

学习目标

- 1.理解 n 次方根、 n 次根式的概念；
- 2.正确运用根式运算性质化简、求值；
- 3.体会分类讨论思想、符号化思想的作用.

问题导学

题型探究

达标检测

知识点一 n 次方根, n 次根式

思考 若 $x^2 = 3$, 这样的 x 有几个? 它们叫作3的什么? 怎么表示?

答案 这样的 x 有2个, 它们都称为3的平方根, 记作 $\pm\sqrt{3}$.

一般地, 有: (1) a 的 n 次方根定义

如果 $x^n = a$, 那么 x 叫做 a 的 n 次方根, 其中 $n > 1$, 且 $n \in \mathbf{N}^*$.

(2) a 的 n 次方根的表示

n 的奇偶性	a 的 n 次方根的表示符号	a 的取值范围
n 为奇数	$\sqrt[n]{a}$	$a \in \mathbf{R}$
n 为偶数	$\pm \sqrt[n]{a}$	$[0, +\infty)$

(3) 根式

式子 $\sqrt[n]{a}$ 叫做根式，这里 n 叫做 根指数， a 叫做被开方数。

知识点二 根式的性质

思考 我们已经知道若 $x^2 = 3$, 则 $x = \pm\sqrt{3}$, 那么 $(\sqrt{3})^2$ 等于什么? $\sqrt{3^2}$ 呢?

$\sqrt{(-3)^2}$ 呢?

答案 把 $x = \sqrt{3}$ 代入方程 $x^2 = 3$, 有 $(\sqrt{3})^2 = 3$;

$\sqrt{3^2} = \sqrt{9}$, $\sqrt{9}$ 代表 9 的两个平方根中正的那一个, 即 3.

$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$.

一般地，有：(1) $\sqrt[n]{0} = \underline{0}$ ($n \in \mathbf{N}^*$, 且 $n > 1$);

(2) $(\sqrt[n]{a})^n = \underline{a}$ ($n \in \mathbf{N}^*$, 且 $n > 1$);

(3) $\sqrt[n]{a^n} = a$ (n 为大于 1 的奇数);

(4) $\sqrt[n]{a^n} = |a| = \begin{cases} \underline{a} & (a \geq 0) \\ \underline{-a} & (a < 0) \end{cases}$ (n 为大于 1 的偶数).

类型一 根式的意义

例 1 求使等式 $\sqrt{(a-3)(a^2-9)} = (3-a)\sqrt{a+3}$ 成立的实数 a 的取值范围.

解
$$\sqrt{(a-3)(a^2-9)} = \sqrt{(a-3)^2(a+3)}$$

$$= |a-3|\sqrt{a+3},$$

要使 $|a-3|\sqrt{a+3} = (3-a)\sqrt{a+3}$,

需
$$\begin{cases} a-3 \leq 0, \\ a+3 \geq 0, \end{cases} \quad \text{解得 } a \in [-3, 3].$$

对于 $\sqrt[n]{a}$, 当 n 为偶数时, 要注意两点: (1) 只有 $a \geq 0$ 才有意义; (2) 只要 $\sqrt[n]{a}$ 有意义, $\sqrt[n]{a}$ 必不为负.

跟踪训练 1 若 $\sqrt{a^2 - 2a + 1} = a - 1$, 求 a 的取值范围.

解 $\because \sqrt{a^2 - 2a + 1} = |a - 1| = a - 1,$

$$\therefore a - 1 \geq 0,$$

$$\therefore a \geq 1.$$

类型二 利用根式的性质化简或求值

例2 化简：

$$(1) \sqrt[4]{(3-\pi)^4};$$

解 $\sqrt[4]{(3-\pi)^4} = |3-\pi| = \pi-3.$

$$(2) \sqrt{(a-b)^2} (a>b);$$

解 $\sqrt{(a-b)^2} = |a-b| = a-b.$

$$(3)(\sqrt{a-1})^2 + \sqrt{(1-a)^2} + \sqrt[3]{(1-a)^3}.$$

解 由题意知 $a-1 \geq 0$,

即 $a \geq 1$.

$$\text{原式} = a - 1 + |1 - a| + 1 - a = a - 1 + a - 1 + 1 - a = a - 1.$$

n 为奇数时 $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \sqrt[n]{a^n} = a$, a 为任意实数均可;

n 为偶数时, $a \geq 0$, $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n$ 才有意义, 且 $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$;

而 a 为任意实数 $\sqrt[n]{a^n}$ 均有意义, 且 $\sqrt[n]{a^n} = |a|$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/826103110143010034>