

第 12 讲 角、角的比较及多边形和圆的初步认识



目标导航

在这一部分对知识点的认知最为重要，在学习过程中要注意结合小学的几何知识，使学生熟练的认识各种线，为几何的学习打下牢固的基础。

本讲的知识是我们初中几何知识的基石，其中最为重要的是对各种线的认知，通过本讲会对几何有一个初步的认识。



知识精讲



知识点

1 角的定义

角：由两条具有公共端点的射线组成，两条射线公共端点是这个角的顶点。

射线绕它的端点旋转，当终边和始边成一条直线时，所成的角叫做平角。终边继续旋转，当它又和始边重合时，所成的角叫做周角。1 平角 $=180^\circ$ ，1 周角 $=360^\circ$ 。

单位转换：

1 度 $=60$ 分，符号表示： $1^\circ = 60'$ 。

1 分 $=60$ 秒，符号表示： $1' = 60''$ 。

2 角的大小比较

重叠比较法：由线段的重叠比较法知，将要比较的两条线段一端重合，再看另一端的位置

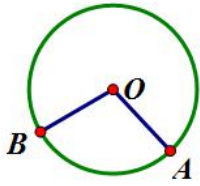
度量法：因为角可以用量角器来量出度数，度数大的角大于度数小的角，通过角的度数来比较角的大小。

角平分线定义：一条射线把一个角分成两个相等的角，这条射线叫做这个角的平分线。

3 多边形和圆的初步认识

多边形：三角形、四边形、五边形、六边形等都是多边形。连接多边形不相邻的两个顶点之间的线段叫做多边形的对角线。

圆：如下图，平面上，一条线段绕着它固定的一个端点旋转一周，另一个端点形成的图形叫做圆。固定的端点 O 称为圆心。线段 OA 称为半径。圆上任意两点 A, B 间的部分叫做圆弧，简称弧，记作 $\overset{\frown}{AB}$ ，读作“圆弧 AB ”或“弧 AB ”。由一条弧 AB 和经过这条弧的端点的两条半径 OA, OB 所组成的图形叫做扇形；顶点在圆心的角叫做圆心角。



【知识拓展 1】角的定义

从点 O 出发有五条射线，可以组成的角的个数是（ ）

- A. 4 个 B. 5 个 C. 7 个 D. 10 个

【解析】D

$$4+3+2+1=10$$

【总结与反思】根据角的定义查找即可.

【知识拓展 2】角度计算

下列计算错误的是（ ）

- A. $0.25^\circ = 900''$ B. $1.5^\circ = 90'$
 C. $1000'' = \left(\frac{5}{18}\right)^\circ$ D. $125.45^\circ = 1254.5'$

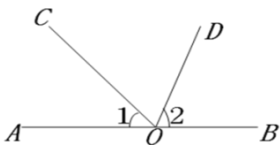
【解析】D

$$125.45 \times 60 = 7527'$$

【总结与反思】根据角度的换算公式即可得出正确答案.

【知识拓展 3】角平分线

如图所示，已知 O 是直线 AB 上一点， $\angle 1 = 40^\circ$ ，OD 平分 $\angle BOC$ ，则 $\angle 2$ 的度数是（ ）



- A. 20° B. 25° C. 30° D. 70°

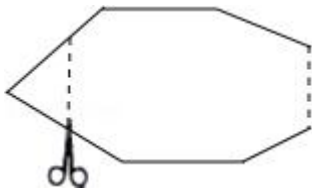
【解析】D

$$\angle 2 = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

【总结与反思】根据角平分线的性质计算即可.

【知识拓展 4】多边形与正多边形

如图，一个多边形纸片按图示的剪法剪去一个内角后，得到一个内角和为 2340° 的新多边形，则原多边形的边数为（ ）



- A. 13 B. 14 C. 15 D. 16

【解析】 B

$$2340^{\circ} \div 180^{\circ} = 13, 13 + 2 - 1 = 14$$

【总结与反思】 根据多边形内角和计算即可.

【知识拓展 5】圆、弧、扇形、圆心角

说法中, 结论错误的是 ()

- A. 直径相等的两个圆是等圆
- B. 长度相等的两条弧是等弧
- C. 圆中最长的弦是直径
- D. 一条弦把圆分成两条弧, 这两条弧可能是等弧

【解析】 B

没有强调在同一个圆中

【总结与反思】 根据圆的性质即可解答.

能力拓展

知识点一 角的有关概念

1. 角的定义

静态定义: 角是由两条具有公共端点的射线组成的图形, 两条射线的公共端点是这个角的顶点, 这两条射线是角的两边.

动态定义: 角也可以看做一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形. 起始位置的射线叫做角的始边, 终止位置的射线叫做角的终边.

注意: (1) 角的大小与角两边的长短没有关系, 只与构成角的两边的张开幅度有关;

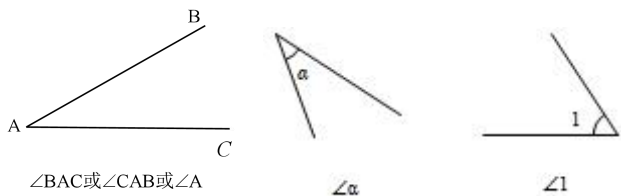
(2) 没有特殊说明, 角都是指小于平角的角.

2. 角的表示

(1) 用三个大写字母表示 (注意把顶点字母写在中间);

(2) 当顶点处只有一个角时, 也可以用一个大写字母 (角的顶点处的字母) 来表示角;

(3) 用一个数字或希腊字母表示角.



3. 角的分类

角的分类：锐角、直角、钝角

注：当一条射线绕着它的端点旋转时，角逐渐由小变大，依次形成锐角、直角、钝角、平角、周角。

4. 角的单位换算

我们常用量角器量角，**度、分、秒**是常用的角的度量单位。

把一个周角 360 等分，每一份就是 1 度的角，记作 1° ；

把 1 度的角 60 等分，每一份叫做 1 分的角，记作 $1'$ ；

把 $1'$ 的角 60 等分，每一份叫做 1 秒的角，记作 $1''$ 。

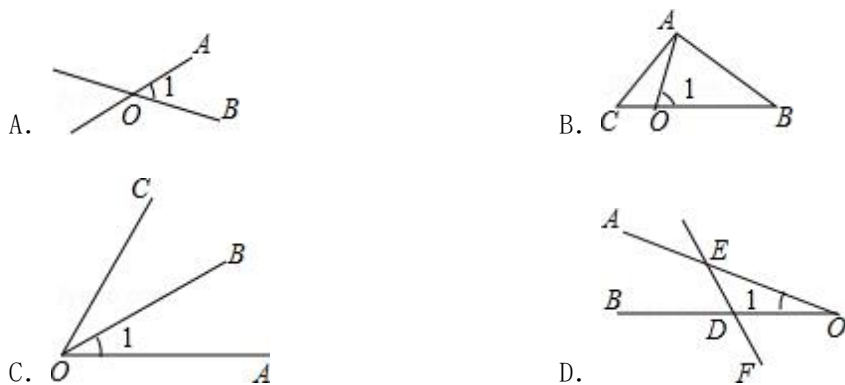
1 周角 = 360° ，1 平角 = 180° ， $1^\circ = 60'$ ， $1' = 60''$

5. 方向角

方向角的常用表示方法：

(1) 北偏东，北偏西；南偏东，南偏西；(2) 东北，东南，西北，西南；(3) 正东，正西，正南，正北。

1. (2019 秋·孝南区期末) 如图所示，能用 $\angle AOB$ ， $\angle O$ ， $\angle 1$ 三种方法表示同一个角的图形是 ()



【解答】解： A、以 O 为顶点的角不止一个，不能用 $\angle O$ 表示，故 A 选项错误；

B、以 O 为顶点的角不止一个，不能用 $\angle O$ 表示，故 B 选项错误；

C、以 O 为顶点的角不止一个，不能用 $\angle O$ 表示，故 C 选项错误；

D、能用 $\angle 1$ ， $\angle AOB$ ， $\angle O$ 三种方法表示同一个角，故 D 选项正确。

故选：D。

2. (2019 秋·成都期末) $2700'' = \underline{\quad\quad}' = \underline{\quad\quad}$ 度。

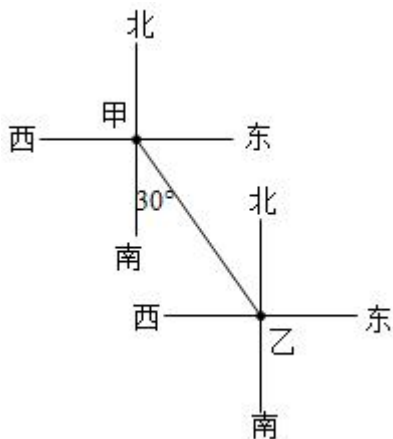
【解答】解： $\because 2700'' = (2700 \div 60)' = (2700 \div 60 \div 60)^\circ$ ，

$\therefore 2700'' = 45' = 0.75$ 度.

3. (2019·闵行区一模) 如果从甲船看乙船, 乙船在甲船的南偏东 30° 方向, 那么从乙船看甲船, 甲船在乙船的()

- A. 北偏东 30° B. 北偏西 30° C. 北偏东 60° D. 北偏西 60°

【解答】解: \therefore 从甲船看乙船, 乙船在甲船的南偏东 30° 方向,



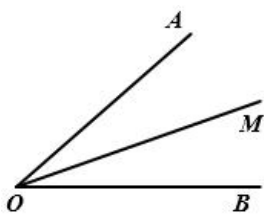
\therefore 从乙船看甲船, 甲船在乙船的北偏西 30° 方向.

故选: B.

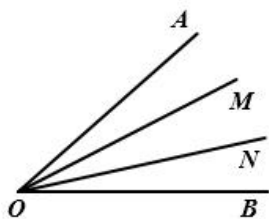
知识点二 角平分线及计算

1. 角平分线

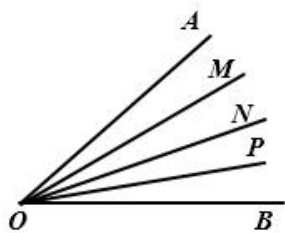
一般地, 从一个角的顶点出发, 把这个角分成两个相等的角的射线, 叫做这个角的平分线. 如图所示, OM 平分 $\angle AOB$, 则 $\angle AOM = \angle BOM = \frac{1}{2}\angle AOB$, 另外角还有三等分线、四等分线等.



$$\angle AOM = \angle BOM = \frac{1}{2}\angle AOB$$



$$\angle AOM = \angle MON = \angle NOB = \frac{1}{3}\angle AOB$$



$$\angle AOM = \angle MON = \angle NOP = \angle POB = \frac{1}{4}\angle AOB$$

2. 双角分线

(1) 如图 1, OP 为 $\angle AOB$ 内一条射线, OM 平分 $\angle BOP$, ON 平分 $\angle AOP$, 结论: $\angle MON = \frac{1}{2}\angle AOB$.

(2) 如图 2, OP 为 $\angle AOB$ 外一条射线, OM 平分 $\angle BOP$, ON 平分 $\angle AOP$, 结论: $\angle MON = \frac{1}{2}\angle AOB$.

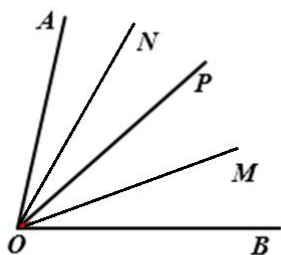


图 1

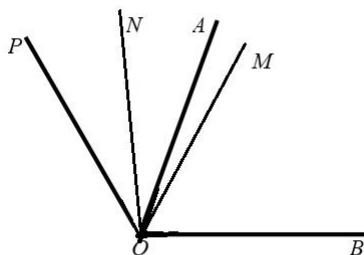


图 2

2. 综合: 角度的旋转

(1) 角旋转后的度数 = 角的旋转速度 \times 时间 t ;

(2) 注意位置所产生的多解问题;

(3) 利用角度的和差关系.

1. (2019 秋·福田区校级期末) 射线 OC 在 $\angle AOB$ 内部, 下列条件不能说明 OC 是 $\angle AOB$ 的平分线的是 ()

A. $\angle AOC = \frac{1}{2}\angle AOB$

B. $\angle BOC = \frac{1}{2}\angle AOB$

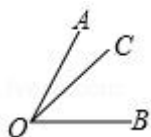
C. $\angle AOC + \angle BOC = \angle AOB$

D. $\angle AOC = \angle BOC$

【解答】解: A、射线 OC 在 $\angle AOB$ 内部, 当 $\angle AOC = \frac{1}{2}\angle AOB$ 时, OC 是 $\angle AOB$ 的平分线, 故本选项不符合题意;

B、射线 OC 在 $\angle AOB$ 内部, 当 $\angle BOC = \frac{1}{2}\angle AOB$ 时, OC 是 $\angle AOB$ 的平分线, 故本选项不符合题意;

C、如图所示,

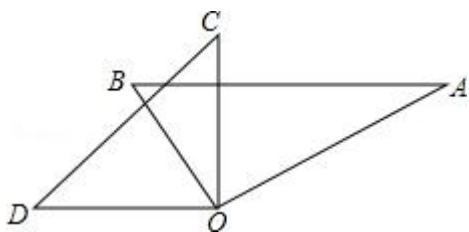


射线 OC 在 $\angle AOB$ 内部, $\angle AOC + \angle BOC = \angle AOB$, OC 不一定是 $\angle AOB$ 的平分线, 故本选项符合题意;

D、射线 OC 在 $\angle AOB$ 内部, 当 $\angle AOC = \angle BOC$ 时, OC 是 $\angle AOB$ 的平分线, 故本选项不符合题意.

故选: C.

2. (2018春·高密市期末)如图,两块直角三角板的直角顶点 O 重合在一起,若 $\angle BOC = \frac{1}{7}\angle AOD$,则 $\angle BOC$ 的度数为()



- A. 22.5° B. 30° C. 45° D. 60°

【解答】解: 由两块直角三角板的直顶角 O 重合在一起可知: $\angle DOC = \angle BOA = 90^\circ$,

$$\therefore \angle DOB + \angle BOC = 90^\circ, \quad \angle AOC + \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DOB = \angle AOC,$$

设 $\angle BOC = x^\circ$, 则 $\angle AOD = 7x^\circ$,

$$\therefore \angle DOB + \angle AOC = \angle AOD - \angle BOC = 6x^\circ,$$

$$\therefore \angle DOB = 3x^\circ,$$

$$\therefore \angle DOB + \angle BOC = 4x^\circ = 90^\circ,$$

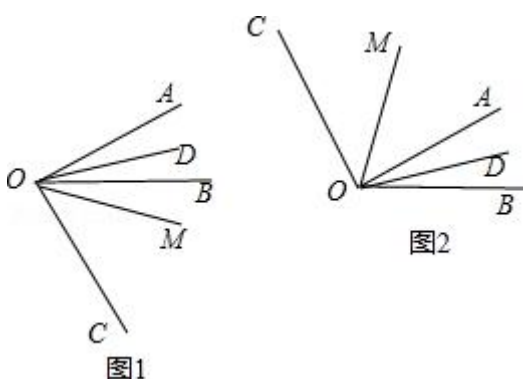
解得: $x = 22.5$.

故选: A.

3. (2019秋·甘州区期末)已知 $\angle AOB = 20^\circ$, $\angle AOC = 4\angle AOB$, OD 平分 $\angle AOB$, OM 平分 $\angle AOC$,则 $\angle MOD$ 的度数是()

- A. 20° 或 50° B. 20° 或 60° C. 30° 或 50° D. 30° 或 60°

【解答】



解: 分为两种情况: 如图1, 当 $\angle AOB$ 在 $\angle AOC$ 内部时,

$$\therefore \angle AOB = 20^\circ, \quad \angle AOC = 4\angle AOB,$$

$$\therefore \angle AOC = 80^\circ,$$

$\therefore OD$ 平分 $\angle AOB$ ， OM 平分 $\angle AOC$ ，

$$\therefore \angle AOD = \angle BOD = \frac{1}{2} \angle AOB = 10^\circ, \quad \angle AOM = \angle COM = \frac{1}{2} \angle AOC = 40^\circ,$$

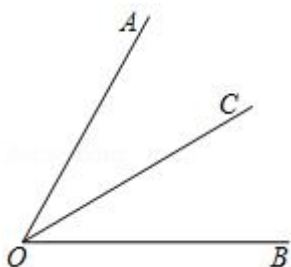
$$\therefore \angle DOM = \angle AOM - \angle AOD = 40^\circ - 10^\circ = 30^\circ;$$

如图 2，当 $\angle AOB$ 在 $\angle AOC$ 外部时，

$$\angle DOM = \angle AOM + \angle AOD = 40^\circ + 10^\circ = 50^\circ;$$

故选：C。

4. (2019 秋·成华区期末) 如图 $\angle AOB = 60^\circ$ ，射线 OC 平分 $\angle AOB$ ，以 OC 为一边作 $\angle COP = 15^\circ$ ，则 $\angle BOP =$ ()



A. 15°

B. 45°

C. 15° 或 30°

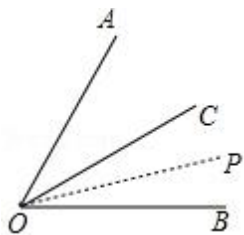
D. 15° 或 45°

【解答】解： $\because \angle AOB = 60^\circ$ ，射线 OC 平分 $\angle AOB$ ，

$$\therefore \angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB = 30^\circ,$$

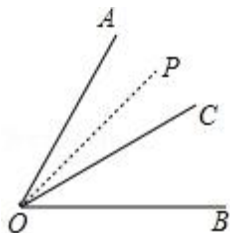
又 $\angle COP = 15^\circ$

①当 OP 在 $\angle BOC$ 内，



$$\angle BOP = \angle BOC - \angle COP = 30^\circ - 15^\circ = 15^\circ,$$

②当 OP 在 $\angle AOC$ 内，



$$\angle BOP = \angle BOC + \angle COP = 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ,$$

综上所述： $\angle BOP = 15^\circ$ 或 45° .

故选：D .

知识点三 多边形和圆

1. 多边形及其相关概念

(1) 由若干条不在同一直线上的线段首尾顺次相连组成的封闭平面图形叫作多边形.

(2) 在多边形内部，相邻两边所夹的角叫作多边形的内角.

(3) 连接多边形不相邻的两个顶点的线段叫作多边形的对角线.

注：从 n 边形每一个顶点出发都能引出 $(n-3)$ 条对角线，共有 n 个顶点，共能引出 $n(n-3)$ 条对角线. 但每条对角线都重复计算了一次，从而 n 边形的对角线共有 $\frac{n(n-3)}{2}$ 条.

2. 正多边形

各边相等，各角也相等的多边形叫作正多边形.

3. 圆

(1) 平面上，一条线段绕着它固定的一个端点旋转一周，另一个端点形成的图形叫作圆.

(2) 圆上任意两点 A, B 间的部分叫作圆弧，简称弧.

(3) 扇形弧长公式： $\frac{n\pi R}{180}$ ；扇形面积公式： $\frac{n\pi R^2}{360}$.

1. (2019 秋·龙华区期末) 若经过 n 边形的一个顶点的所有对角线可以将该 n 边形分成 7 个三角形，则 n 的值是()

A. 7

B. 8

C. 9

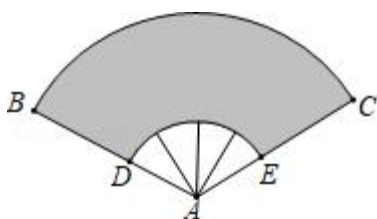
D. 10

【解答】解：依题意有 $n-2=7$ ，

解得： $n=9$.

故选：C .

2. (2019 秋·龙岗区期末) 扇子是引风用品，夏令营必备之物，纸扇在 DE 与 BC 之间糊有纸条，可以题字或者作画. 如图，竹条 AD 的长为 5cm ，贴纸的部分 BD 的长为 10cm . 扇形纸扇完全打开后，外侧两竹条 AB ， AC 夹角为 120° ，则纸扇贴纸部分的面积为()



- A. $\frac{225}{3}\pi cm^2$ B. $\frac{100}{3}\pi cm^2$ C. $\frac{200}{3}\pi cm^2$ D. $100\pi cm^2$

【解答】解：设 $AB = R$ ， $AD = r$ ，

$$\begin{aligned} \text{则 } S_{\text{贴纸}} &= \frac{1}{3}\pi R^2 - \frac{1}{3}\pi r^2 \\ &= \frac{1}{3}\pi(R^2 - r^2) \\ &= \frac{1}{3}\pi(R+r)(R-r) \\ &= \frac{1}{3}\times(15+5)\times(15-5)\pi \\ &= \frac{200}{3}\pi(cm^2). \end{aligned}$$

答：贴纸部分的面积为 $\frac{200}{3}\pi cm^2$ 。

故选：C。



题组 A 基础过关练

一、单选题

1. (2020·吉林·长春市第四十七中学七年级期中) 如图所示的图形中，能够用一个图形镶嵌整个平面的有 () 个



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】C

【分析】几何图形镶嵌成平面的关键是：围绕一点拼在一起的多边形的内角加在一起恰好组成一个周角，据此逐一判断即可。

【详解】解：等腰三角形的内角和是 180° ，能被 360° 整除，放在同一顶点处能够用一种图形镶嵌整个平面；

四边形的内角和是 360° ，能被 360° 整除，放在同一顶点处能够用一种图形镶嵌整个平面；

正六边形的每个内角是 120° ，能被 360° 整除，能够用一种图形镶嵌整个平面；

正五边形的每个内角是 108° ，不能被 360° 整除，放在同一顶点处不能够用一种图形镶嵌整个平面；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/876213152035010050>