浙江省“温州十校联合体”2024届数学高三上期末调研试题

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知整数x,y满足$x^2+y^2\le 10$，记点M的坐标为(x,y)，则点M满足$x+y\ge\sqrt{5}$的概率为（　　）

A．$\dfrac{9}{35}$　　B．$\dfrac{6}{35}$　　C．$\dfrac{5}{37}$　　D．$\dfrac{7}{37}$

2．如图，这是某校高三年级甲、乙两班在上学期的5次数学测试的班级平均分的茎叶图，则下列说法不正确的是（　　）

甲班		乙班
7	9	5　8
7　3　1	10	1　3
2	11	3

A．甲班的数学成绩平均分的平均水平高于乙班

B．甲班的数学成绩的平均分比乙班稳定

C．甲班的数学成绩平均分的中位数高于乙班

D．甲、乙两班这5次数学测试的总平均分是103

3．波罗尼斯（古希腊数学家，的公元前262-190年）的著作《圆锥曲线论》是古代世界光辉的科学成果，它将圆锥曲线的性质网罗殆尽，几乎使后人没有插足的余地．他证明过这样一个命题：平面内与两定点距离的比为常数k（k＞0，且k≠1）的点的轨迹是圆，后人将这个圆称为阿波罗尼斯圆．现有椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0），A，B为椭圆的长轴端点，C，D为椭圆的短轴端点，动点M满足$\dfrac{|MA|}{|MB|}=2$，△MAB面积的最大值为8，△MCD面积的最小值为1，则椭圆的离心率为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4．在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，已知$AB\perp BC$，$AB=BC=2$，$CC_1=2\sqrt{2}$，则异面直线AC_1与A_1B_1所成的角为（　　）

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．90°

5．若 **x**，**y** 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+4\geq 0, \\ x-2\leq 0, \\ x+y-2\geq 0, \end{cases}$ 且 $z=ax+y$ 的最大值为 $2a+6$，则 **a** 的取值范围是（　　）

A． $[-1,+\infty)$　　　**B．** $(-\infty,-1]$　　　**C．** $(-1,+\infty)$　　　**D．** $(-\infty,-1)$

6．$\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+mx^2\right)^5$ 的展开式中 x^5 的系数是**-10**，则实数 $m=$ **(　　)**

A．2　　　**B．1**　　　**C．-1**　　　**D．-2**

7．已知 x,y 满足 $\begin{cases} x-y\ldots 0 \\ x+y\ldots 0 \\ x\ldots 1 \end{cases}$，则 $\frac{y-3}{x-2}$ 的取值范围为（　　）

A． $\left[\frac{3}{2},4\right]$　　　**B．** $(1,2]$　　　**C．** $(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$　**D．** $(-\infty,1)\cup[2,+\infty)$

8．我们熟悉的卡通形象“哆啦 *A* 梦”的长宽比为 $\sqrt{2}:1$.在东方文化中通常称这个比例为“白银比例”，该比例在设计和建筑领域有着广泛的应用.已知某电波塔自下而上依次建有第一展望台和第二展望台，塔顶到塔底的高度与第二展望台到塔底的高度之比，第二展望台到塔底的高度与第一展望台到塔底的高度之比皆等于“白银比例”，若两展望台间高度差为 **100** 米，则下列选项中与该塔的实际高度最接近的是（　　）

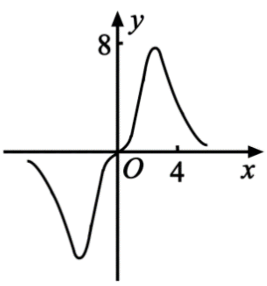
A．400 米　　　**B．480** 米

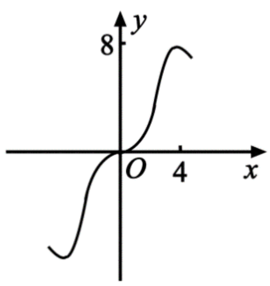
C．520 米　　　**D．600** 米

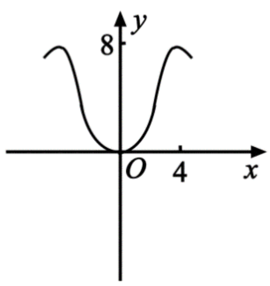
9．在平面直角坐标系 xOy 中，锐角 θ 顶点在坐标原点，始边为 **x** 轴正半轴，终边与单位圆交于点 $P\left(\frac{\sqrt{5}}{5},m\right)$，则 $\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)=$（　　）

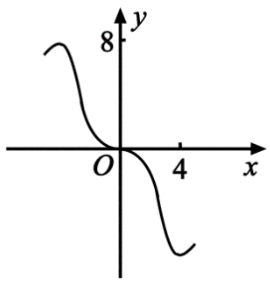
A． $\frac{\sqrt{2}}{10}$　　　**B．** $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　　**C．** $\frac{7\sqrt{2}}{10}$　　　**D．** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

10．函数 $y=\frac{2x^3}{2^x+2^{-x}}$ 在 $[-6,6]$ 的图像大致为

A．


B．


C．


D. 

11．已知$\left|2\vec{a}+\vec{b}\right|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}\in\left[-4,0\right]$，则$\left|\vec{a}\right|$的取值范围是（　　）

A．[0，1]　　**B．**$\left[\dfrac{1}{2},1\right]$　　**C．[1，2]**　　**D．[0，2]**

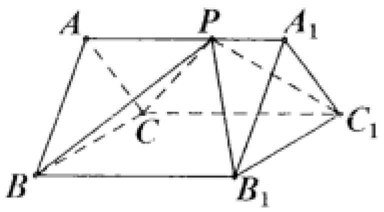
12．已知平面向量$\vec{a}=\left(4,2\right)$，$\vec{b}=\left(x,3\right)$，$\vec{a}//\vec{b}$，则实数 **x** 的值等于（　　）

A．6　　**B．1**　　**C．**$\dfrac{3}{2}$　　**D．**$-\dfrac{3}{2}$

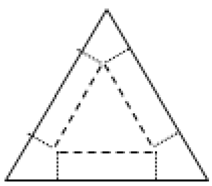
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的所有棱长均为 **2**,点P为侧棱AA_1上任意一点,则四棱锥$P-BCC_1B_1$的体积为

__________.



14．如图，从一个边长为12的正三角形纸片的三个角上，沿图中虚线剪出三个全等的四边形，余下部分再以虚线为折痕折起，恰好围成一个缺少上底的正三棱柱，而剪出的三个相同的四边形恰好拼成这个正三棱柱的上底，则所得正三棱柱的体积为______.



15．“石头、剪子、布”是大家熟悉的二人游戏，其规则是：在石头、剪子和布中，二人各随机选出一种，若相同则平局；若不同，则石头克剪子，剪子克布，布克石头.甲、乙两人玩一次该游戏，则甲不输的概率是______.

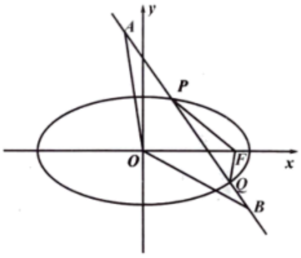
16．若函数$f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(A>0,\omega>0\right)$的图像与直线$y=m$的三个相邻交点的横坐标分别是$\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}$,则实数$\omega$的值为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）若正数a,b,c满足$a+b+c=1$，求$\dfrac{1}{3a+2}+\dfrac{1}{3b+2}+\dfrac{1}{3c+2}$的最小值.

18.（12 分）如图，已知椭圆□: $\frac{□^2}{4}+□^2=1$，□为其右焦点，直线□: □ = □□ + □(□□ < 0)与椭圆交于

□($□_1$, $□_1$), □($□_2$, $□_2$)两点，点□, □在□上，且满足|□□| = |□□|, |□□| = |□□|, |□□| = |□□|.(点□, □, □, □从上到下依次排列)



(*I*)试用$□_1$表示|□□|：

(*II*)证明：原点□到直线 *l* 的距离为定值.

19.（12 分）已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ a & 0\end{bmatrix}$ 的逆矩阵 $A^{-1}=\begin{bmatrix}0 & 2\\ b & 0\end{bmatrix}$.若曲线 C_1：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 在矩阵 *A* 对应的变换作用下得到另一曲线 C_2，求曲线 C_2 的方程.

20.（12 分）在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=3+4t\\ y=-2+3t\end{cases}$，（$t$ 为参数）.以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-8=0$.

（1）求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程；

（2）若点 P 是直线 l 的一点，过点 P 作曲线 C 的切线，切点为 Q，求 $|PQ|$ 的最小值.

21.（12 分）已知函数 $f(x)=\frac{\ln x+ax}{e^x},a\in R$

（1）若函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0\left(\ln 2<x_0<\ln 3\right)$ 处取得极值 1，证明：$2-\frac{1}{\ln 2}<a<3-\frac{1}{\ln 3}$

（2）若 $f(x)\leq x-\frac{1}{e^x}$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

22.（10 分）在 ΔABC 中，设 a、b、c 分别为角 A、B、C 的对边，记 ΔABC 的面积为 S，且 $2S=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

（1）求角 A 的大小；

（2）若 $c=7$，$\cos B=\frac{4}{5}$，求 a 的值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

列出所有圆内的整数点共有 37 个，满足条件的有 7 个，相除得到概率.

【详解】

因为x, y是整数，所以所有满足条件的点$M(x, y)$是位于圆$x^2+y^2=10$（含边界）内的整数点，满足条件

$x^2+y^2\le 10$的整数点有$(0,0),(0,\pm 1),(0,\pm 2),(0,\pm 3),(\pm 1,0),$

$(\pm 2,0),(\pm 3,0),(\pm 1,\pm 1),(\pm 2,\pm 1),(\pm 3,\pm 1),(\pm 1,\pm 2),(\pm 2,\pm 2),(\pm 1,\pm 3)$共 37 个，

满足$x+y\ge\sqrt{5}$的整数点有 7 个，则所求概率为$\dfrac{7}{37}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查了古典概率的计算，意在考查学生的应用能力.

2、**D**

【解析】

计算两班的平均值，中位数，方差得到ABC正确，两班人数不知道，所以两班的总平均分无法计算，D错误，得到答案.

【详解】

由题意可得甲班的平均分是 104，中位数是 103，方差是 26.4；

乙班的平均分是 102，中位数是 101，方差是 37.6，则 ***A***，***B***，***C*** 正确.

因为甲、乙两班的人数不知道，所以两班的总平均分无法计算，故 ***D*** 错误.

故选：D.

【点睛】

本题考查了茎叶图，平均值，中位数，方差，意在考查学生的计算能力和应用能力.

3、**D**

【解析】

求得定点 M 的轨迹方程$\left(x-\frac{5a}{3}\right)^2+y^2=\frac{16a^2}{9}$**可得**$\frac{1}{2}\times 2a\times\frac{4}{3}a=8,\frac{1}{2}\times 2b\times\frac{1}{3}a=1$**，解得 a，b 即可.**

【详解】

设 A（-a，0），B（a，0），M（x，y）. ∵动点 M 满足 $\frac{|MA|}{|MB|}$=2，

则 $\sqrt{(x+a)^2+y^2}=2\sqrt{(x-a)^2+y^2}$ =2，化简得 $(x-\frac{5a}{3})^2+y^2=\frac{16a^2}{9}$.

∵△MAB 面积的最大值为 8，△MCD 面积的最小值为 1，

$\therefore \frac{1}{2}\times 2a\times\frac{4}{3}a=8,\frac{1}{2}\times 2b\times\frac{1}{3}a=1$ ，解得 $a=\sqrt{6},b=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

∴椭圆的离心率为 $\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选 D.

【点睛】

本题考查了椭圆离心率，动点轨迹，属于中档题.

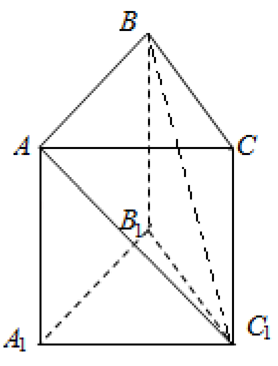
4、C

【解析】

由条件可看出 $AB\parallel A_1B_1$，则 $\angle BAC_1$ 为异面直线 AC_1 与 A_1B_1 所成的角，可证得三角形 BAC_1 中，$AB\perp BC_1$，解得 $\tan\angle BAC_1$, 从而得出异面直线 AC_1 与 A_1B_1 所成的角.

【详解】

连接 AC_1，BC_1，如图：



又 $AB\parallel A_1B_1$，则 $\angle BAC_1$ 为异面直线 AC_1 与 A_1B_1 所成的角.

因为 $AB\perp BC$, 且三棱柱为直三棱柱，$\therefore AB\perp CC_1$, $\therefore AB\perp$ 面 BCC_1B_1，

$\therefore AB\perp BC_1$，

又 $AB=BC=2$，$CC_1=2\sqrt{2}$，$\therefore BC_1=\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+2^2}=2\sqrt{3}$，

$\therefore \tan\angle BAC_1=\sqrt{3}$，解得 $\angle BAC_1=60°$.

故选 **C**

【点睛】

考查直三棱柱的定义，线面垂直的性质，考查了异面直线所成角的概念及求法，考查了逻辑推理能力，属于基础题.

5、**A**

【解析】

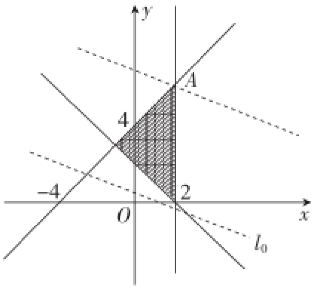
画出约束条件的可行域，利用目标函数的最值，判断 a 的范围即可.

【详解】

作出约束条件表示的可行域，如图所示.因为 $z=ax+y$ 的最大值为 $2a+6$，所以 $z=ax+y$ 在点 $A(2,6)$ 处取得最大值，

则 $-a\le 1$，即 $a\ge -1$.

故选：**A**



【点睛】

本题主要考查线性规划的应用，利用 z 的几何意义，通过数形结合是解决本题的关键.

6、**C**

【解析】

利用通项公式找到 x^5 的系数，令其等于-10 即可.

【详解】

二项式展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r(x^{-\frac{1}{2}})^{5-r}(mx^2)^r=m^rC_5^rx^{\frac{5}{2}r-\frac{5}{2}}$，令 $\frac{5}{2}r-\frac{5}{2}=5$，得 $r=3$，

则 $T_4=m^3C_5^3x^5=-10x^5$，所以 $m^3C_5^3=-10$，解得 $m=-1$.

故选：**C**

【点睛】

本题考查求二项展开式中特定项的系数，考查学生的运算求解能力，是一道容易题.

7、**C**

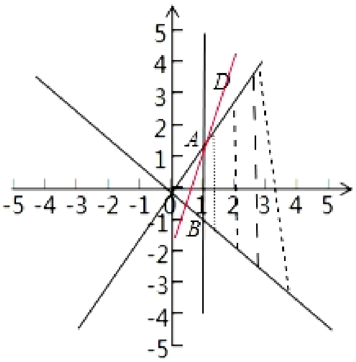
【解析】

设$k=\dfrac{y-3}{x-2}$，则k的几何意义为点(x,y)到点$(2,3)$的斜率，利用数形结合即可得到结论.

【详解】

解：设$k=\dfrac{y-3}{x-2}$，则k的几何意义为点$P(x,y)$到点$D(2,3)$的斜率，

作出不等式组对应的平面区域如图：



由图可知当过点D的直线平行于x轴时，此时$k=\dfrac{y-3}{x-2}=0$成立；

$k=\dfrac{y-3}{x-2}$取所有负值都成立；

当过点A时，$k=\dfrac{y-3}{x-2}$取正值中的最小值，$\begin{cases}x=1\\x-y=0\end{cases}\Rightarrow A(1,1)$，此时$k=\dfrac{y-3}{x-2}=\dfrac{1-3}{1-2}=2$；

故$\dfrac{y-3}{x-2}$的取值范围为$(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$；

故选：***C.***

【点睛】

本题考查简单线性规划的非线性目标函数函数问题，解题时作出可行域，利用目标函数的几何意义求解是解题关键. 对于直线斜率要注意斜率不存在的直线是否存在.

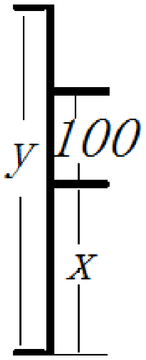
8、**B**

【解析】

根据题意，画出几何关系，结合各线段比例可先求得第一展望台和第二展望台的距离，进而由比例即可求得该塔的实际高度.

【详解】

设第一展望台到塔底的高度为x米，塔的实际高度为y米，几何关系如下图所示：



由题意可得$\dfrac{100+x}{x}=\sqrt{2}$，解得$x=100\left(\sqrt{2}+1\right)$；

且满足$\dfrac{y}{x+100}=\sqrt{2}$，

故解得塔高$y=\left(x+100\right)\sqrt{2}=200\left(\sqrt{2}+1\right)\approx 480$米，即塔高约为**480**米.

故选：B

【点睛】

本题考查了对中国文化的理解与简单应用，属于基础题.

9、A

【解析】

根据单位圆以及角度范围，可得m，然后根据三角函数定义，可得$\sin\theta,\cos\theta$，最后根据两角和的正弦公式，二倍角公式，简单计算，可得结果.

【详解】

由题可知：$\left(\dfrac{\sqrt{5}}{5}\right)^2+m^2=1$，又$\theta$为锐角

所以$m>0$，$m=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

根据三角函数的定义：$\sin\theta=\dfrac{2\sqrt{5}}{5},\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

所以$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{4}{5}$

$\cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=-\dfrac{3}{5}$

由$\sin\left(2\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin 2\theta\cos\dfrac{\pi}{4}+\cos 2\theta\sin\dfrac{\pi}{4}$

所以 $\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{10}$

故选：**A**

【点睛】

本题考查三角函数的定义以及两角和正弦公式，还考查二倍角的正弦、余弦公式，难点在于公式的计算，识记公式，简单计算，属基础题.

10、**B**

【解析】

由分子、分母的奇偶性，易于确定函数为奇函数，由 $f(4)$ 的近似值即可得出结果.

【详解】

设 $y=f(x)=\frac{2x^3}{2^x+2^{-x}}$，则 $f(-x)=\frac{2(-x)^3}{2^{-x}+2^x}=-\frac{2x^3}{2^x+2^{-x}}=-f(x)$，所以 $f(x)$ 是奇函数，图象关于原点成中心对称，

排除选项 **C**．又 $f(4)=\frac{2\times4^3}{2^4+2^{-4}}>0,$ 排除选项 **D**； $f(6)=\frac{2\times6^3}{2^6+2^{-6}}\approx7$，排除选项 **A**，故选 **B**.

【点睛】

本题通过判断函数的奇偶性，缩小考察范围，通过计算特殊函数值，最后做出选择．本题较易，注重了基础知识、基本计算能力的考查.

11、**D**

【解析】

设 $\vec{m}=2\vec{a}+\vec{b}$，可得 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{m}-2\vec{a}^2\in[-4,0]$，构造（$\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{m}$）$^2\le$ **2** $+\frac{1}{16}\vec{m}^2$，结合 $|\vec{m}|=2$，可得

$\left|\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{m}\right|\in\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$，根据向量减法的模长不等式可得解.

【详解】

设 $\vec{m}=2\vec{a}+\vec{b}$，则 $|\vec{m}|=2$，

$\vec{b}=\vec{m}-2\vec{a}$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{m}-2\vec{a}^2\in[-4,0]$，

∴（$\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{m}$）$^2=\vec{a}^2-\frac{1}{2}\vec{a}\bullet\vec{m}+\frac{1}{16}\vec{m}^2\le$ **2** $+\frac{1}{16}\vec{m}^2$

$|\vec{m}|^2=\vec{m}^2$ **＝4**，所以可得：$\frac{\vec{m}^2}{8}=\frac{1}{2}$，

配方可得 $\frac{1}{2}=\frac{1}{8}\vec{m}^2\le2(\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{m})^2\le4+\frac{1}{8}\vec{m}^2=\frac{9}{2}$，