MUBIAODINGWEI 我明白

[学习目标] 目标定位 [特别关注]

1.进一步加深理解对数函数的性质. 2.掌握对数函数的性质及其应用.	1.利用对数函数的单调性解题．(重点) 2.常与方程、不等式等结合命题．(难点) 3.对于底数含有参数的对数函数进行分类讨论．(易混点)

启动思维

1．形如$y=\log_a x$的函数是对数函数，其中x是自变量，定义域为(0，＋∞)，值域为R.

2．对数函数的奇偶性，既不是奇函数也不是偶函数；单调性$a>1$，在(0，＋∞)上是增函数，$0<a<1$时，在(0，＋∞)是减函数，过定点(1,0).

走进教材

复合函数$y=\log_a f(x)$，$x\in D$的单调性：设集合$M\subseteq D$，若$a>1$，且$u=f(x)$在$x\in M$上单调递增(减)，集合M对应的区间是函数$y=\log_a f(x)$的<u>单调增区间</u>；若$0<a<1$，且$u=f(x)$在$x\in M$上单调递增(减)，集合M对应的区间是函数$y=$ $og_a f(x)$的<u>单调减区间</u>.

自主练习

1．设$a=\log_5 4$，$b=(\log_5 3)^2$，$c=\log_4 5$，则(　　)

A．$a<c<b$　　B．$b<c<a$

C．$a<b<c$　　D．$b<a<c$

解析： $\because \log_5 4>\log_5 3>0$

$1>\log_5 3>0$

$\therefore \log_5 4>(\log_5 3)^2$即$a>b$

又$\because \log_4 5>1>\log_5 4$

即$c>a$

$\therefore c>a>b$

答案： D

2．若 $\log_a 2<1$，则(　　)

A．$a\in(1,2)$

B．$a\in(0,1)\cup(2,+\infty)$

C．$a\in(0,1)\cup(1,2)$

D．$a\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$

解析： ①若$0<a<1$，则$\log_a 2<0$；

②若$a>1$，$\log_a 2<\log_a a$

$\therefore a<2$，

$\therefore 1<a<2$.故选A.

答案： A

3．已知函数$f(x)=\log_a(x-1)(a>0，a\neq 1)$在区间$(1,2)$上满足$f(x)<0$，则函数$f(x)$在$(1,+\infty)$上是________函数．(填“增”或“减”)

解析： 已知$1<x<2$，则$0<x-1<1$，此时$f(x)<0$，根据对数函数的图象知$a>1$.所以函数$f(x)$为增函数．

答案： 增

4．判断函数 $f(x)=\lg(\sqrt{x^2+1}-x)$的奇偶性.

解析： 由$\sqrt{x^2+1}-x>0$ 解得 $x\in R$，

故 $f(x)$的定义域为 R，关于原点对称.

$\because f(-x)=\lg(\sqrt{x^2+1}+x)$，$f(x)=\lg(\sqrt{x^2+1}-x)$

$\therefore f(-x)+f(x)=\lg(\sqrt{x^2+1}+x)+\lg(\sqrt{x^2+1}-x)$

$=\lg(\sqrt{x^2+1}+x)(\sqrt{x^2+1}-x)$

$=\lg[(x^2+1)-x^2]=\lg 1=0.$

$\therefore f(-x)=-f(x)$，$\therefore f(x)$是奇函数.

典例导航

题型一 利用对数函数的单调性比较大小

例1 比较下列各组数的大小：

(1)$\log_2\pi$ 与 $\log_2 0.9$；

(2)$\log_2 0.3$ 与 $\log_{0.2} 0.3$；

(3)$3\log_4 5$ 与 $2\log_2 3$；

(4)$\log_{\frac{1}{3}} 0.3$，$\log_2 0.8$

思路点拨

由题目可获取以下主要信息：(1)中底数相同，真数不同；(2)中底数不同，真数相同；(3)(4)中底数与真数各不相同.解答本题可考虑利用对数函数的单调性或图象求解.

[解题过程] (1)因为函数$y=\log_2 x$在$(0,+\infty)$上是增函数，$\pi>0.9$，所以$\log_2\pi>\log_2 0.9$.

(2)由于$\log_2 0.3<\log_2 1=0$，$\log_{0.2}0.3>\log_{0.2}1=0$，所以$\log_2 0.3<\log_{0.2}0.3$.

(3)$3\log_4 5=\log_4 5^3=\log_4 125$，

$2\log_2 3=\log_4 81$，

∵对数函数$y=\log_4 x$在$(0,+\infty)$上是增函数，

∴$\log_4 125>\log_4 81$，即$3\log_4 5>2\log_2 3$.

(4)由对数函数性质知，

$\log_{\frac{1}{3}}0.3>0$，$\log_2 0.8<0$，

∴$\log_{\frac{1}{3}}0.3>\log_2 0.8$.

[题后感悟]

对数值比较大小常用的方法

- 同底数的利用单调性
- 同真数的利用图象或作商法
- 既不同底也不同真数的借助中间量进行比较

变式训练

1.比较下列各组数中两个值的大小.

(1)$\log_2 3$与$\log_2 3.5$;

(2)$\log_2 5$与$\log_3 5$;

(3)$\log_3 \pi$与$\log_2 0.8$.

解析： (1)∵$y=\log_2 x$在$(0, +\infty)$内是增函数，且$3<3.5$，

∴$\log_2 3<\log_2 3.5$.

(2)考查对数函数$y=\log_2 x$和$y=\log_3 x$，当$x>1$时，$y=\log_2 x$的图象在$y=\log_3 x$图象上方(即底大图低)，这里$x=5$，故$\log_2 5>\log_3 5$.

(3)找中间量“搭桥”.

∵$\log_3 \pi>\log_3 3=1$，

$\log_2 0.8<\log_2 2=1$，

∴$\log_2 \pi>\log_2 0.8$.

2．设 $a=\log_3 2$，$b=\ln 2$，$c=5-\frac{1}{2}$，则(　　)

A．$a<b<c$　　B．$b<c<a$

C．$c<a<b$　　D．$c<b<a$

解析：　方法一：∵$3>e$

∴$\log_3 2<\ln 2$ 即 $a<b$

又$\frac{a}{c}=\frac{\log_3 2}{5-\frac{1}{2}}=\sqrt{5}\log_3 2=\log_3 2\sqrt{5}$

∵$2\sqrt{5}>3$，∴$\frac{a}{c}>1$ 即 $a>c$

故 $c<a<b$.故选 C.

方法二：$a=\frac{1}{\log_2 3}$，$b=\frac{1}{\log_2 e}$而 $\log_2 3>\log_2 e$，

$\therefore a<b$

又 $c=\frac{1}{\sqrt{5}}$，而$\sqrt{5}>2=\log_2 4>\log_2 3$，$\therefore c<a$

综上，$c<a<b$.故选 C.

答案： C

题型二 利用对数函数的单调性解不等式

例2 解不等式 $2\log_a(x-4)>\log_a(x-2)$.

[策略点睛]