浙江省金华市江南中学 2023-2024 学年高三数学第一学期期末经典模拟试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知ΔABC为等腰直角三角形，$A=\dfrac{\pi}{2}$，$BC=2\sqrt{2}$，M为ΔABC所在平面内一点，且$\overrightarrow{CM}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{CB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CA}$，则$\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MA}=$（　　）

A．$2\sqrt{2}-4$　　B．$-\dfrac{7}{2}$　　C．$-\dfrac{5}{2}$　　D．$-\dfrac{1}{2}$

2．已知抛物线$C:y^2=6x$的焦点为F，准线为l，A是l上一点，B是直线AF与抛物线C的一个交点，若$\overrightarrow{FA}=3\overrightarrow{FB}$，则$|BF|=$（　　）

A．$\dfrac{7}{2}$　　B．3　　C．$\dfrac{5}{2}$　　D．2

3．已知函数$f\left(x\right)=3\sin\left(\omega x+\varphi\right)$，$\left(\omega>0,0<\varphi<\pi\right)$，若$f\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)=0$，对任意$x\in\mathbf{R}$恒有$f\left(x\right)\le\left|f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)\right|$，在区间$\left(\dfrac{\pi}{15},\dfrac{\pi}{5}\right)$上有且只有一个$x_1$使$f\left(x_1\right)=3$，则$\omega$的最大值为（　　）

A．$\dfrac{123}{4}$　　B．$\dfrac{111}{4}$　　C．$\dfrac{105}{4}$　　D．$\dfrac{117}{4}$

4．各项都是正数的等比数列$\left\{a_n\right\}$的公比$q\ne1$，且$a_2,\dfrac{1}{2}a_3,a_1$成等差数列，则$\dfrac{a_3+a_4}{a_4+a_5}$的值为(　　)

A．$\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

C．$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$或$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

5．已知集合$\mathrm{A}=\{\mathrm{x}\mid\mathrm{x}>0\}$，$\mathrm{B}=\{\mathrm{x}\mid\mathrm{x}^2-\mathrm{x}+\mathrm{b}=0\}$，若$A\cap B=\{3\}$，则$b=$（　　）

A．-6　　B．6　　C．5　　D．-5

6．若$\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^6$的展开式中$x^6$的系数为**150**，则$a^2=$（　　）

A．20　　　　**B．15**　　　　**C．10**　　　　**D．25**

7．我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果，哥德巴赫猜想的内容是：每个大于**2**的偶数都可以表示为两个素数的和，例如：$4=2+2$，$6=3+3$，$8=3+5$，那么在不超过**18**的素数中随机选取两个不同的数，其和等于**16**的概率为（　　）

A．$\frac{1}{21}$　　　　**B．**$\frac{2}{21}$　　　　**C．**$\frac{1}{15}$　　　　**D．**$\frac{2}{15}$

8．已知集合$A=\left\{x\middle|x^2-2x-3\le 0\right\}$ $B=\left\{x\middle|x<2\right\}$，则$A\cap B=(\ )$

A．$(1,3)$　　　　**B．**$(1,3]$　　　　**C．**$[-1,2)$　　　　**D．**$(-1,2)$

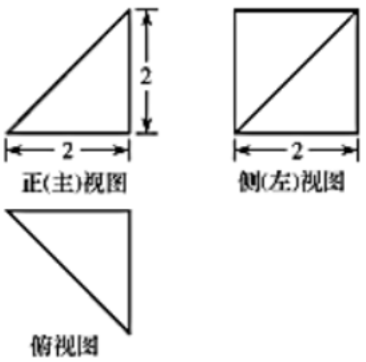
9．等差数列$\{a_n\}$中，已知$3a_5=7a_{10}$，且$a_1<0$，则数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n\ (n\in N^*)$中最小的是（　　）

A．S_7或S_8　　　　**B．**S_{12}　　　　**C．**S_{13}　　　　**D．**S_{14}

10．已知数列$\left\{a_n\right\}$的前***n***项和为S_n，$a_1=1$，$a_2=2$且对于任意$n>1$，$n\in N^*$满足$S_{n+1}+S_{n-1}=2\left(S_n+1\right)$，则（　　）

A．$a_4=7$　　　　**B．**$S_{16}=240$　　　　**C．**$a_{10}=19$　　　　**D．**$S_{20}=381$

11．某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的表面积为（　　）



A．8　　　　**B．**$\frac{8}{3}$　　　　**C．**$8+2\sqrt{2}$　　　　**D．**$8+4\sqrt{2}$

12．已知复数z满足$z\cdot \mathrm{i}=z+\mathrm{i}$,则$\bar{z}$在复平面上对应的点在(　　)

A．第一象限　　　　**B．**第二象限　　　　**C．**第三象限　　　　**D．**第四象限

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．设全集$U=\mathbf{R}$，$A=\{x\,|-3<x\le 1,x\in Z\}$，$B=\left\{x\,|\,x^2-x-2\ge 0,x\in R\right\}$，则$A\cap \complement_U B=$______.

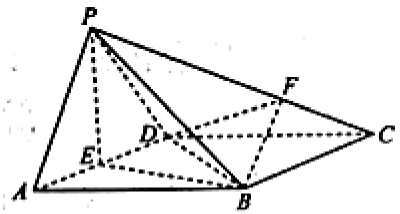
14．对任意正整数n，函数$f(n)=2n^3-7n^2\cos n\pi-\lambda n-1$，若$f(2)\ge 0$，则$\lambda$的取值范围是________；若不等式$f(n)\ge 0$恒成立，则$\lambda$的最大值为________.

15．已知$\left(1+2x\right)^{11}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{10}x^{10}+a_{11}x^{11}$，则$a_1-2a_2+\cdots-10a_{10}+11a_{11}=$______.

16．已知等边三角形ABC的边长为1．$\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$,点$N$、$T$分别为线段$BC$、$CA$上的动点,则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{NT}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{TM}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{MN}$取值的集合为__________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

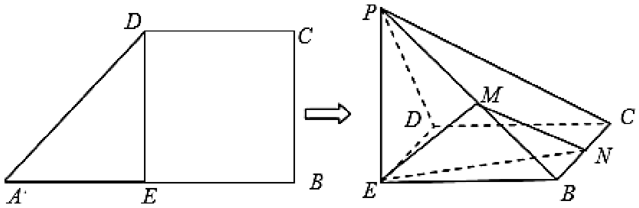
17.（12分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是菱形，$\angle\angle BAD=60^\circ$，$\triangle PAD$是边长为2的正三角形，$PC=\sqrt{10}$，$E$为线段$AD$的中点.



（1）求证：平面$PBC\perp$平面PBE；

（2）若F为线段PC上一点，当二面角$P-DB-F$的余弦值为$\frac{\sqrt{5}}{5}$时，求三棱锥$B-PDF$的体积.

18.（12分）如图，在直角梯形$ABCD$中，$AB//DC$，$\angle ABC=90^\circ$，$AB=2DC=2BC$，E为AB的中点，沿DE将ΔADE折起，使得点A到点P位置，且$PE\perp EB$，M为PB的中点，N是BC上的动点（与点B，C不重合）.



（Ⅰ）证明：平面$EMN\perp$平面PBC垂直;

（Ⅱ）是否存在点N，使得二面角$B-EN-M$的余弦值$\frac{\sqrt{6}}{6}$？若存在，确定N点位置；若不存在，说明理由.

19.（12分）已知函数$f(x)=\frac{1+lnx}{x}$

（1）若$f(x)<ax+\frac{1}{x}$恒成立，求实数a的取值范围；

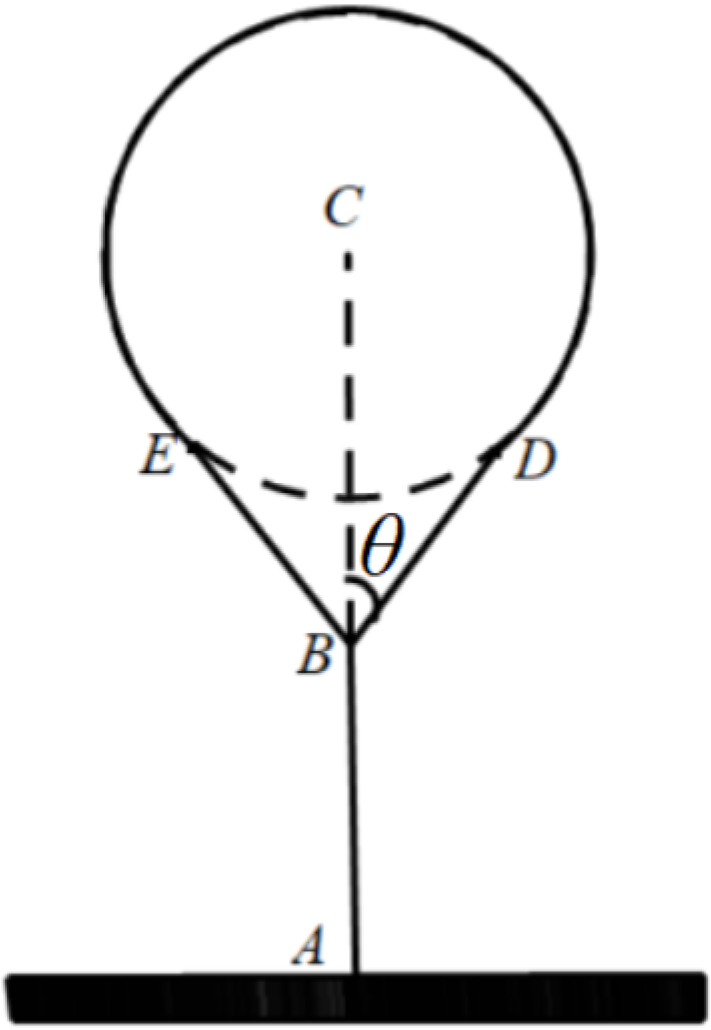
（2）若方程$f(x)=m$有两个不同实根x_1，x_2，证明：$x_1+x_2>2$.

20.（12分）已知函数$f\left(x\right)=ax^2+\cos x\left(a\in R\right)$

（1）当$a=\frac{1}{2}$时，证明$f'\left(x\right)\geq 0$，在$[0,+\infty)$恒成立；

（2）若$f\left(x\right)$在$x=0$处取得极大值，求a的取值范围.

21．（12 分）如图，湖中有一个半径为1千米的圆形小岛，岸边点 A 与小岛圆心 C 相距3千米，为方便游人到小岛观光，从点 A 向小岛建三段栈道 AB， BD， BE，湖面上的点 B 在线段 AC 上，且 BD， BE 均与圆 C 相切，切点分别为 D， E，其中栈道 AB， BD， BE 和小岛在同一个平面上.沿圆 C 的优弧（圆 C 上实线部分）上再修建栈道 $\overset{\frown}{DE}$.记 $\angle CBD$ 为 θ.



(1) 用 θ 表示栈道的总长度 $f(\theta)$，并确定 $\sin\theta$ 的取值范围；

(2) 求当 θ 为何值时，栈道总长度最短.

22．（10 分）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=a+\frac{1}{2}t \\ y=\sqrt{3}a-\frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数， $a\in R$）.在以坐标原点为极点、x 轴的非负半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C 的极坐标方程为 $3\rho^2\cos 2\theta+4\rho^2\sin^2\theta=3$.

（1）若点 $A(2,0)$ 在直线 l 上，求直线 l 的极坐标方程；

（2）已知 $a>0$，若点 P 在直线 l 上，点 Q 在曲线 C 上，且 $|PQ|$ 的最小值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，求 a 的值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

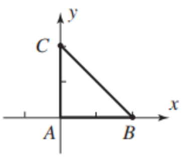
1、D

【解析】

以 AB,AC 分别为 x 轴和 y 轴建立坐标系，结合向量的坐标运算，可求得点 M 的坐标，进而求得 $\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MA}$，由平面向量的数量积可得答案.

【详解】

如图建系，则 $A(0,0)$，$B(2,0)$，$C(0,2)$，



由 $\overrightarrow{CM}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{CB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CA}$，易得 $M\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$，则 $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MA}=\left(\dfrac{3}{2},-\dfrac{1}{2}\right)\cdot\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}$.

故选：D

【点睛】

本题考查平面向量基本定理的运用、数量积的运算，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力、运算求解能力.

2、D

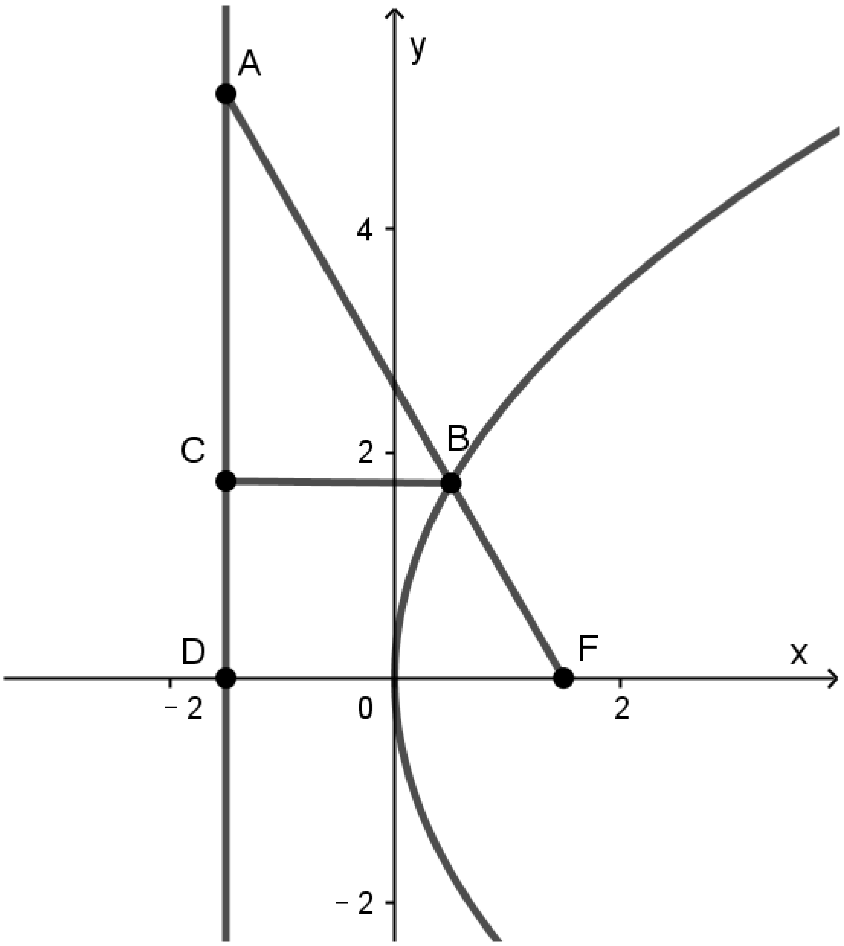
【解析】

根据抛物线的定义求得 $|AF|=6$，由此求得 $|BF|$ 的长.

【详解】

过 B 作 $BC\perp l$，垂足为 C，设 l 与 x 轴的交点为 D.根据抛物线的定义可知 $|BF|=|BC|$.由于 $\overrightarrow{FA}=3\overrightarrow{FB}$，所以 $|AB|=2|BC|$，所以 $\angle CAB=\dfrac{\pi}{6}$，所以 $|AF|=2|FD|=6$，所以 $|BF|=\dfrac{1}{3}|AF|=2$.

故选：D



【点睛】

本小题主要考查抛物线的定义，考查数形结合的数学思想方法，属于基础题.

3、C

【解析】

根据$f\left(x\right)$的零点和最值点列方程组，求得ω,φ的表达式（用k表示），根据$f\left(x_1\right)$在$\left(\frac{\pi}{15},\frac{\pi}{5}\right)$上有且只有一个最大值，求得$\omega$的取值范围，求得对应$k$的取值范围，由$k$为整数对$k$的取值进行验证，由此求得$\omega$的最大值.

【详解】

由题意知$\begin{cases}-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_1\pi,\\ \frac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_2\pi+\frac{\pi}{2},\end{cases}$ $k_1,k_2\in Z$，则$\begin{cases}\omega=\frac{3\left(2k+1\right)}{4},\\ \varphi=\frac{\left(2k'+1\right)\pi}{4},\end{cases}$其中$k=k_1-k_2$，$k'=k_2+k_1$.

又$f\left(x_1\right)$在$\left(\frac{\pi}{15},\frac{\pi}{5}\right)$上有且只有一个最大值，所以$\frac{\pi}{5}-\frac{\pi}{15}=\frac{2\pi}{15}\le 2T$，得$0<\omega\le 30$，即$\frac{3\left(2k+1\right)}{4}\le 30$，所以$k\le 19.5$，又$k\in Z$，因此$k\le 19$.

①当 $k=19$ 时，$\omega=\frac{117}{4}$，此时取 $\varphi=\frac{3\pi}{4}$ 可使 $\begin{cases}-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_1\pi,\\ \frac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_2\pi+\frac{\pi}{2},\end{cases}$ 成立，当 $x\in\left(\frac{\pi}{15},\frac{\pi}{5}\right)$ 时，

$\frac{117}{4}x+\frac{3\pi}{4}\in(2.7\pi,6.6\pi)$，所以当 $\frac{117}{4}x_1+\frac{3\pi}{4}=4.5\pi$ 或 6.5π 时，$f(x_1)=3$ 都成立，舍去；

②当 $k=18$ 时，$\omega=\frac{111}{4}$，此时取 $\varphi=\frac{\pi}{4}$ 可使 $\begin{cases}-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_1\pi,\\ \frac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_2\pi+\frac{\pi}{2},\end{cases}$ 成立，当 $x\in\left(\frac{\pi}{15},\frac{\pi}{5}\right)$ 时，$\frac{111}{4}x+\frac{\pi}{4}\in(2.1\pi,5.8\pi)$，

所以当 $\frac{111}{4}x_1+\frac{\pi}{4}=2.5\pi$ 或 4.5π 时，$f(x_1)=3$ 都成立，舍去；

③当 $k=17$ 时，$\omega=\frac{105}{4}$，此时取 $\varphi=\frac{3\pi}{4}$ 可使 $\begin{cases}-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_1\pi,\\ \frac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_2\pi+\frac{\pi}{2},\end{cases}$ 成立，当 $x\in\left(\frac{\pi}{15},\frac{\pi}{5}\right)$ 时，

$\frac{105}{4}x+\frac{3\pi}{4}\in(2.5\pi,6\pi)$，所以当 $\frac{105}{4}x_1+\frac{3\pi}{4}=4.5\pi$ 时，$f(x_1)=3$ 成立；

综上所得 ω 的最大值为 $\frac{105}{4}$.

故选:**C**

【点睛】

本小题主要考查三角函数的零点和最值，考查三角函数的性质，考查化归与转化的数学思想方法，考查分类讨论的数学思想方法，属于中档题.

4、**C**

【解析】

分析：解决该题的关键是求得等比数列的公比，利用题中所给的条件，建立项之间的关系，从而得到公比 q 所满足的等量关系式，解方程即可得结果.

详解：根据题意有 $a_2+a_1=2\cdot\frac{1}{2}a_3$，即 $q^2-q-1=0$，因为数列各项都是正数，所以 $q=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，而

$\frac{a_3+a_4}{a_4+a_5}=\frac{1}{q}=\frac{2}{1+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，故选 **C**.

点睛：该题应用题的条件可以求得等比数列的公比 q，而待求量就是 $\frac{1}{q}$，代入即可得结果.

5、**A**

【解析】

由 $A\cap B=\{3\}$，得 $3\in B$，代入集合 **B** 即可得 b.

【详解】

Q $A\cap B=\{3\}$，$\therefore 3\in B$，$\therefore 9-3+b=0$，即：$b=-6$，

故选：**A**

【点睛】

本题考查了集合交集的含义，也考查了元素与集合的关系，属于基础题.

6、**C**

【解析】

通过二项式展开式的通项分析得到 $C_6^2a^2x^6=150x^6$，即得解.

【详解】

由已知得 $T_{r+1}=C_6^r\left(x^2\right)^{6-r}\left(\dfrac{a}{x}\right)^r=C_6^r(a)^rx^{12-3r}$，

故当 $r=2$ 时，$12-3r=6$，

于是有 $T_3=C_6^2a^2x^6=150x^6$，

则 $a^2=10$.

故选：**C**

【点睛】

本题主要考查二项式展开式的通项和系数问题，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

7、**B**

【解析】

先求出从不超过 **18** 的素数中随机选取两个不同的数的所有可能结果，然后再求出其和等于 **16** 的结果，根据等可能事件的概率公式可求.

【详解】

解：不超过 **18** 的素数有 **2**，**3**，**5**，**7**，**11**，**13**，**17** 共 **7** 个，从中随机选取两个不同的数共有 $C_7^2=21$，

其和等于 **16** 的结果 $(3,13)$，$(5,11)$ 共 **2** 种等可能的结果，

故概率 $P=\dfrac{2}{21}$.

故选：***B.***

【点睛】

古典概型要求能够列举出所有事件和发生事件的个数，本题不可以列举出所有事件但可以用分步计数得到，属于基础题.

8、**C**

【解析】

解不等式得出集合 A，根据交集的定义写出 $A\cap B$.

【详解】

集合 $A=\{x|x^2-2x-3\le 0\}=\{x|-1\le x\le 3\}$，

$B=\{x|x<2\}$，$\therefore A\cap B=\{x|-1\le x<2\}$

故选 C.

【点睛】

本题考查了解不等式与交集的运算问题，是基础题.

9、**C**

【解析】

设公差为 d，则由题意可得 $3\left(a_1+4d\right)=7\left(a_1+9d\right)$，解得 $d=-\frac{4a_1}{51}$，可得 $a_n=\frac{(55-4n)a_1}{51}$.令 $\frac{55-4n}{51}<0$，可得当 $n\ge 14$ 时，$a_n>0$，当 $n\le 13$ 时，$a_n<0$，由此可得数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和 $S_n\left(n\in N^*\right)$ 中最小的.

【详解】

解：等差数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $3a_5=7a_{10}$，且 $a_1<0$，设公差为 d，

则 $3\left(a_1+4d\right)=7\left(a_1+9d\right)$，解得 $d=-\frac{4a_1}{51}$，

$\therefore a_n=a_1+(n-1)d=\frac{(55-4n)a_1}{51}$.

令 $\frac{55-4n}{51}<0$，可得 $n>\frac{55}{4}$，故当 $n\ge 14$ 时，$a_n>0$，当 $n\le 13$ 时，$a_n<0$，

故数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和 $S_n\left(n\in N^*\right)$ 中最小的是 S_{13}.

故选：C.

【点睛】

本题主要考查等差数列的性质，等差数列的通项公式的应用，属于中档题.

10、**D**

【解析】

利用数列的递推关系式判断求解数列的通项公式，然后求解数列的和，判断选项的正误即可．

【详解】

当$n\geq 2$时，$S_{n+1}+S_{n-1}=2(S_n+1)\Rightarrow S_{n+1}-S_n=S_n-S_{n-1}+2\Rightarrow a_{n+1}=a_n+2$．

所以数列$\{a_n\}$从第**2**项起为等差数列，$a_n=\begin{cases}1,n=1\\2n-2,n\geq 2\end{cases}$，

所以，$a_4=6$，$a_{10}=18$．

$S_n=a_1+\dfrac{(a_2+a_n)(n-1)}{2}=n(n-1)+1$，$S_{16}=16\times 15+1=241$，

$S_{20}=20\times 19+1=381$．

故选：D．

【点睛】

本题考查数列的递推关系式的应用、数列求和以及数列的通项公式的求法，考查转化思想以及计算能力，是中档题．

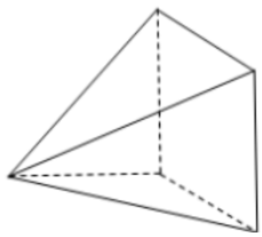
11、**D**

【解析】

根据三视图还原几何体为四棱锥，即可求出几何体的表面积．

【详解】

由三视图知几何体是四棱锥，如图，



且四棱锥的一条侧棱与底面垂直，四棱锥的底面是正方形,边长为**2**,棱锥的高为**2**，

所以$S=2\times 2+2\times\dfrac{1}{2}\times 2\times 2+2\times\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}=8+4\sqrt{2}$，

故选：D

【点睛】

本题主要考查了由三视图还原几何体，棱锥表面积的计算，考查了学生的运算能力，属于中档题.

12、**A**

【解析】

设$z=a+bi(a,b\in R)$，由$z\cdot \mathrm{i}=z+\mathrm{i}$得：$(a+bi)i=a+(b+1)i$，由复数相等可得$a,b$的值，进而求出$\bar{z}$，即可得解.

【详解】