电 工 电 子 实 验 中 心

实 验 指 导 书

数字信号处理
实验教程

二〇〇九 年 三 月

高等学校电工电子实验系列

数字信号处理实验教程

主编 石海霞 周玉荣

攀枝花学院电气信息工程学院

电工电子实验中心

内容简介

数字信号处理是一门理论与实践紧密联系的课程，适当的上机实验有助于深入理解和巩固验证基本理论知识，了解并体会数字信号处理的CAD手段和方法，锻炼初学者用计算机和 MATLAB语言及其工具箱函数解决数字信号处理算法的仿真和滤波器设计问题的能力。

本实验指导书结合数字信号处理的基本理论和基本内容设计了八个上机实验，每个实验对应一个主题内容，包括常见离散信号的MATLAB产生和图形显示、离散时间系统的时域分析、离散时间信号的DTFT、离散时间信号的Z变换、离散傅立叶变换DFT、快速傅立叶变换FFT及其应用、基于MATLAB的IIR和FIR数字滤波器设计等。此外，在附录中，还简单介绍了 MATLAB的基本用法。每个实验中，均给出了实验方法和步骤，还有部分的 MATLAB程序，通过实验可以使学生掌握数字信号处理的基本原理和方法。

目　录

绪 论 1
实验一 常见离散信号的 MATLAB 产生和图形显示 2
实验二 离散时间系统的时域分析 6
实验三 离散时间信号的 DTFT 9
实验四 离散时间信号的 Z 变换 14
实验五 离散傅立叶变换 DFT 18
实验六 快速傅立叶变换 FFT 及其应用 24
实验七 基于 MATLAB 的 IIR 数字滤波器设计 30
实验八 基于 MATLAB 的 FIR 数字滤波器设计 33
附 录 37
参 考 文 献 40

绪 论

随着电子技术迅速地向数字化发展,《数字信号处理》越来越成为广大理工科，特别是IT领域的学生和技术人员的必修内容。

数字信号处理是把信号用数字或符号表示成序列，通过计算机或通用（专用）信号处理设备，用数值计算方法进行各种处理，达到提取有用信息便于应用的目的。数字信号处理的理论和技术一出现就受到人们的极大关注，发展非常迅速。而且随着各种电子技术及计算机技术的飞速发展，数字信号处理的理论和技术还在不断丰富和完善，新的理论和技术层出不穷。目前数字信号处理已广泛地应用在语音、雷达、声纳、地震、图象、通信、控制、生物医学、遥感遥测、地质勘探、航空航天、故障检测、自动化仪表等领域。

数字信号处理是一门理论和实践、原理和应用结合紧密的课程，由于信号处理涉及大量的运算，可以说离开了计算机及相应的软件，就不可能解决任何稍微复杂的实际应用问题。Matlab是1984年美国Math Works公司的产品，MATLAB语言具备高效、可视化及推理能力强等特点，它的推出得到了各个领域专家学者的广泛关注，其强大的扩展功能为各个领域的应用提供了基础，是目前工程界流行最广的科学计算语言。早在20世纪90年代中期，MATLAB就已成为国际公认的信号处理的标准软件和开发平台。从1996年后，美国新出版的信号处理教材就没有一本是不用MATLAB的。

本实验指导书结合数字信号处理的基本理论和基本内容，用科学计算语言MATLAB实现数字信号处理的方法和实践， 通过实验用所学理论来分析解释程序的运行结果，进一步验证、理解和巩固学到的理论知识，从而达到掌握数字信号处理的基本原理和方法的目的。

实验一 常见离散信号的MATLAB产生和图形显示

一、实验目的

1．学会用 MATLAB 在时域中产生一些基本的离散时间信号。

2．了解信号的各种运算。

二、实验原理

（一）、序列的产生

由于 MATLAB 数值计算的特点，用它来分析离散时间信号与系统是很方便的。离散信号是数字信号处理的最基础的内容，由于内存有限，MATLAB 无法表示无限序列。在 MATLAB 中，可以用一个列向量来表示一个有限长度的序列，但是这种表示方法没有包含采样位置的信息，要完全表示 x(n)，要用 x 和 n 两个向量，例如

$$x(n)=\{2,1,0,\underset{\uparrow}{2},3,-1,2,3\}$$

在 MATLAB 中表示为

n=[-4,-3,-2,-1,0,1,2,3]; x=[2,1,0,2,3,-1,2,3];

当序列从 n=0 开始，则不需要采样位置信息，这时可以只用 x 来表示

1．单位抽样序列

$$\delta(n)=\begin{cases}1 & n=0\\ 0 & n\neq 0\end{cases}$$

在 MATLAB 中可以利用 zeros() 函数实现。

$$x=zeros(1,N);$$
$$x(1)=1;$$

如果 $\delta(n)$ 在时间轴上延迟了 k 个单位，得到 $\delta(n-k)$ 即：

$$\delta(n-k)=\begin{cases}1 & n=k\\ 0 & n\neq 0\end{cases}$$

2．单位阶跃序列

$$u(n)=\begin{cases}1 & n\ge 0\\ 0 & n<0\end{cases}$$

在 MATLAB中可以利用 ones() 函数实现。

$$x = ones(1,N)$$

3．正弦序列

$$x(n) = A\sin(2\pi fn/Fs + \varphi)$$

在 MATLAB中

$$n = 0 : N-1$$
$$x = A*\sin(2*pi*f*n/Fs + fai)$$

4．复正弦序列

$$x(n) = e^{j\omega n}$$

在 MATLAB中

$$n = 0 : N-1$$
$$x = \exp(j*w*n)$$

5．指数序列

$$x(n) = a^{n}$$

在 MATLAB中

$$n = 0 : N-1$$
$$x = a.\hat{}n$$

（二）、简单运算

1．信号加

$$x(n) = x_1(n) + x_2(n)$$

在 MATLAB中

x=x1+x2

注意：x1 和 x2 应该具有相同的长度，位置对应，才能相加。否则，需要先通过 Zeros 函数左右补零后再相加。

2．信号延迟

给定离散信号 x(n)，若信号 y(n)为

$$y(n)=x(n-k)$$

那么 y(n)就是信号 x(n)在时间轴上右移 k 个采样周期后得到的新的序列。

在 MATLAB中

$$y(n)=x(n-k)$$

3．信号乘

$$x(n)=x_1(n)\cdot x_2(n)$$

在 MATLAB中

$$x=x1.*x2$$

这是信号的点乘运算，所以同样需要信号加需要的 x1 和 x2 二者的长度要相等这一前提条件。

4．信号变化幅度

$$y(n)=k\times x(n)$$

在 MATLAB中

$$y=k*x$$

5．信号翻转

$$y(n)=x(-n)$$

在 MATLAB中

y=fliplr(x)

三、实验内容与步骤

1．产生一个单位样本序列 x1(n)，起点为 ns= -10，终点为 nf=20，在 n0=0 时有一单位脉冲并显示它。修改程序，以产生带有延时 11 个样本的延迟单位样本序列 x2(n)= x1(n-11)，并显示它。

2．已知 c= -(1/12)+(pi/6)*i;产生一个复数值的指数序列 x2(n)=2*exp(c*n)，起点为 ns= 0，终点为 nf=40;并显示它。

3．产生一个正弦序列 x3(n) =1.5*cos(2*pi*f*n); 起点为 ns= 0，终点为 nf=40;并显示它。

4．复杂信号的产生：复杂的信号可以通过在简单信号上执行基本的运算来产生

试产生一个振幅调制信号

$$y(n)=(1+m\cdot\cos(2\pi f_L n))\cdot\cos(2\pi f_H n)=(1+0.4\cdot\cos(2\pi\times 0.01n))\cdot\cos(2\pi\times 0.1n)$$

n=0:100

四、实验仪器设备

计算机，MATLAB软件

五、实验注意事项

预先阅读附录（MATLAB基础介绍）;

六、思考题

1. 讨论复指数序列 x2(n)的哪个参数控制该序列的增长或衰减率？哪个参数控制该序列的振幅？

2. 讨论正弦序列 x3(n)的哪个参数控制该序列的相位？哪个参数控制该序列的振幅？

3. 讨论算术运算符*和. *之间的区别是什么?

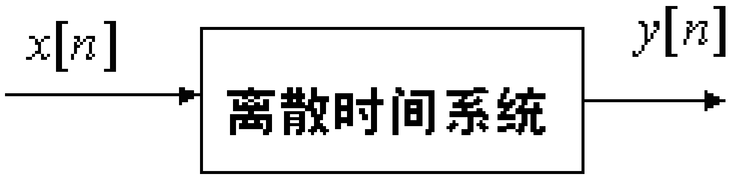
离散时间系统的时域分析

一、实验目的

1　运用 MATLAB 仿真一些简单的离散时间系统，并研究它们的时域特性。

2．运用 MATLAB 中的卷积运算计算系统的输出序列,加深对离散系统的差分方程、冲激响应和卷积分析方法的理解。

二、实验原理



离散时间系统其输入、输出关系可用以下差分方程描述：

$$\sum_{k=0}^{N} d_k y[n-k] = \sum_{k=0} p_k x[n-k]$$

当输入信号为冲激信号时，系统的输出记为系统单位冲激响应 $\delta[n] \to h[n]$，则系统响应为如下的卷积计算式：

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m]h[n-m]$$

当 h[n]是有限长度的（n：[0，M]）时，称系统为 FIR 系统；反之，称系统为 IIR 系统。在 MATLAB 中，可以用函数 y=Filter(p,d,x) 求解差分方程，也可以用函数 y=Conv(x,h)计算卷积。

例 2.1

```
clf;
n=0:40;
a=1;b=2;
x1= 0.1*n;
x2=sin(2*pi*n);
x=a*x1+b*x2;
num=[1, 0.5,3];
```

```
ic=[0 0];  %   设置零初始条件
y1=filter(num,den,x1,ic); %    计算输入为 x1(n) 时的输出 y1(n)
y2=filter(num,den,x2,ic); %    计算输入为 x2(n) 时的输出 y2(n)
y=filter(num,den,x,ic); %    计算输入为 x (n) 时的输出 y(n)
yt= a*y1+b*y2;
%画出输出信号
subplot(2,1,1)
stem(n,y);
ylabel( ‘振幅’);
title( ‘加权输入 a*x1+b*x2 的输出’);
subplot(2,1,2)
stem(n,yt);
ylabel( ‘振幅’);
title( ‘加权输出 a*y1+b*y2’);
```

(一)、线性和非线性系统

对线性离散时间系统，若 $y_1()$ 和 $y_2(n)$ 分别是输入序列 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的响应，则输入 $x(n) = ax_1(n) + bx_2(n)$ 的输出响应为 $y(n) = ay_1(n) + by_2(n)$，即符合叠加性，其中对任意常量 a 和 b 以及任意输入 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 都成立，否则为非线性系统。

(二)、时不变系统和时变系统

对离散时不变系统，若 $y_1(n)$ 是 $x_1(n)$ 的响应，则输入 x(n)=x1(n-n0) 的输出响应为 y(n)=y1(n-n0)，式中 n0 是任意整数。该输入输出关系，对任意输入序列及其相应的输出成立，若对至少一个输入序列及其相应的输出序列不成立，则系统称之为时变的。

(三)、线性卷积

假设待卷积的两个序列为有限长序列，卷积运算符在 MATLAB 中可 命令 conv 实现。例如，可以把系统的冲激响应与给定的有限长输入序列进行卷积，得到有限长冲激响应系统的输出序列。下面的 MATLAB 程序实现了该方法。

例 2.2

```
clf;
```

冲激

```
x=[1  -2  3  -4  3  2  1 ]; %                   输入序列
y=conv(h,x);
n=0:14;
stem(n,y);
xlabel(          ‘时间序号 n’);ylabel(    ‘振幅’)；
title(           ‘用卷积得到的输出’)；grid;
```

1．假定一因果系统为

$$y(n)-0.4y(n-1)+0.75y(n-2)=2.2403x(n)+2.4908x(n-1)+2.2403x(n-2)$$

用 MATLAB 程序仿真该系统，输入三个不同的输入序列：

$$x_1(n)=\cos(2\pi 0.1n),\quad x_2(n)=\cos(2\pi 0.4n),\quad x=2x_1(n)-3x_2(n)$$

计算并并显示相应的输出 $y_1(n)$， $y_2(n)$ 和 $y(n)$。

2．用 MATLAB 程序仿真步骤 1 给出的系统，对两个不同的输入序列 x(n)和 x(n-10)，计算并显示相应的输出序列 y3(n)和 y4(n)。

3．用 MATLAB 程序仿真计算下列两个有限长序列的卷积和并显示图形。

$$x_1(n)=\delta(n)+3\delta(n-1)+2\delta(n-2)$$

$$x_2(n)=u(n)-u(n-3)$$

四、实验仪器设备

计算机，MATLAB 软件

五、实验要求

给出理论计算结果和程序计算结果并讨论。

六、思考题

1．讨论实验程序 1，对由加权输入得到的 y(n)与在相同权系数下输出 y1(n)和 y2(n)相加得到的 $y_t(n)$进行比较，这两个序列是否相等？该系统是线性系统吗？

2．讨论实验程序 2，比较输出序列 y3(n)和 y4(n)，这两个序列之间有什么关系？该系统是时不变系统吗？

3. 讨论实验程序 3 的理论计算结果和程序计算结果是否一致。

离散时间信号的 DTFT

一、实验目的

1 运用 MATLAB 计算离散时间系统的频率响应。

2．运用 MATLAB 验证离散时间傅立叶变换的性质。

二、实验原理

（一）、计算离散时间系统的 DTFT

已知一个离散时间系统 $\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{k=0} b_k x(n-k)$，可以用 MATLAB 函数 freqz 非常方便地在给定的 L 个离散频率点 $\omega=\omega_l$ 处进行计算。由于 $H(e^{j\omega})$ 是的连续函数，需要尽可能大地选取 L 的值（因为严格说，在 MATLAB 中不使用 symbolic 工具箱是不能分析模拟信号的，但是当采样时间间隔充分小的时候，可产生平滑的图形），以使得命令 plot 产生的图形和真实离散时间傅立叶变换的图形尽可能一致。在 MATLAB 中，freqz 计算出序列 $\{b_0, b_1, \dots, b_M\}$ 和 $\{a_0, a_1, \dots, a_N\}$ 的 L 点离散傅立叶变换，然后对其离散傅立叶变换值相除得到 $H(e^{j\omega_l}), l=1,2,\dots,L$。为了更加方便快速地运算，应将 L 的值选为 2 的幂，如 256 或者 512。

例 3.1 运用 MATLAB 画出以下系统的频率响应。

$$y(n)-0.6y(n-1)=2x(n)+x(n-1)$$

程序：

```
clf;
w=-4*pi:8*pi/511:4*pi;
num=[2 1];den=[1 -0.6];
h=freqz(num,den,w);
subplot(2,1,1)
plot(w/pi,real(h));grid
title(                  的实部'))
xlabel('          ');
```

```
ylabel( 振幅’);
subplot(2,1,1)
plot(w/pi,imag(h));grid
title(‘               的虚部’))
xlabel(‘           ’);
ylabel( 振幅’);
```

（二）、离散时间傅立叶变换 DTFT 的性质。

1．时移与频移

设 $X(e^{j\omega}) = FT[x(n)]$, 那么

$$FT[x(n-n_0)] = e^{-j\omega n_0} X(e^{j\omega}) \qquad (2.2.6)$$

$$FT[e^{j\omega_0 n} x(n)] = X(e^{j(\omega-\omega_0)}) \qquad (2.2.7)$$

2．时域卷积定理

如果 $y(n) = x(n) * h(n)$，那么

$$Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega}) H(e^{j\omega})$$

1．已知因果线性时不变离散时间系统

y(n)-0.4y(n-1)+0.75y(n-2)=2.2403x(n)+2.4908x(n-1)+2.2403x(n-2)

运用 MATLAB 画出该系统的频率响应。

2．运行下面程序并显示它，验证离散时间傅立叶变换 DTFT 的时移性。

```
clf;
w=-pi:2*pi/255: pi;wo=0.4*pi;D=10;
num=[1 2 3 4 5 6 7 8 9];
h1=freqz(num,1,w);
h2=freqz([zeros(1,D) num],1,w);
subplot(2,2,1)
```

```
plot(w/pi,abs(h1));grid
title( 原序列的幅度谱’)
subplot(2,2,2)
plot(w/pi,abs(h2));grid
title( 时移后序列的幅度谱’)
subplot(2,2,3)
plot(w/pi,angle (h1));grid
title( 原序列的相位谱’)
subplot(2,2,4)
plot(w/pi, angle (h2));grid
title( 时移后序列的相位谱’)
```

运行下面程序并显示它，验证离散时间傅立叶变换 DTFT 的频移性。

```
clf;
w=-pi:2*pi/255: pi;wo=0.4*pi;D=10;
num1=[1 3 5 7 9 11 13 15 17]; L=length(num1);
h1=freqz(num1,1,w);n=0:L-1;
num2=exp(wo*i*n).*num1;
h2=freqz(num2,1,w);
subplot(2,2,1)
plot(w/pi,abs(h1));grid
title( 原序列的幅度谱’)
subplot(2,2,2)
plot(w/pi,abs(h2));grid
title( 频移后序列的幅度谱’)
subplot(2,2,3)
plot(w/pi,angle (h1));grid
title( 原序列的相位谱’)
subplot(2,2,4)
plot(w/pi, angle (h2));grid
title( 频移后序列的相位谱’)
```

4．运行下面程序并显示它，验证离散时间傅立叶变换时域卷积性质。

```
clf;
w=-pi:2*pi/255: pi;
x1=[1 3 5 7 9 11 13 15 17];
x2=[1 -2 3 -2 1];
y=conv(x1,x2);
h1=freqz(x1,1,w);
h2=freqz(x2,1,w);
hp=hi.*h2;
h3=freqz(y,1,w);
subplot(2,2,1)
plot(w/pi,abs (hp));grid
title( 幅度谱的乘积’)
subplot(2,2,2)
plot(w/pi,abs (h3));grid
title( 卷积后序列的幅度谱’)
subplot(2,2,3)
plot(w/pi,angle (hp));grid
title( 相位谱的和’)
subplot(2,2,4)
plot(w/pi,angle (h3));grid
title( 卷积后序列的相位谱’)
```

四、实验仪器设备

计算机，MATLAB软件

五、实验注意事项

课前预先阅读并理解实验程序；

六、思考题

1．讨论实验程序 1 中的离散时间系统的频率响应是离散的还是连续的，是否是周期的？周期为多少？

2．讨论实验程序 2 中 h1 和 h2 的关系是什么？哪个参数控制时移量？

3. 讨论实验程序 3 中 h1 和 h2 的关系是什么？哪个参数控制频移量？

4. 讨论实验程序 4 中 y 与 x1 和 x2 的关系是什么？h1 和 h2 与 x1 和 x2 的关系是什么？h1 和 hp 相等吗？

实验四 离散时间信号的 Z 变换

一、实验目的

1．运用 MATLAB 理解 Z 变换及其绘制 H(z)的零极点图。

2．运用 MATLAB 计算逆 Z 变换。

二、实验原理

（一）、MATLAB 在 ZT 中的应用。

线性时不变离散时间系统的冲激响应 h(n)的 z 变换是其系统函数 H(z)，在 MATLAB 中可以利用性质求解 Z 变换，例如可以利用线性卷积求的 Z 变换。若 H(z)的收敛域包含单位圆，即系统为稳定系统，即系统在单位圆上 $z=e^{j\omega}$ 处计算的是系统的频率响应。

（二）、逆 Z 变换

Z 变换对于分析和表示离散线性时不变系统具有重要作用。但是在 MATLAB 中不能直接计算 Z 变换，但是对于一些序列可以进行逆 Z 变换。

已知序列的 Z 变换及其收敛域， 求序列称为逆 Z 变换。 序列的 Z 变换及共逆 Z 变换表示如下：

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n},\quad R_{x-}<|z|<R_{x+}$$

$$x(n)=\frac{1}{2\pi j}\oint_c X(z)z^{n-1}dz,\quad c\in(R_{x-},R_{x+})$$

通常，直接计算逆 Z 变换的方法有三种：围线积分法、长除法和部分分式展开法。在实际中，直接计算围线积分比较困难，往往不直接计算围线积分。由于序列的 Z 变换常为有理函数，因此采用部分分式展开法比较切合实际，它是将留数定律和常用序列的 Z 变换相结合的一种方法。

设 x(n)的 Z 变换 X(z)是有理函数，分母多项式是 N 阶，分子多项式是 M 阶，将 X(z)展成一些简单的常用的部分分式之和，通过常用序列的 Z 变换求得各部分的逆变换，再相加即得到原序列 x(n)。在 MATLAB 中提供了函数 residuez 来实现上述过程，调用格式如下：

[R，P，K]= residuez（B，A）

其中 B、A 分别是有理函数分子多项式的系数和分母多项式的系数，输出 R 是留数列向量，P 是极点列向量。如果分子多项式的阶数大于分母多项式的阶数，则 K 返回为常数项的系数。

例 4.1 计算

$$X(z) = \frac{1}{(1 - z^{-1})(1 - 0.5z^{-1})}, |z| > 1$$

的 Z 反变换。

由于分母多项式为：$1 - 1.5z^{-1} + 0.5z^{-2}$，则

MATLAB 实现：

```
clear
b=1;
a=[1,-1.5,0.5];
[R,P,K]=residuez(b,a)
```

输出 R =

```
    2
   -1
```

P =

```
  1.0000
  0.5000
```

K =

```
 []
```

因此：得到 X(z)的部分分式展开为 $X(z) = \frac{2}{1 - z^{-1}} + \frac{-1}{1 - 0.5z^{-1}}$，根据常用序列的 z 变换可得 $x(n) = (2 - 0.5^n)u(n)$。

三、实验内容与步骤

1. 运行下面程序，利用线性卷积求 Z 变换。

设 $X_1(z) = z + 2 + 3z^{-1}$，$X_2(z) = 2z^2 + 4z + 3 + 5z^{-1}$，求 $X_3(z) = X_1(z) X_2(z)$

由变换定义可知：$x_1(n) = \{1,2,3\}, n = \{-1,0,1\}$

$x_2(n) = \{2,4,3,5\}, n = \{-2,-1,0,1\}$

通过求 $x_3(n)=x_1(n)*x_2(n)$，再求其 z 变换得到 $X_3(z)=X_1(z)X_2(z)$。

MATLAB 程序：

```
x1=[]1,2,3];
x2=[2,4,3,5];
n1=-1:1;
n2=-2:1;
x3=conv(x1,x2)
nb3=n1(1)+n2(1);
nc3=n1(length(x1))+n2(length(x2));
n3=[nb3:nc3]
```

2．已知两个线性时不变的因果系统，系统函数分别为

$$H_1(z)=1-z^{-N},\quad H_2(z)=\frac{1-z^{-N}}{1-a^N z^{-N}}$$

分别令 N=8，a=0.8，运行下面程序计算并显示示这两个系统的零、极点图及幅频特性。

程序：

```
b=[1,0,0,0,0,0,0,0,-1]; %H1(z)和 H2(z)的分子多项式系数向量
a0=1; %H1(z)分母多项式系数向量
a1=[1,0,0,0,0,0,0,0,-(0.8)^8]; % H2(z)的分母多项式系数向量
[H, w]=freqz(b,a0);
[H1, w1]=freqz(b,a1);
subplot(2,2,1);zplane(b,a0);
xlabel('实部');ylabel('虚部');
title('H1 (z)系统的零极点图');
subplot(2,2,2);zplane(b,a1);
```

```
xlabel('实部');ylabel('虚部');
title('H2(z)系统的零极点图');
subplot(2,2,3); plot(w/pi,abs(H));
title('H1 (z)系统幅频响应曲线');
subplot(2,2,4); plot(w/pi,abs(H1));
title('H2(z)系统幅频响应曲线');
```

3. 编写 MATLAB 程序 计算系统

$$X(z)=\frac{1}{(1-0.3z^{-1})(1-0.4z^{-1})(1-0.5z^{-1})(1-0.8z^{-1})},\ |z|>0.8$$ 的 z 反变换。

四、实验仪器设备

计算机，MATLAB 软件

五、实验注意事项

课前预先阅读并理解实验程序；

六、思考题

1. 讨论实验程序 1 中的 n3 代表什么含义？根据 x3 和 n3 的结果写出 $X_3(z)=X_1(z)X_2(z)$ 的结果。
2. 讨论实验程序 2 中极点与系统稳定性的关系？根据程序运行结果判断该系统的稳定性。
3. 根据实验程序 3 的运行结果写出 z 反变换 x(n)。

实验五 离散傅立叶变换 DFT

一、实验目的

1．运用 MATLAB 计算有限长序列的 DFT 和 IDFT。

2．运用 MATLAB 验证离散傅立叶变换的性质。

3．运用 MATLAB 计算有限长序列的圆周卷积。

二、实验原理

（一）、离散傅立叶变换 DFT 的定义

一个有限长度的序列 x(n)（0≤n<N-1），它的 DFT X(k) 可以通过在 ω轴（$0 \le \omega \le 2\pi$）上对 $X(e^{j\omega})$ 均匀采样得到

$$X(k) = X(e^{j\omega})\Big|_{\omega = 2\pi k/N} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N} \qquad 0 \le k \le N-1$$

可以看到 $X(k)$ 也是频域上的有限长序列，长度为 N。序列 $X(k)$ 称为序列 x(n)的 N 点 DFT。N 称为 DFT 变换区间长度。

通常表示

$$W_N = e^{-j2\pi/N}$$

可将定义式表示为

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \qquad 0 \le k \le N-1$$

X(k)的离散傅里叶逆变换(IDFT)为

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-kn} \qquad 0 \le n \le N-1$$

（二）、DFT 的性质

1．圆周移位

定义序列 x(n) 的 m单位的圆周移位 y(n) 为：

$$y(n) = \tilde{x}(n-m) R_N(n) = x((n-m))_N R_N(n)$$