

# 浙江省 9+1 高中联盟长兴中学 2023-2024 学年高三上数学期末监测模拟试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数  $f(x) = te^{2x} + (t-2)e^x - x$  ( $t \geq 0$ )，若函数  $f(x)$  在  $x \in \mathbf{R}$  上有唯一零点，则  $t$  的值为 ( )

- A. 1                      B.  $\frac{1}{2}$  或 0                      C. 1 或 0                      D. 2 或 0

2. 给出以下四个命题：

- ①依次首尾相接的四条线段必共面；  
②过不在同一条直线上的三点，有且只有一个平面；  
③空间中如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行，那么这两个角必相等；  
④垂直于同一直线的两条直线必平行.

其中正确命题的个数是 ( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

3. 已知  $y = \log_2(x^2 - 2x + 17)$  的值域为  $[m, +\infty)$ ，当正数  $a, b$  满足  $\frac{2}{3a+b} + \frac{1}{a+2b} = m$  时，则  $7a + 4b$  的最小值为 ( )

- A.  $\frac{9}{4}$                       B. 5                      C.  $\frac{5+2\sqrt{2}}{4}$                       D. 9

4. 已知复数  $z$  满足  $(1+2i)z = 4+3i$ ，则  $z$  的共轭复数是 ( )

- A.  $2-i$                       B.  $2+i$                       C.  $1+2i$                       D.  $1-2i$

5. 关于函数  $f(x) = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} + \cos 2x$ ，下列说法正确的是 ( )

A. 函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$

B. 函数  $f(x)$  一个递增区间为  $\left[-\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right]$

C. 函数  $f(x)$  的图像关于直线  $x = \frac{\pi}{8}$  对称

D. 将函数  $y = \sqrt{2} \sin 2x$  图像向左平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位可得函数  $y = f(x)$  的图像

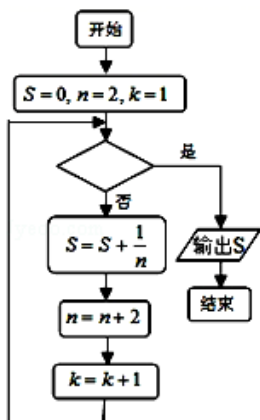
6. 复数  $z$  满足  $z(1-i) = |1-\sqrt{3}i|$ ，则复数  $z$  等于 ( )

- A.  $1-i$                       B.  $1+i$                       C. 2                      D. -2

7. 要得到函数  $y = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$  的图象, 只需将函数  $y = 2\cos 2x$  的图象

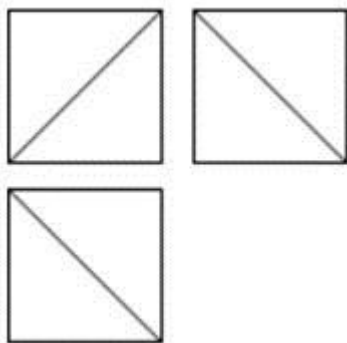
- A. 向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度  
 B. 向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度  
 C. 向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度  
 D. 向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度

8. 如图是计算  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10}$  值的一个程序框图, 其中判断框内应填入的条件是( )



- A.  $k \geq 5$   
 B.  $k < 5$   
 C.  $k > 5$   
 D.  $k \leq 6$

9. 一个正方体被一个平面截去一部分后, 剩余部分的三视图如下图, 则截去部分体积与剩余部分体积的比值为( )



- A.  $\frac{1}{8}$                       B.  $\frac{1}{7}$                       C.  $\frac{1}{6}$                       D.  $\frac{1}{5}$

10. 把函数  $f(x) = A \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$  ( $A \neq 0$ ) 的图象向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度, 得到函数  $g(x)$  的图象, 若函数

$g(x-m)$  ( $m > 0$ ) 是偶函数, 则实数  $m$  的最小值是 ( )

- A.  $\frac{5\pi}{12}$                       B.  $\frac{5\pi}{6}$                       C.  $\frac{\pi}{6}$                       D.  $\frac{\pi}{12}$

11. 在复平面内,  $\frac{3+i}{1-i}$  复数 ( $i$  为虚数单位) 的共轭复数对应的点位于 ( )

- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

12. 已知复数  $z$  满足  $z(1-i) = 2$ , 其中  $i$  为虚数单位, 则  $z-1 =$  ( ).

- A.  $i$                       B.  $-i$                       C.  $1+i$                       D.  $1-i$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的离心率是  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 若以  $N(0, 2)$  为圆心且与椭圆  $C$  有公共点的圆的最大半径为

$\sqrt{26}$ , 此时椭圆  $C$  的方程是\_\_\_\_\_.

14. 正四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = 4$ ,  $AA_1 = 2\sqrt{3}$ . 若  $M$  是侧面  $BCC_1B_1$  内的动点, 且  $AM \perp MC$ , 则  $A_1M$  与平面  $BCC_1B_1$  所成角的正切值的最大值为\_\_\_\_\_.

15. 已知  $a = \log_{0.3} 0.2$ ,  $b = \log_2 0.2$ , 则  $a+b$  \_\_\_\_\_,  $ab$  (填“>”或“=”或“<”).

16. 在平行四边形  $ABCD$  中, 已知  $AB = 1$ ,  $AD = 2$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ , 若  $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{ED}$ ,  $\overrightarrow{DF} = 2\overrightarrow{FB}$ , 则

$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF} =$ \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知数列  $\{a_n\}$  的通项  $a_n = 2^{n-1}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ), 数列  $\{b_n\}$  为等比数列, 且  $b_n$ ,  $a_n$ ,  $b_{n+1}$  成等差数列.

(1) 求数列  $\{b_n\}$  的通项;

(2) 设  $c_n = b_n \cdot \log_2 a_{n+1}$ , 求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

18. (12 分) 已知函数  $f(x) = x^2 - a \ln x - 1$  ( $a \in \mathbb{R}$ )

(1) 若函数  $f(x)$  有且只有一个零点, 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若函数  $g(x) = e^x + x^2 - ex - f(x) - 1 \geq 0$  对  $x \in [1, +\infty)$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

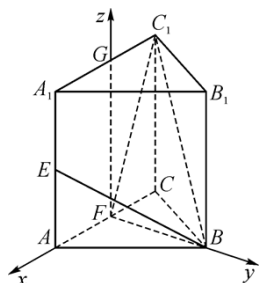
19. (12 分) 设函数  $f(x) = |x+2| - |2x-2|$ .

(1) 解不等式  $f(x) \geq 2x-1$ ;

(2) 记  $f(x)$  的最大值为  $M$ ，若实数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  满足  $a+b+c=M$ ，求证：

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{c^2+a^2}\geq 3\sqrt{2}.$$

20. (12 分) 在正三棱柱  $ABCA_1B_1C_1$  中，已知  $AB=1$ ， $AA_1=2$ ， $E$ ， $F$ ， $G$  分别是棱  $AA_1$ ， $AC$  和  $A_1C_1$  的中点，以  $\{\overrightarrow{FA}, \overrightarrow{FB}, \overrightarrow{FG}\}$  为正交基底，建立如图所示的空间直角坐标系  $F-xyz$ .



(1) 求异面直线  $AC$  与  $BE$  所成角的余弦值；

(2) 求二面角  $F-BC_1-C$  的余弦值.

21. (12 分) 在直角坐标系  $xOy$  中，直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x=3+t\cos\alpha \\ y=2+t\sin\alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数). 以坐标原点为极点， $x$  轴正半

轴为极轴建立极坐标系，圆  $C$  的极坐标方程为  $\rho=2\cos\theta$ .

(1) 求直线  $l$  和圆  $C$  的普通方程；

(2) 已知直线  $l$  上一点  $M(3,2)$ ，若直线  $l$  与圆  $C$  交于不同两点  $A, B$ ，求  $\frac{1}{|MA|} + \frac{1}{|MB|}$  的取值范围.

22. (10 分) 已知  $a>0$ ，函数  $f(x)=|x-a|$ .

(1) 若  $a=2$ ，解不等式  $f(x)+f(x+3)\leq 5$ ；

(2) 若函数  $g(x)=f(x)-f(x+2a)$ ，且存在  $x_0\in R$  使得  $g(x_0)\geq a^2-2a$  成立，求实数  $a$  的取值范围.

## 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

**【解析】**

求出函数的导函数, 当  $t > 0$  时, 只需  $f(-\ln t) = 0$ , 即  $\ln t - \frac{1}{t} + 1 = 0$ , 令  $g(t) = \ln t - \frac{1}{t} + 1$ , 利用导数求其单调区间, 即可求出参数  $t$  的值, 当  $t = 0$  时, 根据函数的单调性及零点存在性定理可判断;

**【详解】**

解:  $\because f(x) = te^{2x} + (t-2)e^x - x \quad (t \geq 0)$ ,

$\therefore f'(x) = 2te^{2x} + (t-2)e^x - 1 = (te^x - 1)(2e^x + 1)$ ,  $\therefore$  当  $t > 0$  时, 由  $f'(x) = 0$  得  $x = -\ln t$ ,

则  $f(x)$  在  $(-\infty, -\ln t)$  上单调递减, 在  $(-\ln t, +\infty)$  上单调递增,

所以  $f(-\ln t)$  是极小值,  $\therefore$  只需  $f(-\ln t) = 0$ ,

即  $\ln t - \frac{1}{t} + 1 = 0$ . 令  $g(t) = \ln t - \frac{1}{t} + 1$ , 则  $g'(t) = \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} > 0$ ,  $\therefore$  函数  $g(t)$  在  $(0, +\infty)$  上单

调递增.  $\because g(1) = 0$ ,  $\therefore t = 1$ ;

当  $t = 0$  时,  $f(x) = -2e^x - x$ , 函数  $f(x)$  在  $R$  上单调递减,  $\because f(1) = -2e - 1 < 0$ ,  $f(-2) = 2 - 2e^{-2} > 0$ , 函数  $f(x)$  在  $R$  上有且只有一个零点,  $\therefore t$  的值是 1 或 0.

故选: C

**【点睛】**

本题考查利用导数研究函数的零点问题, 零点存在性定理的应用, 属于中档题.

2、B

**【解析】**

用空间四边形对①进行判断; 根据公理 2 对②进行判断; 根据空间角的定义对③进行判断; 根据空间直线位置关系对④进行判断.

**【详解】**

①中, 空间四边形的四条线段不共面, 故①错误.

②中, 由公理 2 知道, 过不在同一条直线上的三点, 有且只有一个平面, 故②正确.

③中, 由空间角的定义知道, 空间中如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 那么这两个角相等或互补, 故③错误.

④中, 空间中, 垂直于同一直线的两条直线可相交, 可平行, 可异面, 故④错误.

故选: B

**【点睛】**

本小题考查空间点, 线, 面的位置关系及其相关公理, 定理及其推论的理解和认识; 考查空间想象能力, 推理论证能

力，考查数形结合思想，化归与转化思想.



3、A

【解析】

利用  $y = \log_2(x^2 - 2x + 17)$  的值域为  $[m, +\infty)$ , 求出  $m$ , 再变形, 利用 1 的代换, 即可求出  $7a + 4b$  的最小值.

【详解】

解:  $\because y = \log_2(x^2 - 2x + 17) = \log_2[(x-1)^2 + 16]$  的值域为  $[m, +\infty)$ ,

$\therefore m = 4$ ,

$$\therefore \frac{4}{6a+2b} + \frac{1}{a+2b} = 4,$$

$$\therefore 7a + 4b = \frac{1}{4}[(6a+2b) + (a+2b)] \left( \frac{4}{6a+2b} + \frac{1}{a+2b} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left[ 5 + \frac{6a+2b}{a+2b} + \frac{4(a+2b)}{6a+2b} \right] \geq \frac{1}{4} \times (5+4) = \frac{9}{4},$$

当且仅当  $\frac{6a+2b}{a+2b} = \frac{4(a+2b)}{6a+2b}$  时取等号,

$\therefore 7a + 4b$  的最小值为  $\frac{9}{4}$ .

故选: A.

【点睛】

本题主要考查了对数复合函数的值域运用, 同时也考查了基本不等式中“1 的运用”, 属于中档题.

4、B

【解析】

根据复数的除法运算法则和共轭复数的定义直接求解即可.

【详解】

由  $(1+2i)z = 4+3i$ , 得  $z = \frac{4+3i}{1+2i} = 2-i$ , 所以  $\bar{z} = 2+i$ .

故选: B

【点睛】

本题考查了复数的除法的运算法则, 考查了复数的共轭复数的定义, 属于基础题.

5、B

【解析】

化简到  $f(x) = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ , 根据定义域排除 ACD, 计算单调性知 B 正确, 得到答案.



【详解】

$$f(x) = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} + \cos 2x = \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right),$$

故函数的定义域为  $\left\{x \mid x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ , 故  $A$  错误;

当  $x \in \left[-\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right]$  时,  $2x + \frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ , 函数单调递增, 故  $B$  正确;

当  $x = -\frac{\pi}{4}$ , 关于  $x = \frac{\pi}{8}$  的对称的直线为  $x = \frac{\pi}{2}$  不在定义域内, 故  $C$  错误.

平移得到的函数定义域为  $\mathbb{R}$ , 故不可能为  $y = f(x)$ ,  $D$  错误.

故选:  $B$ .

【点睛】

本题考查了三角恒等变换, 三角函数单调性, 定义域, 对称, 三角函数平移, 意在考查学生的综合应用能力.

6、B

【解析】

通过复数的模以及复数的代数形式混合运算, 化简求解即可.

【详解】

$$\text{复数 } z \text{ 满足 } z(1-i) = |1-\sqrt{3}i| = 2,$$

$$\therefore z = \frac{2}{1-i} = \frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 1+i,$$

故选 B.

【点睛】

本题主要考查复数的基本运算, 复数模长的概念, 属于基础题.

7、D

【解析】

先将  $y = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$  化为  $y = 2 \cos\left[2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right]$ , 根据函数图像的平移原则, 即可得出结果.

【详解】

$$\text{因为 } y = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos\left[2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right],$$

所以只需将  $y = 2\cos 2x$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位.

【点睛】

本题主要考查三角函数的平移, 熟记函数平移原则即可, 属于基础题型.

8、B

【解析】

根据计算结果, 可知该循环结构循环了 5 次; 输出 S 前循环体的 n 的值为 12, k 的值为 6, 进而可得判断框内的不等式.

【详解】

因为该程序图是计算  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10}$  值的一个程序框图

所以共循环了 5 次

所以输出 S 前循环体的 n 的值为 12, k 的值为 6,

即判断框内的不等式应为  $k \geq 6$  或  $k > 5$

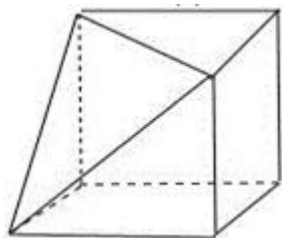
所以选 C

【点睛】

本题考查了程序框图的简单应用, 根据结果填写判断框, 属于基础题.

9、D

【解析】



试题分析: 如图所示, 截去部分是正方体的一个角, 其体积是正方体体积的  $\frac{1}{6}$ , 剩余部分体积是正方体体积的  $\frac{5}{6}$ , 所以截

去部分体积与剩余部分体积的比值为  $\frac{1}{5}$ , 故选 D.

考点: 本题主要考查三视图及几何体体积的计算.

10、A

【解析】

先求出  $g(x)$  的解析式, 再求出  $g(x-m)$  ( $m > 0$ ) 的解析式, 根据三角函数图象的对称性可求实数  $m$  满足的等式, 从而可求其最小值.

【详解】

$f(x) = A \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$  ( $A \neq 0$ ) 的图象向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度,

所得图象对应的函数解析式为  $g(x) = A \sin\left(2x - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = A \sin\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)$ ,

故  $g(x-m) = A \sin\left(2x - 2m - \frac{2\pi}{3}\right)$ .

令  $2x - 2m - \frac{2\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in Z$ , 解得  $x = m + \frac{7\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$ ,  $k \in Z$ .

因为  $y = g(x-m)$  为偶函数, 故直线  $x=0$  为其图象的对称轴,

令  $m + \frac{7\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} = 0$ ,  $k \in Z$ , 故  $m = -\frac{7\pi}{12} - \frac{k\pi}{2}$ ,  $k \in Z$ ,

因为  $m > 0$ , 故  $k \leq -2$ , 当  $k = -2$  时,  $m_{\min} = \frac{5\pi}{12}$ .

故选: A.

【点睛】

本题考查三角函数的图象变换以及三角函数的图象性质, 注意平移变换是对自变量  $x$  做加减, 比如把  $y = f(2x)$  的图象向右平移 1 个单位后, 得到的图象对应的解析式为  $y = f[2(x-1)] = f(2x-2)$ , 另外, 如果  $x=m$  为正弦型函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  图象的对称轴, 则有  $f(m) = \pm A$ , 本题属于中档题.

11、D

【解析】

将复数化简得  $z=1+2i$ ,  $\bar{z}=1-2i$ , 即可得到对应的点为  $(1, -2)$ , 即可得出结果.

【详解】

$z = \frac{3+i}{1-i} = \frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 1+2i \Rightarrow \bar{z} = 1-2i$ , 对应的点位于第四象限.

故选: D.

【点睛】

本题考查复数的四则运算, 考查共轭复数和复数与平面内点的对应, 难度容易.

12、A

【解析】

先化简求出  $z$ , 即可求得答案.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/908113047071006051>