云南省云天化中学 2023-2024 学年数学高三第一学期期末经典试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$ 内有一条以点 $P\left(1,\dfrac{1}{3}\right)$ 为中点的弦 AB，则直线 AB 的方程为(　　)

A． $3x-3y-2=0$　　　　B． $3x-3y+2=0$

C． $3x+3y-4=0$　　　　D． $3x+3y+4=0$

2．过抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 的焦点 F 的直线与抛物线交于 A 、B 两点，且 $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$，抛物线的准线 l 与 x 轴交于 C，ΔACF 的面积为 $8\sqrt{2}$，则 $|AB|=$（　　）

A． 6　　B． 9　　C． $9\sqrt{2}$　　D． $6\sqrt{2}$

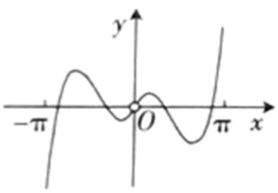
3．在复平面内，复数 $z=i$ 对应的点为 Z，将向量 $\overrightarrow{OZ}$ 绕原点 O 按逆时针方向旋转 $\dfrac{\pi}{6}$，所得向量对应的复数是（　　）

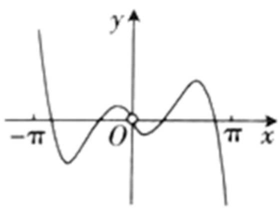
A． $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$　　B． $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$　　C． $-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$　　D． $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i$

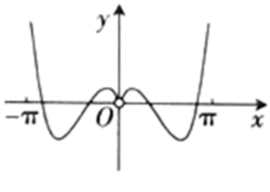
4．已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2\sqrt{3}$，$|\vec{b}|=3$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-6$，则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影为（　　　　）

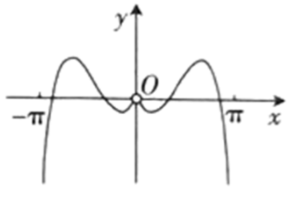
A． -2　　B． -1　　C． -3　　D． 2

5．函数 $f(x)=x^3\cos x+x\ln|x|$ 在 $[-\pi,0)\cup(0,\pi]$ 的图象大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

6．中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题：“三百七十八里关，初行健步不为难，次日脚痛减一半，六朝才得到其关，要见次日行里数，请公仔细算相还.”意思为有一个人要走378里路，第一天健步行走，从第二天起脚痛，每天走的路程为前一天的一半，走了六天恰好到达目的地，请问第二天比第四天多走了（　　）

A．96里　　B．72里　　C．48里　　D．24里

7．泰山有“五岳之首”“天下第一山”之称，登泰山的路线有四条：红门盘道徒步线路，桃花峪登山线路，天外村汽车登山线路，天烛峰登山线路.甲、乙、丙三人在聊起自己登泰山的线路时，发现三人走的线路均不同，且均没有走天外村汽车登山线路，三人向其他旅友进行如下陈述：

甲：我走红门盘道徒步线路，乙走桃花峪登山线路；

乙：甲走桃花峪登山线路，丙走红门盘道徒步线路；

丙：甲走天烛峰登山线路，乙走红门盘道徒步线路；

事实上，甲、乙、丙三人的陈述都只对一半，根据以上信息，可判断下面说法正确的是（　　）

A．甲走桃花峪登山线路　　B．乙走红门盘道徒步线路

C．丙走桃花峪登山线路　　D．甲走天烛峰登山线路

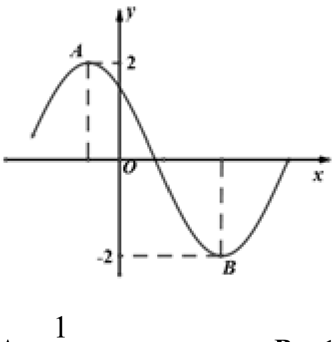
8．数列$\{a_n\}$，满足对任意的$n\in N_+$，均有$a_n+a_{n+1}+a_{n+2}$为定值.若$a_7=2$，$a_9=3$，$a_{98}=4$，则数列$\{a_n\}$的前100项的和S_{100}=(　　)

A．132　　B．299　　C．68　　D．99

9．若复数$z=\dfrac{a-i}{1+i}$在复平面内对应的点在第二象限，则实数a的取值范围是（　　）

A．$(-1,1)$　　B．$(-\infty,-1)$　　C．$(1,+\infty)$　　D．$(0,+\infty)$

10．函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0,0<\varphi<\pi)$的部分图像如图所示，若$AB=5$，点A的坐标为$(-1,2)$，若将函数$f(x)$向右平移$m(m>0)$个单位后函数图像关于y轴对称，则m的最小值为（　　）



A．$\dfrac{1}{2}$　　B．1　　C．$\dfrac{\pi}{3}$　　D．$\dfrac{\pi}{2}$

11．设复数z满足$\dfrac{z-\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=z-2\mathrm{i}$(i为虚数单位)，则$z=$（　　）

A．$\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$　　B．$\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$　　C．$-\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$　　D．$-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$

12．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，E，F，G 分别是棱 AD，CC_1，C_1D_1 的中点，给出下列四个命题:

① $EF\perp B_1C$；

② 直线 FG 与直线 A_1D 所成角为 60°；

③ 过 E，F，G 三点的平面截该正方体所得的截面为六边形;

④ 三棱锥 $B-EFG$ 的体积为 $\frac{5}{6}$.

其中，正确命题的个数为（　　）

A. 1　　　　**B.** 2　　　　**C.** 3　　　　**D.** 4

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在直角坐标系中，某等腰直角三角形的两个顶点坐标分别为 $(1,1),(2,2)$，函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,0<\omega<\frac{\pi}{2},|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象经过该三角形的三个顶点，则 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=$__________.

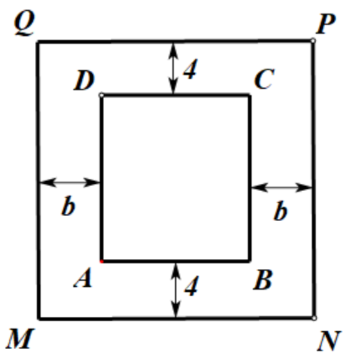
14．已知函数 $f(x)=a\ln(2x)-e^{\frac{2x}{e}}$ 有且只有一个零点，则实数 a 的取值范围为__________.

15．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，$a_2=2$，$a_{n+2}=\begin{cases}a_n+2,n=2k-1,k\in N^*\\2a_n,n=2k,k\in N^*\end{cases}$,则满足 $2019\le S_m\le 3000$ 的正整数 m 的所有取值为__________.

16． ΔABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 A,B,C 成等差数列，若 $b=\sqrt{3}$，$c=1$，则 ΔABC 的面积为__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．(12 分)一酒企为扩大生产规模，决定新建一个底面为长方形 $MNPQ$ 的室内发酵馆，发酵馆内有一个无盖长方体发酵池，其底面为长方形 $ABCD$ (如图所示)，其中 $AD\ge AB$.结合现有的生产规模，设定修建的发酵池容积为 **450** 米 ^{3}，深 **2** 米.若池底和池壁每平方米的造价分别为 **200** 元和 **150** 元，发酵池造价总费用不超过 **65400** 元



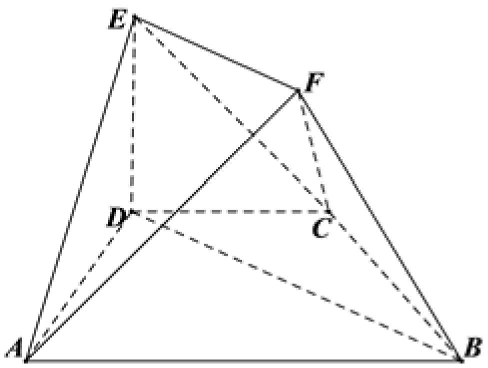
（1）求发酵池 AD 边长的范围；

（2）在建发酵馆时，发酵池的四周要分别留出两条宽为 4 米和 b 米的走道（b 为常数）.问:发酵池的边长如何设计，可使得发酵馆占地面积最小.

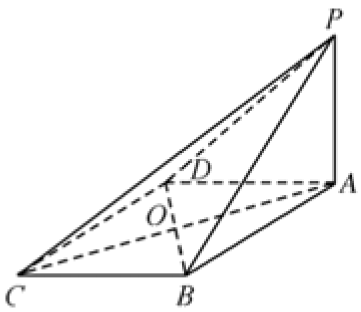
18.（12 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，$\angle ABD=30°$，$AB=2CD=2AD=2$，$DE\perp$平面 $ABCD$，$EF//BD$，且 $BD=2EF$.

（Ⅰ）求证：平面 $ADE\perp$平面 $BDEF$；

（Ⅱ）若二面角 $C-BF-D$ 的大小为 60°，求 CF 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值.



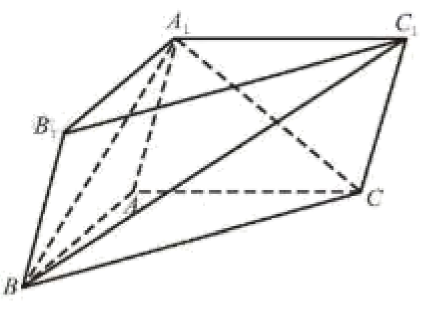
19.（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形，$PA\perp$底面 $ABCD$，$\angle BAD=60°$，$AB=PA=4$，E 是 PA 的中点，AC，BD 交于点 O.



（1）求证：$OE\parallel$平面 PBC；

（2）求三棱锥 $E-PBD$ 的体积.

20.（12 分）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，ΔABC 与 ΔA_1BC 均为等腰直角三角形，$\angle BAC=\angle BA_1C=90°$，侧面 BAA_1B_1 是菱形.



（1）证明：平面 $ABC\perp$平面 A_1BC；

（2）求二面角 $A-BC_1-C$ 的余弦值.

21．（12 分）已知 a，b，c 分别为 ΔABC 内角 A，B，C 的对边，若 ΔABC 同时满足下列四个条件中的三个：①$\dfrac{b-a}{c}=\dfrac{2\sqrt{6}a+3c}{3(a+b)}$；②$\cos 2A+2\cos^2\dfrac{A}{2}=1$；③$a=\sqrt{6}$；④$b=2\sqrt{2}$.

（1）满足有解三角形的序号组合有哪些？

（2）在（1）所有组合中任选一组，并求对应 ΔABC 的面积.

（若所选条件出现多种可能，则按计算的第一种可能计分）

22．（10 分）设 $P(n,\ m)=\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k\dfrac{m}{m+k}$，$Q(n,\ m)=C_{n+m}^{n}$，其中 $m,\ n\in\mathbf{N}^*$.

（1）当 $m=1$ 时，求 $P(n,1)\cdot Q(n,1)$ 的值；

（2）对 $\forall m\in\mathbf{N}^+$，证明：$P(n,\ m)\cdot Q(n,\ m)$ 恒为定值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

设 $A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$，则 $\dfrac{x_1^{\ 2}}{3}+y_1^{\ 2}=1$，$\dfrac{x_2^{\ 2}}{3}+y_2^{\ 2}=1$，相减得到 $\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}k=0$，解得答案.

【详解】

设 $A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$，设直线斜率为 k，则 $\dfrac{x_1^{\ 2}}{3}+y_1^{\ 2}=1$，$\dfrac{x_2^{\ 2}}{3}+y_2^{\ 2}=1$，

相减得到：$\dfrac{\left(x_1-x_2\right)\left(x_1+x_2\right)}{3}+\left(y_1+y_2\right)\left(y_1-y_2\right)=0$，$AB$ 的中点为 $P\left(1,\dfrac{1}{3}\right)$，

即 $\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}k=0$，故 $k=-1$，直线 AB 的方程为：$y=-x+\dfrac{4}{3}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了椭圆内点差法求直线方程，意在考查学生的计算能力和应用能力.

2、**B**

【解析】

设点 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，并设直线 AB 的方程为 $x=my+\dfrac{p}{2}$，由 $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$ 得 $y_1=-2y_2$，将直线 AB 的方程代入韦达定理，求得 $|y_1|$，结合 ΔACF 的面积求得 p 的值，结合焦点弦长公式可求得 $|AB|$.

【详解】

设点 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，并设直线 AB 的方程为 $x=my+p$，

将直线 AB 的方程与抛物线方程联立 $\begin{cases} x=my+\dfrac{p}{2} \\ y^2=2px \end{cases}$，消去 x 得 $y^2-2pmy-p^2=0$，

由韦达定理得 $y_1+y_2=2pm$，$y_1y_2=-p^2$，

$\overrightarrow{AF}=\left(\dfrac{p}{2}-x_1,-y_1\right)$，$\overrightarrow{FB}=\left(x_2-\dfrac{p}{2},y_2\right)$，$\because \overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$，$\therefore -y_1=2y_2$，$\therefore y_1=-2y_2$，

$\therefore y_1y_2=-2y_2^2=-p^2$，可得 $|y_2|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}p$，$|y_1|=2|y_2|=\sqrt{2}p$，

抛物线的准线 l 与 x 轴交于 $C\left(-\dfrac{p}{2},0\right)$，

ΔACF 的面积为 $\dfrac{1}{2}\times p\times\sqrt{2}p=\dfrac{\sqrt{2}}{2}p^2=8\sqrt{2}$，解得 $p=4$，则抛物线的方程为 $y^2=8x$，

所以，$|AB|=x_1+x_2+p=\dfrac{y_1^2+y_2^2}{8}+4=\dfrac{\frac{5}{2}p^2}{8}+p=9$.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查抛物线焦点弦长的计算，计算出抛物线的方程是解答的关键，考查计算能力，属于中等题.

3、**A**

【解析】

由复数 z 求得点 Z 的坐标，得到向量 $\overrightarrow{OZ}$ 的坐标，逆时针旋转 $\dfrac{\pi}{6}$，得到向量 $\overrightarrow{OB}$ 的坐标，则对应的复数可求.

【详解】

解：∵复数 $z=i$（i 为虚数单位）在复平面中对应点 Z（0，1），

$\therefore \overrightarrow{OZ}$ =(0，1)，将 $\overrightarrow{OZ}$ 绕原点 O 逆时针旋转 $\dfrac{\pi}{6}$ 得到 $\overrightarrow{OB}$

，

设 $\overrightarrow{OB}=(a,b)$，$a<0,b>0$，

则 $\overrightarrow{OZ}\cdot\overrightarrow{OB}=b=\left|\overrightarrow{OZ}\right|\left|\overrightarrow{OB}\right|\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

即 $b=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

又 $a^2+b^2=1$，

解得：$a=-\frac{1}{2},b=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore\overrightarrow{OB}=\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，

对应复数为 $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

故选：A.

【点睛】

本题考查复数的代数表示法及其几何意义，是基础题.

4、A

【解析】

根据向量投影的定义，即可求解.

【详解】

$\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影为 $|\vec{a}|\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{-6}{3}=-2$.

故选:A

【点睛】

本题考查向量的投影，属于基础题.

5、B

【解析】

先考虑奇偶性，再考虑特殊值，用排除法即可得到正确答案.

【详解】

$f(x)$ 是奇函数，排除 C，D；$f(\pi)=\pi\left(\ln\pi-\pi^2\right)<0$，排除 A.

故选：B.

【点睛】

本题考查函数图象的判断，属于常考题.

6、**B**

【解析】

人每天走的路程构成公比为$\dfrac{1}{2}$的等比数列，设此人第一天走的路程为a_1，计算$a_1=192$，代入得到答案.

【详解】

由题意可知此人每天走的路程构成公比为$\dfrac{1}{2}$的等比数列，设此人第一天走的路程为a_1，

则$\dfrac{a_1\left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^6\right]}{1-\dfrac{1}{2}}=378$，解得$a_1=192$，从而可得$a_2=192\times\dfrac{1}{2}=96,a_4=192\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=24$，故

$a_2-a_4=96-24=72$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了等比数列的应用，意在考查学生的计算能力和应用能力.

7、**D**

【解析】

甲乙丙三人陈述中都提到了甲的路线,由题意知这三句中一定有一个是正确另外两个错误的,再分情况讨论即可.

【详解】

若甲走的红门盘道徒步线路,则乙,丙描述中的甲的去向均错误,又三人的陈述都只对一半,则乙丙的另外两句话"丙走红门盘道徒步线路","乙走红门盘道徒步线路"正确,与"三人走的线路均不同"矛盾.

故甲的另一句"乙走桃花峪登山线路"正确,故丙的"乙走红门盘道徒步线路"错误,"甲走天烛峰登山线路"正确.乙的话中"甲走桃花峪登山线路"错误,"丙走红门盘道徒步线路"正确.

综上所述,甲走天烛峰登山线路,乙走桃花峪登山线路，丙走红门盘道徒步线路

故选：**D**

【点睛】

本题主要考查了判断与推理的问题,重点是找到三人中都提到的内容进行分类讨论,属于基础题型.

8、**B**

【解析】

由$a_n+a_{n+1}+a_{n+2}$为定值，可得$a_{n+3}=a_n$，则$\{a_n\}$是以**3**为周期的数列，求出a_1,a_2,a_3，即求S_{100}.

【详解】

对任意的$n\in\mathbf{N}_{+}$，均有$a_n+a_{n+1}+a_{n+2}$为定值，

$\therefore\left(a_{n+1}+a_{n+2}+a_{n+3}\right)-\left(a_n+a_{n+1}+a_{n+2}\right)=0$，

故$a_{n+3}=a_n$，

$\therefore\left\{a_n\right\}$是以 3 为周期的数列，

故$a_1=a_7=2,a_2=a_{98}=4,a_3=a_9=3$，

$\therefore S_{100}=\left(a_1+a_2+a_3\right)+\cdots+\left(a_{97}+a_{98}+a_{99}\right)+a_{100}=33\left(a_1+a_2+a_3\right)+a_1$

$=33\left(2+4+3\right)+2=299$.

故选：B.

【点睛】

本题考查周期数列求和，属于中档题.

9、**B**

【解析】

复数$z=\dfrac{a-i}{1+i}=\dfrac{a-1}{2}-\dfrac{a+1}{2}i$，在复平面内对应的点在第二象限，可得关于 ***a*** 的不等式组，解得 ***a*** 的范围.

【详解】

$z=\dfrac{a-i}{1+i}=\dfrac{a-1}{2}-\dfrac{a+1}{2}i$，

由其在复平面对应的点在第二象限，

得$\begin{cases}a-1<0\\a+1<0\end{cases}$，则$a<-1$.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查了复数的运算法则、几何意义、不等式的解法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

10、**B**

【解析】

根据图象以及题中所给的条件，求出A,ω和φ，即可求得$f\left(x\right)$的解析式，再通过平移变换函数图象关于y轴对称，求得m的最小值.

【详解】

由于 $AB=5$，函数最高点与最低点的高度差为4，

所以函数 $f(x)$ 的半个周期 $\frac{T}{2}=3$，所以 $T=\frac{2\pi}{\omega}=6\Rightarrow\omega=\frac{\pi}{3}$，

又 $A(-1,2)$，$0<\varphi<\pi$，则有 $2\sin\left(-1\times\frac{\pi}{3}+\varphi\right)=2$，可得 $\varphi=\frac{5\pi}{6}$，

所以 $f(x)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}x+\frac{5\pi}{6}\right)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)=2\cos\frac{\pi}{3}(x+1)$，

将函数 $f(x)$ 向右平移 m 个单位后函数图像关于 y 轴对称，即平移后为偶函数，

所以 m 的最小值为 **1**，

故选：**B.**

【点睛】

该题主要考查三角函数的图象和性质，根据图象求出函数的解析式是解决该题的关键，要求熟练掌握函数图象之间的变换关系，属于简单题目.

11、**B**

【解析】

易得 $z=\frac{2+i}{1-i}$，分子分母同乘以分母的共轭复数即可.

【详解】

由已知，$z-i=zi+2$，所以 $z=\frac{2+i}{1-i}=\frac{(2+i)(1+i)}{2}=\frac{1+3i}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查复数的乘法、除法运算，考查学生的基本计算能力，是一道容易题.

12、**C**

【解析】

画出几何体的图形，然后转化判断四个命题的真假即可.

【详解】

如图；