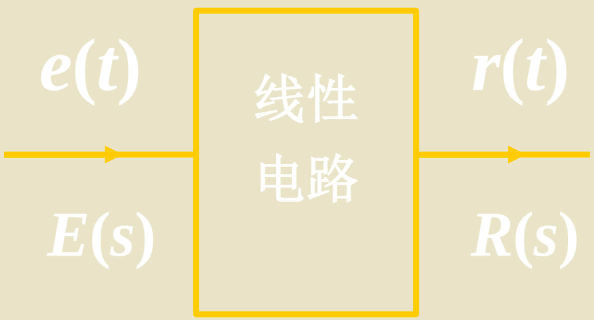
§14-6 网络函数的定义

1. 网络函数$H(s)$的定义



零初始状态

网络函数：电路零状态时响应(输出)与激励(输入)的拉氏变换之比。

$$\boxed{H(s)=\frac{R(s)}{E(s)}}$$

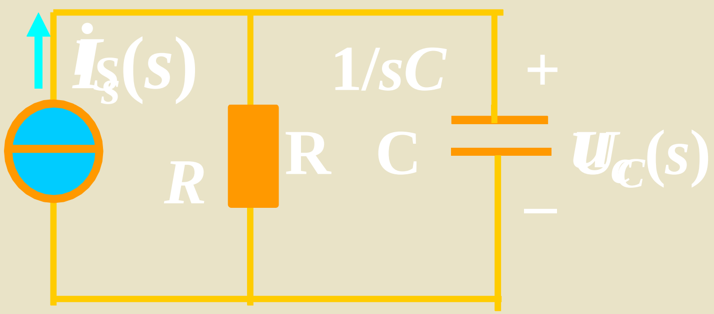
由于激励$E(s)$可以是电压源或电流源，响应$R(s)$可以是电压或电流，故 s 域网络函数也分为：驱动点阻抗（导纳）、转移阻抗（导纳）、电压转移函数和电流转移函数等类型。

若 $e(t)=\delta(t)$，则 $E(s)=1$，$R(s)=H(s)E(s)=H(s)$，即网络函数是该响应的象函数，因此网络函数的原函数就是电路的单位冲激响应 $h(t)$，即：

$$\boxed{h(t)=\mathscr{L}^{-1}[R(s)]=\mathscr{L}^{-1}[H(s)]}$$

例1 电路激励 $i(t)=\delta(t)$，求冲激响应 $h(t)$，即电容电压 $u_C(t)$。

解 $u_C(0$



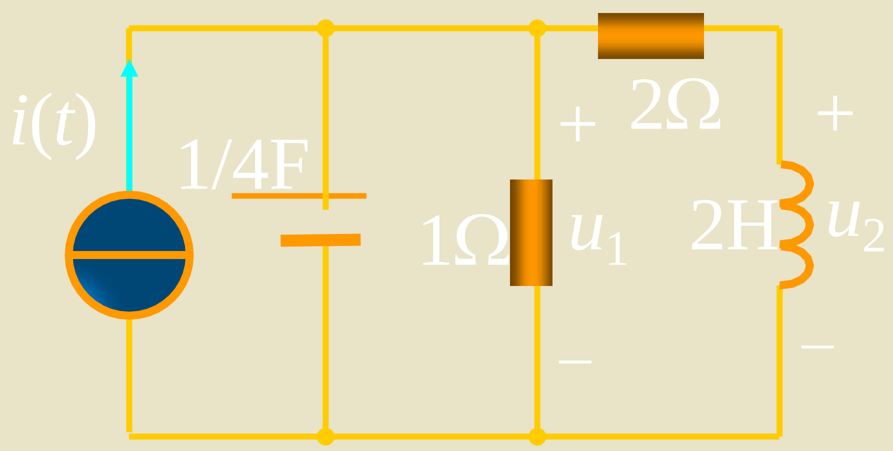
$$H(s)=\frac{U_C(s)}{I_S(s)}=\frac{1}{C}\cdot\frac{1}{s+\dfrac{1}{RC}}$$

$$u_C(t)=h(t)=\frac{1}{C}e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

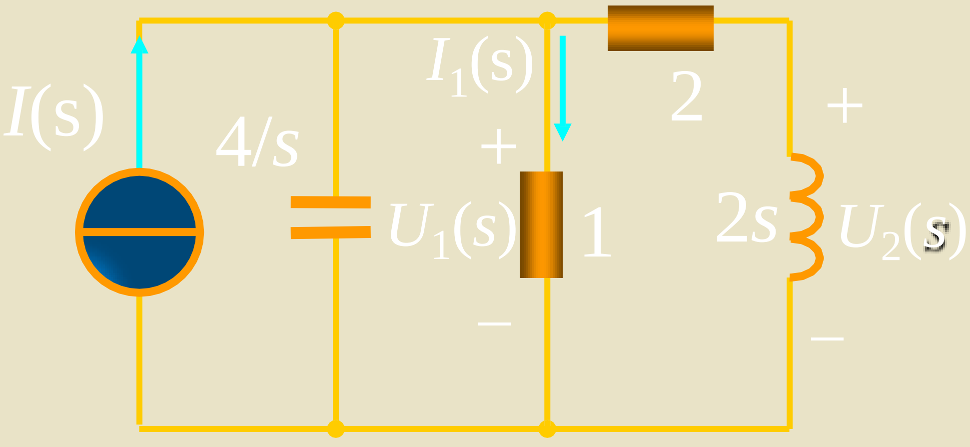
2. 网络函数的应用

由网络函数求取任意激励下电路的零状态响应。

例2 电路激励$i(t)=\varepsilon(t)$，求阶跃响应$u_1(t)$、$u_2(t)$。



解 $u_C(0_-)=0$ $i_L(0_-)=0$ 画出运算电路



$$H_1(s)=\frac{U_1(s)}{I(s)}$$

$$=\frac{1}{\frac{s}{4}+1+\frac{1}{2+2s}}=\frac{4s+4}{s^2+5s+6}$$

$$H_2(s)=\frac{U_2(s)}{I(s)}=\frac{\frac{2s}{2+2s}U_1(s)}{I(s)}=\frac{4s}{s^2+5s+6}$$

$$U_1(s)=H_1(s)\cdot\frac{1}{s}=\frac{4s+4}{s(s^2+5s+6)} \qquad u_1(t)=(\frac{2}{3}+2e^{-2t}-\frac{8}{3}e^{-3t})\varepsilon(t)$$

$$U_2(s)=H_2(s)\cdot\frac{1}{s}=\frac{4}{s^2+5s+6} \qquad u_2(t)=4(e^{-2t}-e^{-3t})\varepsilon(t)$$

例3 图示线性网络中，在同一初始状态下：当$u_S=0$时，$u_o=-e^{-10t}$V

当$u_S=12\varepsilon(t)$V时，$u_o=6-3e^{-10t}$V。若$u_S=6e^{-5t}\varepsilon(t)$V，求$u_o$。

解 零输入响应：$u_{o1}=-e^{-10t}\varepsilon(t)\mathrm{V}$

当$u_S=12\varepsilon(t)$V时，全响应

$$u_o=(6-3e^{-10t})\varepsilon(t)\mathrm{V},$$

可得此时的零状态响应：

$$u_{o2}=u_o-u_{o1}$$

$$=(6-3e^{-10t})\varepsilon(t)+e^{-10t}\varepsilon(t)=(6-2e^{-10t})\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

电压转移函数：$H(s)=\dfrac{U_{o2}(s)}{U_S(s)}=\dfrac{s+15}{3(s+10)}=\dfrac{5}{3}\cdot\dfrac{1}{s+10}+\dfrac{1}{3}$

网络函数：$H(s)=\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{s+10}+\frac{1}{3}$

当$u_S=6e^{-5t}$

$$U_{o2}(s)=U_S(s)H(s)=(\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{s+10}+\frac{1}{3})\cdot\frac{6}{s+5}=\frac{4}{s+5}-\frac{2}{s+10}$$

$$u_{o2}=(4e^{-5t}- \quad {}^{-10t}$$

此时网络的全响应

$$u_o=u_{o1}+u_{o2}$$

$$=-e^{-10t}\varepsilon(t)+(4 \quad -$$

$$=($$

§14-7 网络函数的极点和零点

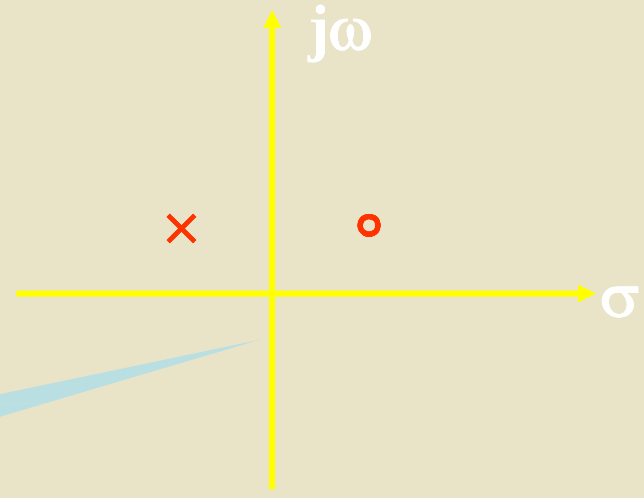
$$H(s)=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{H_0(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z}{}$$

当$s=z_1,\cdots,z$ 时　　　　称$z_1,\cdots,z$

当$s=p_1,\cdots,p_n$时，$H(s)=\infty$　　称$p_1,\cdots,p_n$为极点

复频率$s=\sigma+j\omega$

极点用“×”表示，
零点用“o”表示。



零、极点分布图

例 $$H(s)=\frac{2s^2-12s+16}{s^3+4s^2+6s+3}$$ **绘出其极零点分布图**

解

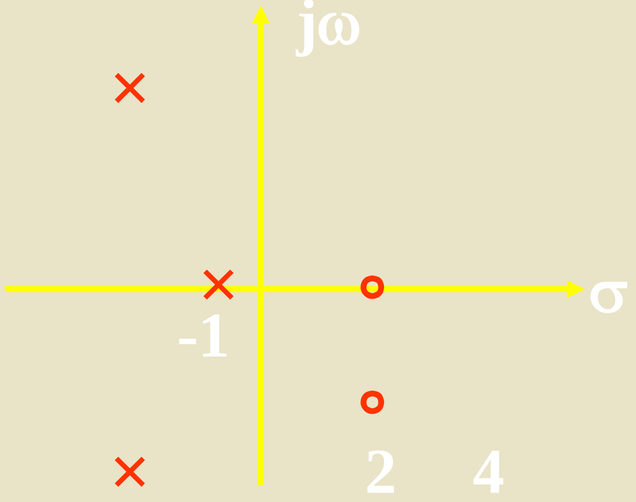
$$H(s)=\frac{2(s-2)(s-4)}{(s+1)(s+\frac{3}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2})(s+\frac{3}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2})}$$

$H(s)$的零点为$z_1=2$，$z_2=4$

$H(s)$的极点

为 $p_1=-1$

$$p_{2,3}=-\frac{3}{2}\pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$$



§14-8 极点、零点与冲激响应

例 已知网络函数有两个极点分别在s=0和s=−1处，一个单零点在s=1处，且有 $\lim\limits_{t\to\infty} h(t) = 10$，求$H(s)$和$h(t)$。

解 设 $H(s) = \dfrac{k(s-1)}{s(s+1)}$ 则:

$$h(t) = \mathscr{L}^{-1}[H(s$$

由 $\lim\limits_{t\to\infty} h(t)$ → $k = -10$

$$h(t) = 10 - 20e^{-t}$$

$$H(s) = -10\frac{s-1}{s(s+1)}$$

设网络输入$e(t)=e^{-2t}$，则 $E(s)=\frac{1}{\quad}$，其零状态响应为

$$R(s)=H(s)E(s)=-10\frac{s-1}{s(s+1)}\times\frac{1}{s+2}=\frac{5}{s}-\frac{20}{\quad}$$

$$r(t)=\underline{5-20e^{-t}}+\underline{15e^{-2t}}\qquad t\geq 0$$

自由分量　强制分量

$$h(t)=-1$$

结论：极点位置不同，冲激响应的性质也不同，而一般冲激响应的性质就是时域响应中自由分量的性质，因此网络函数极点分布情况反映了电路过渡过程中自由响应的变化规律。

$$H(s)=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{H_0(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z}{}$$

复平面可分成以下几部分： $s=\sigma+j\omega$

1）正实轴 $\sigma>0$， $\omega=0$

2）负实轴 $\sigma<0$， $\omega=0$

3）原点 $\sigma=0$， $\omega=0$

4）虚轴 $\sigma=0$， $\omega\neq 0$

5　除横轴外的左半平面 $\sigma<0$， $\omega\neq 0$

6　除横轴外的右半平面 $\sigma>0$， $\omega\neq 0$

1.若$H(s)$为真分式且$D(s)$具有单根（包括共轭复根），则

$$h(t)=\mathscr{L}^{-1}[H(s)]=\mathscr{L}^{-1}\Big[\sum_{i=1}^{n}\frac{k_i}{s-p_i}\Big]=\sum_{i=1}^{n}k_i e^{p_i t}$$