac{t}{2}\vec{AC}$ , 结合条件即可得解.

**【详解】**

设  $\vec{BM} = t\vec{BC}$ ,

$$\text{则有 } \vec{AN} = \frac{1}{2}\vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BM}) = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}t\vec{BC} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{t}{2}(\vec{AC} - \vec{AB}) = \frac{1-t}{2}\vec{AB} + \frac{t}{2}\vec{AC}.$$

又  $\vec{AN} = \lambda\vec{AB} + \mu\vec{AC}$ ,

$$\text{所以 } \begin{cases} \lambda = \frac{1-t}{2} \\ \mu = \frac{t}{2} \end{cases}, \text{ 有 } \lambda + \mu = \frac{1-t}{2} + \frac{t}{2} = \frac{1}{2}.$$

故选 B.

**【点睛】**

本题考查了向量共线及向量运算知识, 利用向量共线及向量运算知识, 用基底向量来表示所求向量, 利用平面向量表示法唯一来解决问题.

9、B

**【解析】**

由已知可得函数  $f(x)$  的周期与对称轴, 函数  $F(x) = f(x) + \frac{x+4}{1-2x}$  在区间  $[-9, 10]$  上零点的个数等价于函数  $f(x)$

与  $g(x) = -\frac{x+4}{1-2x}$  图象在  $[-9, 10]$  上交点的个数, 作出函数  $f(x)$  与  $g(x)$  的图象如图, 数形结合即可得到答案.

**【详解】**

函数  $F(x) = f(x) + \frac{x+4}{1-2x}$  在区间  $[-9, 10]$  上零点的个数等价于函数  $f(x)$  与  $g(x) = -\frac{x+4}{1-2x}$  图象在  $[-9, 10]$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/915232014212011131>