江苏省苏锡常镇2024届高三下学期教学情况调研（一）数学试卷

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知集合 $A=\left\{x\mid x^2+3x+2>0\right\}$，集合 $B=\left\{x\mid 0\le x\le 4\right\}$，则（　）

A．$A\cap B=\varnothing$　　B．$A\cup B=\mathbf{R}$　　C．$A\subseteq B$　　D．$B\subseteq A$

2．设 $(1+2x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_5x^5$，则 $a_1+a_2+\cdots+a_5=$（　）

A．-2　　B．-1　　C．242　　D．243

3．已知平面向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 满足 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0},|\vec{a}|=|\vec{b}|=1,|\vec{c}|=\sqrt{3}$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为（　）

A．$\dfrac{\pi}{4}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{2}{3}\pi$　　D．$\dfrac{3}{4}\pi$

4．青少年的身高一直是家长和社会关注的重点，它不仅关乎个体成长，也是社会健康素养发展水平的体现.某市教育部门为了解本市高三学生的身高状况，从本市全体高三学生中随机抽查了1200人，经统计后发现样本的身高（单位：cm）近似服从正态分布 $N\left(172,\sigma^2\right)$，且身高在168cm到176cm之间的人数占样本量的75%，则样本中身高不低于176cm的约有（　）

A．150人　　B．300人　　C．600人　　D．900人

5．函数 $f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 在区间 $(0,2\pi)$ 内的零点个数为（　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

6．在平面直角坐标系 xOy 中，已知A为双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右顶点，以 OA 为直径的圆与 C 的一条渐近线交于另一点 M，若 $|AM|=\dfrac{1}{2}b$，则 C 的离心率为（　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$2\sqrt{2}$　　D．4

7．莱莫恩(Lemoine)定理指出：过 $\triangle ABC$ 的三个顶点 A,B,C 作它的外接圆的切线，分别和 BC,CA,AB 所在直线交于点 P,Q,R，则 P,Q,R 三点在同一条直线上，这条直线被称为三角形的Lemoine线.在平面直角坐标系 xOy 中，若三角形的三个顶点坐标分别为 $A(0,1),B(2,0),C(0,-4)$，则该三角形的Lemoine线的方程为（　）

A．$2x-3y-2=0$　　B．$2x+3y-8=0$

C．$3x+2y-22=0$　　D．$2x-3y-32=0$

8．已知正项数列$\{a_n\}$满足$\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\cdots+\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{n}{2n+1}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，若$a_5-2a_6=7$，则$a_1=$（　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．1　　C．$\frac{3}{2}$　　D．2

二、多选题

9．已知复数z_1,z_2,z_3，下列说法正确的有（　）

A．若$z_1\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}$，则$|z_1|=|z_2|$

B．若$z_1^2+z_2^2=0$，则$z_1=z_2=0$

C．若$z_1z_2=z_1z_3$，则$z_1=0$或$z_2=z_3$

D．若$|z_1-z_2|=|z_1+z_2|$，则$z_1z_2=0$

10．已知函数$f(x)=\frac{\sin x}{2-\cos 2x}$，则（　）

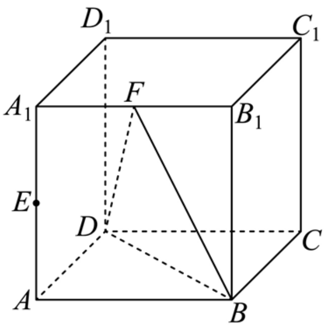
A．$f(x)$的最小正周期为π

B．$f(x)$的图象关于点$(\pi,0)$对称

C．不等式$f(x)>x$无解

D．$f(x)$的最大值为$\frac{\sqrt{2}}{4}$

11．如图，在棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E为AA_1的中点，点F满足$\overrightarrow{A_1F}=\lambda\overrightarrow{A_1B_1}\left(0\le\lambda\le1\right)$，则（　）



A．当$\lambda=0$时，$AC_1\perp$平面BDF

B．任意$\lambda\in[0,1]$，三棱锥$F-BDE$的体积是定值

C．存在$\lambda\in[0,1]$，使得AC与平面BDF所成的角为$\frac{\pi}{3}$

D．当$\lambda=\frac{2}{3}$时，平面BDF截该正方体的外接球所得截面的面积为$\frac{56}{19}\pi$

三、填空题

12．已知变量x,y的统计数据如下表，对表中数据作分析，发现y与x之间具有线性相关关系，利用最小二乘法，计算得到经验回归直线方程为$\hat{y}=0.8x+\hat{a}$，据此模型预测当$x=10$时$\hat{y}$的值为________.

x	5	6	7	8	9
$\hat{y}$	3.5	4	5	6	6.5

13．已知$a,b\in(0,1)\cup(1,+\infty)$，$4\log_a b+\log_b a=4$，则$\frac{2}{b}+\ln\frac{a}{b}$的最小值为________.

14．在平面直角坐标系xOy中，已知点$P(-1,1)$和抛物线$C:y^2=4x$，过C的焦点F且斜率为$k(k>0)$的直线与C交于A,B两点.记线段AB的中点为M，若线段MP的中点在C上，则k的值为________；$|AF|\cdot|BF|$的值为________.

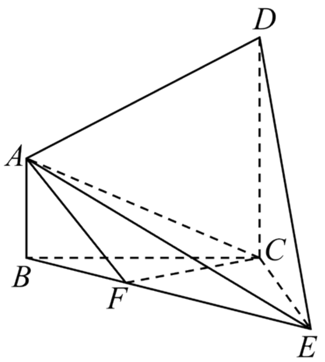
四、解答题

15．记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$2\cos B+1=\frac{c}{a}$.

(1)证明：$B=2A$；

(2)若$\sin A=\frac{\sqrt{2}}{4},b=\sqrt{14}$，求$\triangle ABC$的周长.

16．如图，在四棱锥$E-ABCD$中，$EC\perp$平面$ABCD$，$DC\perp BC$，$AB//DC$，$DC=2AB=2$，$CB=CE$，点F在棱BE上，且$BF=\frac{1}{2}FE$.



(1)证明：$DE//$平面AFC；

(2)当二面角$F-AC-D$为$135°$时，求CE.

17．我国无人机发展迅猛，在全球具有领先优势，已经成为“中国制造”一张靓丽的新名片，并广泛用于森林消防、抢险救灾、环境监测等领域.某森林消防支队在一次消防演练中利用无人机进行投弹灭火试验，消防员甲操控无人机对同一目标起火点进行了三次投弹试验，已知无人机每次投弹时击中目标的概率都为$\frac{4}{5}$，每次投弹是否击中目标相互独立.无人机击中目标一次起火点被扑灭的概率为$\frac{1}{2}$，击中目标两次起火点被扑灭的概率为$\frac{2}{3}$，击中目标三次起火点必定被扑灭.

(1)求起火点被无人机击中次数的分布列及数学期望；

(2)求起火点被无人机击中且被扑灭的概率.

18．在平面直角坐标系xOy中，已知点$P\left(0,-\frac{5}{3}\right)$，过椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$的上顶点A作两条动直线$l_1:y=k_1x+1,l_2:y=k_2x+1\left(0<k_1<k_2\right)$分别与$C$交于另外两点$M,N$.当$k_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$时，$|AM|=|PM|$.

(1)求a的值；

(2)若$k_1k_2=1,\frac{|MN|}{|NP|}=\frac{9}{8}$，求$k_1$和$k_2$的值.

19．已知函数$f\left(x\right)=\frac{4\mathrm{e}^{x-2}}{x}-2x(x>0)$，函数$g\left(x\right)=-x^2+3ax-a^2-3a\left(a\in\mathbf{R}\right)$.

(1)若过点$O\left(0,0\right)$的直线l与曲线$y=f\left(x\right)$相切于点P，与曲线$y=g\left(x\right)$相切于点Q.

①求a的值；

②当P,Q两点不重合时，求线段PQ的长；

(2)若$\exists x_0>1$，使得不等式$f\left(x_0\right)\le g\left(x_0\right)$成立，求$a$的最小值.

参考答案：

1．D

【分析】

求出集合A，利用集合间的关系即可判断.

【详解】

由题可得：$A=\{x|\ x<-2或x>-1\},B=\{x|0\le x\le 4\}$，则$B\subseteq A$.

故选：D.

2．C

【分析】

利用赋值法，分别令$x=0,1$可得.

【详解】令$x=0$，则$1^5=a_0$，$\therefore a_0=1$；

令$x=1$，则$3^5=a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$；

$\therefore a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=3^5-1=242$.

故选：C.

3．B

【分析】

根据向量的加减运算以及数量积的运算律求出$\vec{a}\cdot\vec{b}$，继而利用向量的夹角公式，即可求得答案.

【详解】由题意知平面向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$满足$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0},|\vec{a}|=|\vec{b}|=1,|\vec{c}|=\sqrt{3}$，

故$\vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}$，所以$(\vec{a}+\vec{b})^2=\vec{c}^2$，

所以$\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=3$，所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$，

则$\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{1}{2}$，$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle\in[0,\pi]$，故$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{\pi}{3}$，

故选：B.

4．A

【分析】

利用正态分布的性质，计算出$P(172<X<176)$和$P(X>176)$即可求解.

【详解】因为$X \sim N\left(172,\sigma^2\right)$，$P(168 < X < 176) = 0.75$，所以$P(172 < X < 176) = 0.375$

则$P\left(X \ge 176\right) = 0.5 - 0.375 = 0.125$，所以样本中身高不低于176cm的约有$0.125 \times 1200 = 150$人.

故选：A.

5．C

【分析】

利用三角函数的性质求解即可.

【详解】

令$f\left(x\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$，得$2x + \frac{\pi}{3} = k\pi$，则$x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$；

故$k = 1, x = \frac{\pi}{3}; k = 2, x = \frac{5}{6}\pi$，$k = 3, x = \frac{4}{3}\pi; k = 4, x = \frac{11}{6}\pi$，

所以$f\left(x\right)$在$\left(0, 2\pi\right)$共有 4 个零点，

故选： C.

6．B

【分析】

由渐近线方程和$OM \perp AM$求出$\left|OM\right| = \frac{1}{2}a$，由勾股定理得到$b^2 = 3a^2$，从而求出离心率.

【详解】

由题意得，$OM \perp AM$，双曲线的一条渐近线方程为$y = \frac{b}{a}x$，

故$\tan\angle AOM = \frac{b}{a}$，即$\frac{\left|AM\right|}{\left|OM\right|} = \frac{b}{a}$，

又$\left|AM\right| = \frac{1}{2}b$，所以$\left|OM\right| = \frac{1}{2}a$，

由勾股定理得$\left|OM\right|^2 + \left|AM\right|^2 = \left|OA\right|^2$，即$\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}b^2 = a^2$，

解得$b^2 = 3a^2$，

$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = 2$，

故选：B.

7．B

【分析】

待定系数法求出外接圆方程，从而得到外接圆在 A,C 处的切线方程，进而求出 P,R 的坐标，得到答案.

【详解】

$\triangle ABC$ 的外接圆设为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，

$\therefore\begin{cases}1+E+F=0\\4+2D+F=0\\16-4E+F=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}D=0\\E=3\\F=-4\end{cases}$，

$\therefore$ 外接圆方程为 $x^2+y^2+3y-4=0$，即 $x^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$，

易知外接圆在 A 处切线方程为 $y=1$，

又 $BC:\frac{x}{2}+\frac{y}{-4}=1$，令 $y=1$ 得，$x=\frac{5}{2}$，$\therefore P\left(\frac{5}{2},1\right)$，

在 $C(0,-4)$ 处切线方程为 $y=-4$，

又 $AB:\frac{x}{2}+y=1$，令 $y=-4$ 得 $x=10$，$\therefore R(10,-4)$，

则三角形的 Lemoine 线的方程为 $\frac{y+4}{1+4}=\frac{x-10}{\frac{5}{2}-10}$，即 $2x+3y-8=0$

故选：B.

8．D

【分析】

由已知和式求出通项 $\frac{1}{a_na_{n+1}}$ 的通项，从而得出 $\frac{1}{a_5a_6}=\frac{1}{99}$，再由已知条件 $a_5-2a_6=7$，从而求出 a_5，类似的往前推，求出 a_1 即可.

【详解】$n=1$ 时，$\frac{1}{a_1a_2}=\frac{1}{3}$;

$n\geq 2$ 时，$\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{n}{2n+1}-\frac{n-1}{2n-1}=\frac{1}{4n^2-1}$

$\frac{1}{a_5a_6}=\frac{1}{99},\therefore a_5a_6=99,\therefore a_6(2a_6+7)=99,,$

$\therefore a_6=\frac{11}{2},a_5=18,$

$a_4a_5=63,\therefore a_4=\frac{7}{2}$

$\because a_3a_4=35,\therefore a_3=10,$

$\because a_2a_3=15,\therefore a_2=\dfrac{3}{2}$,

$a_1a_2=3,\therefore a_1=2$.

故选：D.

9．AC

【分析】

A 项，由复数的性质 $z\overline{z}=|z|^2$ 可得；BD 项，举特例即可判断；C 项，先证明命题“若 $z_1z_2=0$，则 $z_1=0$，或 $z_2=0$”成立，再应用所证结论推证可得.

【详解】选项 A，$z_1\cdot\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}$，则 $|z_1|^2=|z_2|^2,\therefore|z_1|=|z_2|$，故 A 正确；

选项 B，令 $z_1=\mathrm{i},z_2=1$，满足条件 $z_1^2+z_2^2=-1+1=0$，但 $z_1\neq z_2$，且均不为 0，故 B 错误；

选项 C，下面先证明命题“若 $z_1z_2=0$，则 $z_1=0$，或 $z_2=0$”成立.

证明：设 $z_1=a+b\mathrm{i},a,b\in\mathbf{R}$， $z_2=c+d\mathrm{i},c,d\in\mathbf{R}$，

若 $z_1z_2=0$，则有 $(a+b\mathrm{i})(c+d\mathrm{i})=(ac-bd)+(ad+bc)\mathrm{i}=0$，

故有 $\begin{cases}ac-bd=0\\ad+bc=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}ac=bd\\ad=-bc\end{cases}$，两式相乘变形得，$\left(a^2+b^2\right)cd=0$，

则有 $a^2+b^2=0$，或 $c=0$，或 $d=0$，

①当 $a^2+b^2=0$ 时， $a=b=0$，即 $z_1=0$；

②当 $a^2+b^2\neq0$，且 $c=0$ 时，则 $bd=ad=0$，

又因为 a,b 不同时为 0，所以 $d=0$，即 $z_2=0$；

③当 $a^2+b^2\neq0$，且 $d=0$ 时，则 $ac=bc=0$，同理可得 $c=0$，故 $z_2=0$；

综上所述，命题“若 $z_1z_2=0$，则 $z_1=0$，或 $z_2=0$”成立.

下面我们应用刚证明的结论推证选项 C，

$\because z_1z_2=z_1z_3$， $\therefore z_1\left(z_2-z_3\right)=0$，

$\therefore z_1=0$，或 $z_2-z_3=0$，即 $z_1=0$ 或 $z_2=z_3$，故 C 正确；

选项 D，令 $z_1=1+\mathrm{i},z_2=1-\mathrm{i}$，

则$\left|z_1-z_2\right|=\left|z_1+z_2\right|=2$，

但$z_1z_2=(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})=2$，$z_1z_2$不为$0$，故D错误.

故选：AC.

10．BD

【分析】

对于选项A:验证$f(\pi+x)=f(x)$是否成立即可判断；对于选项B:验证$f(2\pi-x)=-f(x)$是否成立即可判断；对于选项C:利用$f(-\pi)=0>-\pi$即可验证$f(x)>x$有解；对于选项D:利用二倍角公式，结合基本不等式即可判断.

【详解】对于选项A: $f(\pi+x)=\dfrac{\sin(\pi+x)}{2-\cos2(\pi+x)}=\dfrac{-\sin x}{2-\cos2x}\neq f(x),\therefore\pi$不是$f(x)$的周期，故A错误;

对于选项B: $f(2\pi-x)=\dfrac{\sin(2\pi-x)}{2-\cos2(2\pi-x)}=\dfrac{-\sin x}{2-\cos2x}=-f(x),\therefore f(x)$关于$(\pi,0)$对称，故B正确；

对于选项C: $f(-\pi)=0>-\pi,\therefore f(x)>x$有解，故C错误；

对于选项D: $f(x)=\dfrac{\sin x}{2-\left(1-2\sin^2x\right)}=\dfrac{\sin x}{2\sin^2x+1}$，若$\sin x\le0$，则$f(x)\le0$，

若$\sin x>0$, 则$f(x)=\dfrac{1}{2\sin x+\dfrac{1}{\sin x}}\le\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

当且仅当$2\sin x=\dfrac{1}{\sin x}$，即$\sin x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时，原式取等，故D正确.

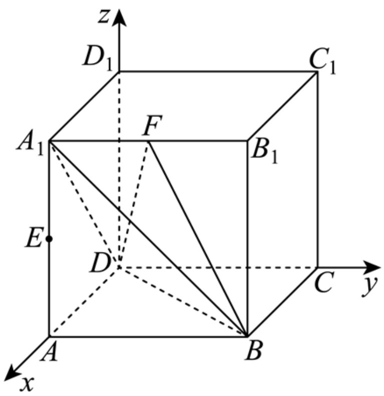
故选:BD.

11．ACD

【分析】建立适当的空间直角坐标系，对于A，$\lambda=0$时，F与A_1重合，故只需验证$AC_1\perp$面BDA_1是否成立即可，对于B，由A_1B_1不与平面BDE平行，即点F到面BDE的距离不为定值，由此即可推翻B，对于C，考虑两种极端情况的线面角，由于F是连续变化的，故AC与平面BDF所成的角也是连续变化的，由此即可判断；对于D，求出平面BDF的法向量，而显然球心坐标为$O(1,1,1)$，求出球心到平面BDF

的距离，然后结合球的半径、勾股定理可得截面圆的半径，进一步可得截面圆的面积.

【详解】如图所示建系，$D(0,0,0), B(2,2,0), A_1(2,0,2), A(2,0,0), C_1(0,2,2)$，



所以 $\overrightarrow{DB}=(2,2,0), \overrightarrow{DA_1}=(2,0,2), \overrightarrow{AC_1}=(-2,2,2)$，

从而 $\overrightarrow{AC_1}\cdot\overrightarrow{DB}=-4+4=0, \overrightarrow{AC_1}\cdot\overrightarrow{DA_1}=-4+4=0$，

所以 $AC_1\perp DB, AC_1\perp DA_1$，

又 $DB\cap DA_1=D, DB, DA_1\subset$ 面 BDA_1，

所以 $AC_1\perp$ 面 BDA_1，

$\lambda=0$ 时，F 与 A_1 重合，平面 BDF 为平面 BDA_1，

因为 $AC_1\perp$ 面 BDA_1，$\therefore AC_1\perp$ 平面 BDF，A 对.

$\because A_1B_1$ 不与平面 BDE 平行，$\therefore F$ 到面 BDE 的距离不为定值，

$\therefore$ 三棱锥 $F-BDE$ 的体积不为定值，B 错.

设面 BDA_1 的法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{DB}=2x_1+2y_1=0\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{DA_1}=2x_1+2z_1=0\end{cases}$，令 $x_1=1$，解得 $y_1=-1, z_1=-1$，

即可取 $\overrightarrow{n_1}=(1,-1,-1)$，

而 $\overrightarrow{AC}=(-2,2,0)$，

所以 AC 与平面 BDF 所成角的正弦值为 $\left|\cos\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{n_1}\rangle\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{n_1}\right|}{\left|\overrightarrow{AC}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n_1}\right|}=\dfrac{4}{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

又 $\overrightarrow{BD}=(-2,-2,0), \overrightarrow{BB_1}=(0,0,2)$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

https://d.book118.com/766002242141010105