中考数学复习专题第四讲

情景应用问题

【要点梳理】

情境应用问题是以现实生活为背景，取材新颖，立意巧妙，重在考查阅读理解能力和数学建模能力，让学生在阅读理解的基础上，将实际问题转化为数学问题．其主要类型有代数型(包括方程型、不等式型、函数型、统计型)和几何型两大类.

解决代数型应用问题：关键是审题，弄清关键词句的含义；重点是分析，找出问题中的数量关系，并将其转化为数学式子，进行整理、运算、解答.

解决几何型应用问题：一般是先将实际问题转化为几何问题，再运用相关的几何知识进行解答，要注重数形结合，充分利用“图形”的直观性和“数”的细微性.

【学法指导】

(1)方程(组)、不等式、函数型情境应用题：解决这类问题的关键是针对背景材料，设定合适的未知数，找出相等关系，建立方程(组)、不等式、函数型模型来解决；

(2)统计概率型应用题：解决这类问题：①要能从多个方面去收集数据信息，特别注意统计图表之间的相互补充和利用；②通过对数据的整理，能从统计学角度出发去描述、分析，并作出合理的推断和预测；

(3)几何型情境应用题：解决这类问题的关键是在理解题意的基础上，对问题进行恰当地抽象与概括，建立恰当的几何模型，从而确定某种几何关系，利用相关几何知识来解决．几何求值问题，当未知量不能直接求出时，一般需设出未知数，继而建立方程(组)，用解方程(组)的方法去求结果，这是解题中常见的具有导向作用的一种思想.

【考点解析】

考点1　方程型情境应用题

(2017 湖北宜昌)某市总预算 a 亿元用三年时间建成一条轨道交通线．轨道交通线由线路敷设、搬迁安置、辅助配套三项工程组成．从 2015 年开始，市政府

在每年年初分别对三项工程进行不同数额的投资.

2015 年年初，对线路敷设、搬迁安置的投资分别是辅助配套投资的 2 倍、4 倍．随后两年，线路敷设投资每年都增加 b 亿元，预计线路敷设三年总投资为 54 亿元时会顺利如期完工；搬迁安置投资从 2016 年初开始遂年按同一百分数递减，依此规律，在 2017 年年初只需投资 5 亿元，即可顺利如期完工；辅助配套工程在 2016 年年初的投资在前一年基础上的增长率是线路敷设 2016 年投资增长率的 1.5 倍，2017 年年初的投资比该项工程前两年投资的总和还多 4 亿元，若这样，辅助配套工程也可以如期完工．经测算，这三年的线路敷设、辅助配套工程的总投资资金之比达到 3：2.

（1）这三年用于辅助配套的投资将达到多少亿元？

（2）市政府 2015 年年初对三项工程的总投资是多少亿元？

（3）求搬迁安置投资逐年递减的百分数.

【考点】AD：一元二次方程的应用；B7：分式方程的应用.

【分析】（1）由线路敷设三年总投资为 54 亿元及这三年的线路敷设、辅助配套工程的总投资资金之比达到 3：2，可得答案.

（2）设 2015 年年初，对辅助配套的投资为 x 亿元，则线路敷设的投资为 2x 亿元，搬迁安置的投资是 4x 亿元，根据“线路敷设三年总投资为 54 亿元、辅助配套三年的总投资为 36 亿元”列方程组，解之求得 x、b 的值可得答案.

（3）由 x=5 得出 2015 年初搬迁安置的投资为 20 亿元，设从 2016 年初开始，搬迁安置投资逐年递减的百分数为 y，根据“2017 年年初搬迁安置的为投资 5 亿”列方程求解可得.

【解答】解：（1）三年用于辅助配套的投资将达到 $54\times\frac{2}{3}$=36（亿元）；

（2）设 2015 年年初，对辅助配套的投资为 x 亿元，则线路敷设的投资为 2x 亿元，搬迁安置的投资是 4x 亿元，

根据题意，得：$\begin{cases}2x+2x+b+2x+2b=54\\ x+(1+\frac{1.5b}{2x})x+x+(1+\frac{1.5b}{2x})x+4=36\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=5\\ b=8\end{cases}$，

∴市政府 2015 年年初对三项工程的总投资是 7x=35 亿元；

（3）由 $x=5$ 得，2015 年初搬迁安置的投资为 20 亿元，

设从 2016 年初开始，搬迁安置投资逐年递减的百分数为 y，

由题意，得：$20（1-y）^2=5$，

解得：$y_1=0.5$，$y_2=1.5$（舍）

答：搬迁安置投资逐年递减的百分数为 50%.

考点2　不等式型情境应用题

（**2017** 山东聊城）在推进城乡义务教育均衡发展工作中，我市某区政府通过公开招标的方式为辖区内全部乡镇中学采购了某型号的学生用电脑和教师用笔记本电脑，其中，A 乡镇中学更新学生用电脑 110 台和教师用笔记本电脑 32 台，共花费 30.5 万元；B 乡镇中学更新学生电脑 55 台和教师用笔记本电脑 24 台，共花费 17.65 万元.

（1）求该型号的学生用电脑和教师用笔记本电脑单价分别是多少万元？

（2）经统计，全部乡镇中学需要购进的教师用笔记本电脑台数比购进的学生用电脑台数的$\frac{1}{5}$少 90 台，在两种电脑的总费用不超过预算 438 万元的情况下，至多能购进的学生用电脑和教师用笔记本电脑各多少台？

【考点】C9：一元一次不等式的应用；9A：二元一次方程组的应用.

【分析】（1）设该型号的学生用电脑的单价为 x 万元，教师用笔记本电脑的单价为 y 万元，根据题意列出方程组，求出方程组的解得到 x 与 y 的值，即可得到结果；

（2）设能购进的学生用电脑 m 台，则能购进的教师用笔记本电脑为（$\frac{1}{5}m-90$）台，根据“两种电脑的总费用不超过预算 438 万元”列出不等式，求出不等式的解集.

【解答】解：（1）设该型号的学生用电脑的单价为 x 万元，教师用笔记本电脑的单价为 y 万元，

依题意得：$\begin{cases}110x+32y=30.5\\55x+24y=17.65\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=0.19\\y=0.3\end{cases}$，

经检验，方程组的解符合题意.

答：该型号的学生用电脑的单价为 0.19 万元，教师用笔记本电脑的单价为

0.3 万元；

（2）设能购进的学生用电脑 m 台，则能购进的教师用笔记本电脑为（$\frac{1}{5}$m－90）台，

依题意得：0.19m+0.3×（$\frac{1}{5}$m－90）≤438，

解得 m≤1860.

所以$\frac{1}{5}$m－90=$\frac{1}{5}$×1860－90=282（台）.

答：能购进的学生用电脑 1860 台，则能购进的教师用笔记本电脑为 282 台.

考点3　统计与概率型情境应用题

（**2017** 山东临沂）为了解某校学生对《最强大脑》、《朗读者》、《中国诗词大会》、《出彩中国人》四个电视节目的喜爱情况，随机抽取了 x 名学生进行调查统计 9 要求每名学生选出并且只能选出一个自己最喜爱的节目），并将调查结果绘制成如下统计图表：

学生最喜爱的节目人数统计表

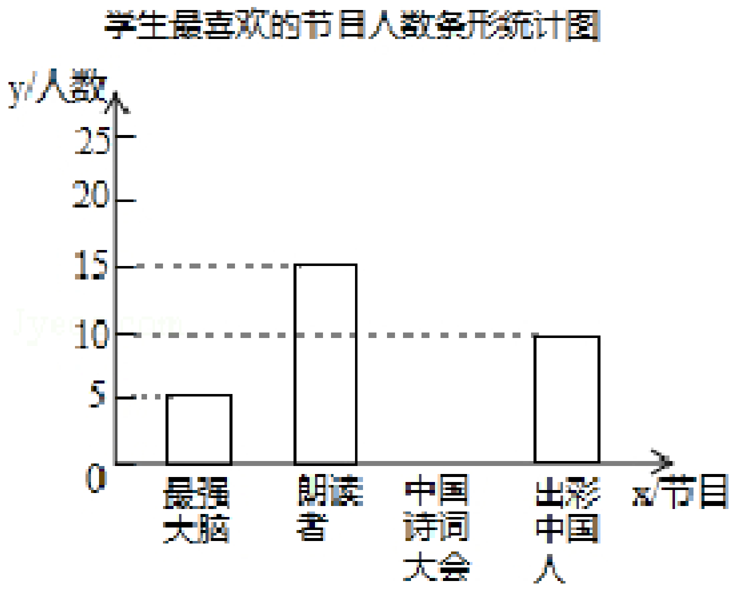
节目	人数（名）	百分比
最强大脑	5	10%
朗读者	15	b%
中国诗词大会	a	40%
出彩中国人	10	20%

根据以上提供的信息，解答下列问题：

（1）x=__50__，a=__20__，b=__30__；

（2）补全上面的条形统计图；

（3）若该校共有学生 1000 名，根据抽样调查结果，估计该校最喜爱《中国诗词大会》节目的学生有多少名.



【分析】（1）根据最强大脑的人数除以占的百分比确定出 x 的值，进而求出 a 与 b 的值即可；

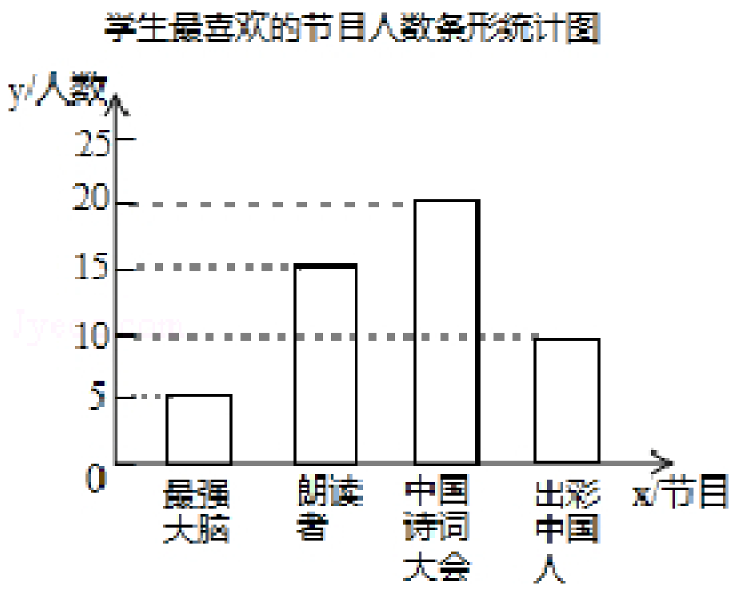
（2）根据 a 的值，补全条形统计图即可；

（3）由中国诗词大会的百分比乘以 1000 即可得到结果．

【解答】解：（1）根据题意得：$x=5\div10\%=50$，$a=50\times40\%=20$，$b=\frac{15}{50}\times100=30$；

故答案为：50；20；30；

（2）中国诗词大会的人数为 20 人，补全条形统计图，如图所示：



（3）根据题意得：$1000\times40\%=400$（名），

则估计该校最喜爱《中国诗词大会》节目的学生有 400 名．

【点评】此题考查了条形统计图，用样本估计总体，以及统计表，弄清题中的数据是解本题的关键．

考点4 几何型情境应用题

（**2017** 山东临沂）数学课上，张老师出示了问题：如图 1，AC，BD 是四边形 ABCD 的对角线，若∠ACB=∠ACD=∠ABD=∠ADB=60°，则线段 BC，CD，AC 三者之间有何等量关系？

经过思考，小明展示了一种正确的思路：如图 2，延长 CB 到 E，使 BE=CD，

连接 AE，证得△ABE≌△ADC，从而容易证明△ACE 是等边三角形，故 AC=CE，所以 AC=BC+CD．

小亮展示了另一种正确的思路：如图 3，将△ABC 绕着点 A 逆时针旋转 60°，使 AB 与 AD 重合，从而容易证明△ACF 是等边三角形，故 AC=CF，所以 AC=BC+CD．

在此基础上，同学们作了进一步的研究：

（1）小颖提出：如图 4，如果把“∠ACB=∠ACD=∠ABD=∠ADB=60°”改为“∠ACB=∠ACD=∠ABD=∠ADB=45°”，其它条件不变，那么线段 BC，CD，AC 三者之间有何等量关系？针对小颖提出的问题，请你写出结论，并给出证明．

（2）小华提出：如图 5，如果把“∠ACB=∠ACD=∠ABD=∠ADB=60°”改为“∠ACB=∠ACD=∠ABD=∠ADB=α”，其它条件不变，那么线段 BC，CD，AC 三者之间有何等量关系？针对小华提出的问题，请你写出结论，不用证明．

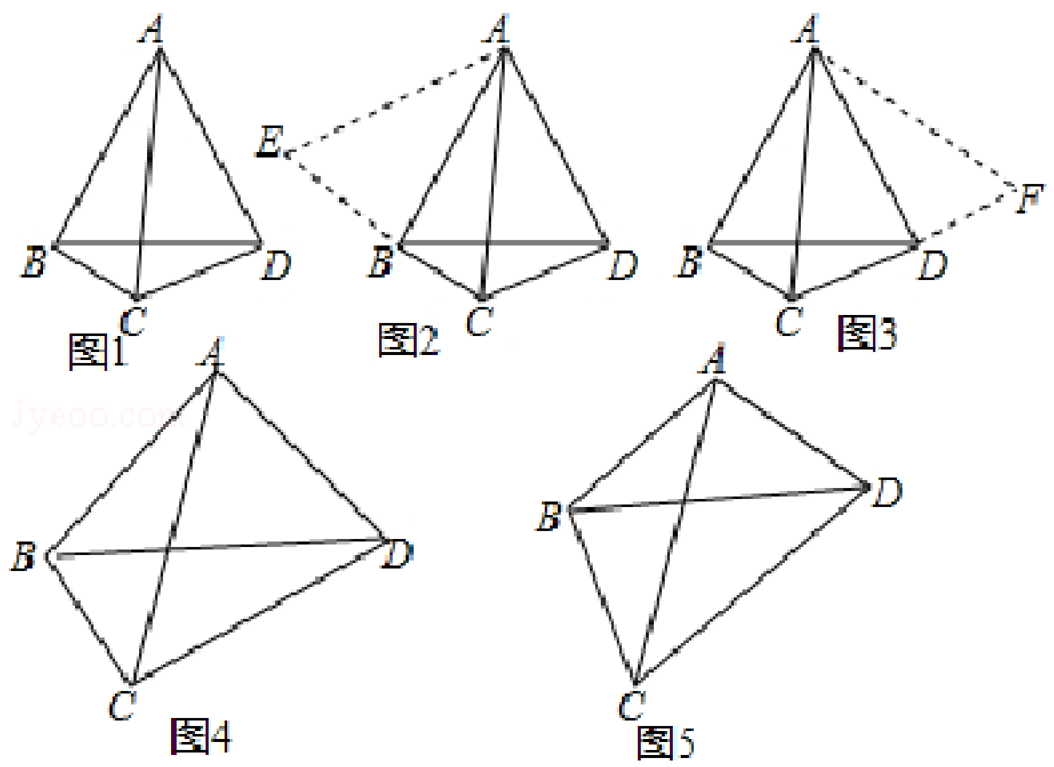


图1 图2 图3 图4 图5

【分析】（1）先判断出∠ADE=∠ABC，即可得出△ACE 是等腰三角形，再得出∠AEC=45°，即可得出等腰直角三角形，即可；（判断∠ADE=∠ABC 也可以先判断出点 A，B，C，D 四点共圆）

（2）先判断出∠ADE=∠ABC，即可得出△ACE 是等腰三角形，再用三角函数即可得出结论．

【解答】解：（1）BC+CD=$\sqrt{2}$AC；

理由：如图 1，

延长 CD 至 E，使 DE=BC，

∵∠ABD=∠ADB=45°，

∴AB=AD，∠BAD=180°﹣∠ABD﹣∠ADB=90°，

∵$\angle ACB=\angle ACD=45°$，

∴$\angle ACB+\angle ACD=45°$，

∴$\angle BAD+\angle BCD=180°$，

∴$\angle ABC+\angle ADC=180°$，

∵$\angle ADC+\angle ADE=180°$，

∴$\angle ABC=\angle ADE$，

在△ABC 和△ADE 中，$\begin{cases}AB=AD\\ \angle ABC=\angle ADE\\ BC=DE\end{cases}$，

∴△ABC≌△ADE（SAS），

∴$\angle ACB=\angle AED=45°$，AC=AE，

∴△ACE 是等腰直角三角形，

∴$CE=\sqrt{2}AC$，

∵CE=CE+DE=CD+BC，

∴$BC+CD=\sqrt{2}AC$；

（2）$BC+CD=2AC\bullet\cos\alpha$．理由：如图 2，

延长 CD 至 E，使 DE=BC，

∵$\angle ABD=\angle ADB=\alpha$，

∴AB=AD，$\angle BAD=180°-\angle ABD-\angle ADB=180°-2\alpha$，

∵$\angle ACB=\angle ACD=\alpha$，

∴$\angle ACB+\angle ACD=2\alpha$，

∴$\angle BAD+\angle BCD=180°$，

∴$\angle ABC+\angle ADC=180°$，

∵$\angle ADC+\angle ADE=180°$，

∴$\angle ABC=\angle ADE$，

在△ABC 和△ADE 中，$\begin{cases}AB=AD\\ \angle ABC=\angle ADE\\ BC=DE\end{cases}$，

∴△ABC≌△ADE（SAS），

∴$\angle ACB=\angle AED=\alpha$，AC=AE，

∴$\angle AEC=\alpha$，

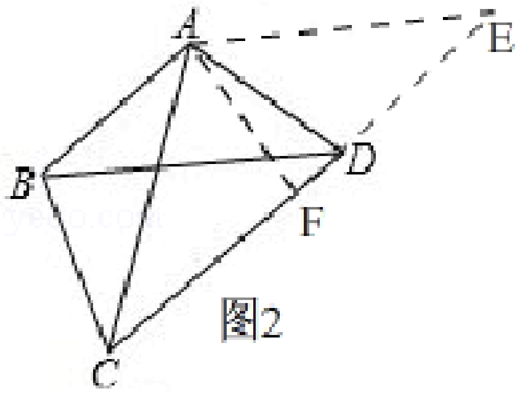
过点 A 作 AF⊥CE 于 F，

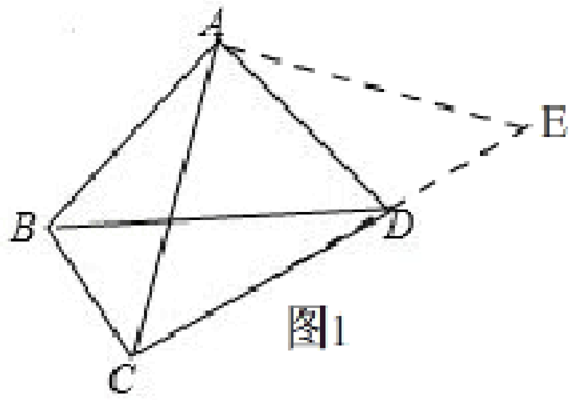
∴CE=2CF，在 Rt△ACF 中，∠ACD=α，CF=AC•cos∠ACD=AC•cosα，

∴CE=2CF=2AC•cosα，

∵CE=CD+DE=CD+BC，

∴BC+CD=2AC•cosα.





【点评】此题是几何变换综合题，主要考查了全等三角形的判定，四边形的内角和，等腰三角形的判定和性质，解本题的关键是构造全等三角形，是一道基础题目.

【真题训练】

训练一：(**2017** 重庆 **B**)某地大力发展经济作物，其中果树种植已初具规模，今年受气候、雨水等因素的影响，樱桃较去年有小幅度的减产，而枇杷有所增产.

（1）该地某果农今年收获樱桃和枇杷共 400 千克，其中枇杷的产量不超过樱桃产量的 7 倍，求该果农今年收获樱桃至少多少千克？

（2）该果农把今年收获的樱桃、枇杷两种水果的一部分运往市场销售，该果农去年樱桃的市场销售量为 100 千克，销售均价为 30 元/千克，今年樱桃的市场销售量比去年减少了 m%，销售均价与去年相同，该果农去年枇杷的市场销售量为 200 千克，销售均价为 20 元/千克，今年枇杷的市场销售量比去年增加了 2m%，但销售均价比去年减少了 m%，该果农今年运往市场销售的这部分樱桃和

枇杷的销售总金额与他去年樱桃和枇杷的市场销售总金额相同，求 m 的值．

训练二：（**2017** 甘肃天水）天水某公交公司将淘汰某一条线路上“冒黑烟”较严重的公交车，计划购买 A 型和 B 型两行环保节能公交车共 10 辆，若购买 A 型公交车 1 辆，B 型公交车 2 辆，共需 400 万元；若购买 A 型公交车 2 辆，B 型公交车 1 辆，共需 350 万元，

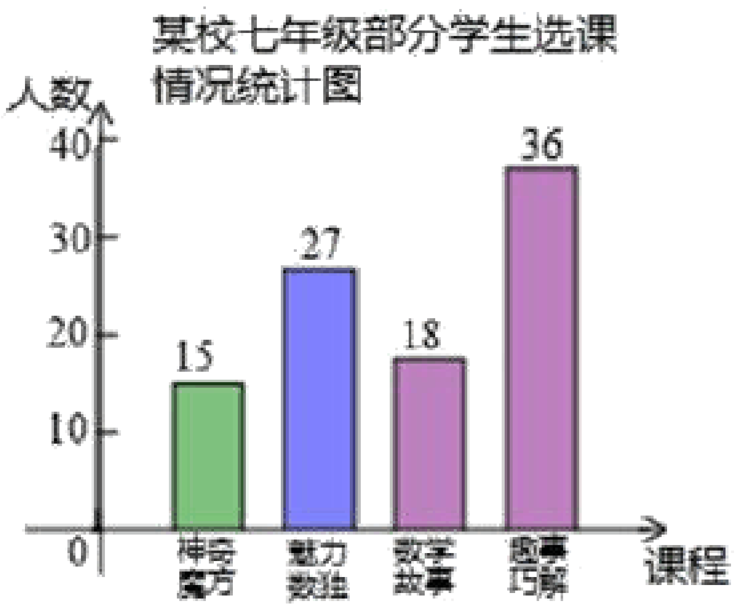
（1）求购买 A 型和 B 型公交车每辆各需多少万元？

（2）预计在该条线路上 A 型和 B 型公交车每辆年均载客量分别为 60 万人次和 100 万人次．若该公司购买 A 型和 B 型公交车的总费用不超过 1220 万元，且确保这 10 辆公交车在该线路的年均载客量总和不少于 650 万人次，则该公司有哪几种购车方案？哪种购车方案总费用最少？最少总费用是多少？

训练三：（2017•温州）为培养学生数学学习兴趣，某校七年级准备开设“神奇魔方”、“魅力数独”、“数学故事”、“趣题巧解”四门选修课（每位学生必须且只选其中一门）．

（1）学校对七年级部分学生进行选课调查，得到如图所示的统计图．根据该统计图，请估计该校七年级 480 名学生选“数学故事”的人数．

（2）学校将选“数学故事”的学生分成人数相等的 A，B，C 三个班，小聪、小慧都选择了“数学故事”，已知小聪不在 A 班，求他和小慧被分到同一个班的概率．（要求列表或画树状图）



训练四：(2017 湖北咸宁)定义：数学活动课上，李老师给出如下定义：如果一个三角形有一边上的中线等于这条边的一半，那么称这个三角形为“智慧三角形”.

理解：

（1）如图 1，已知 A、B 是⊙O 上两点，请在圆上找出满足条件的点 C，使△ABC 为“智慧三角形”（画出点 C 的位置，保留作图痕迹）；

（2）如图 2，在正方形 ABCD 中，E 是 BC 的中点，F 是 CD 上一点，且 CF=$\frac{1}{4}$CD，试判断△AEF 是否为“智慧三角形”，并说明理由；

运用：

（3）如图 3，在平面直角坐标系 xOy 中，⊙O 的半径为 1，点 Q 是直线 y=3 上的一点，若在⊙ O 上存在一点 P，使得△ OPQ 为“智慧三角形”，当其面积取得最小值时，直接写出此时点 P 的坐标.

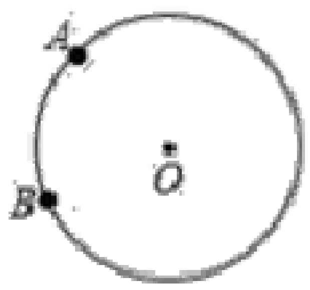


图1

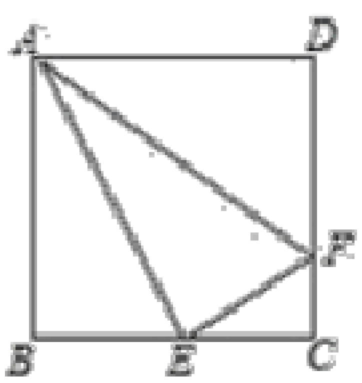


图2

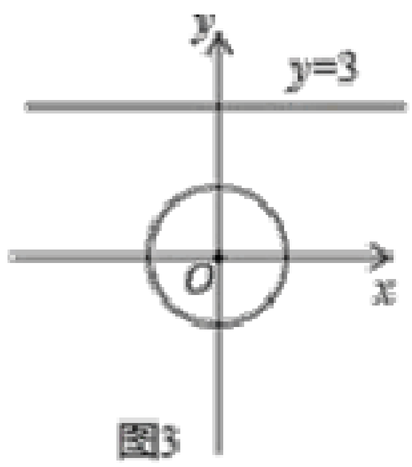


图3