

题型 08 手把手教学答题模板 之 4 类函数单调性与函数极值最值

技法 01 具体函数的单调性

技法 02 含参函数且导函数可分解型函数的单调性

技法 03 含参函数且导函数不可分解型函数的单调性

技法 04 二阶导函数求函数的单调性

技法 05 函数的极值最值

技法 01 具体函数的单调性

01

识高考·常见题型解读

函数是高中数学主干知识,单调性是函数的重要性质,用导数研究函数单调性是导数的一个主要应用,可以说在高考导数解答题中单调性问题是绕不开的一个问题.这是因为单调性是解决后续问题的关键.单调性在研究函数图象、比较函数值大小、确定函数的极值与零点、解不等式及证明不等式中都起着至关重要的作用,函数单调性的讨论与应用一直是高考考查的热点、而具体函数的单调性是要掌握的基础知识点

知识迁移

导函数与原函数的关系, $f'(x) > 0, f(x)$ 单调递增, $f'(x) < 0, f(x)$ 单调递减

02

跟我学·解题思维剖析

例 1-1. (2021·全国·统考高考真题) 已知函数 $f(x) = x(1 - \ln x)$, 讨论 $f(x)$ 的单调性

解题

技巧点拨 +

【详解】 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$.

由 $f(x) = x(1 - \ln x)$ 得, $f'(x) = -\ln x$,

令 $f'(x)=0$ ，则 $x=1$ ，当 $x \in (0,1)$ 时 $f'(x) > 0$ ；当 $x \in (1,+\infty)$ 时， $f'(x) < 0$ 。

故 $f(x)$ 在区间 $(0,1]$ 内为增函数，在区间 $[1,+\infty)$ 内为减函数，

例 1-2. (全国·高考真题) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - a(x^2 + x + 1)$ 。若 $a=3$ ，求 $f(x)$ 的单调区间

解题

技巧点拨 +

【详解】当 $a=3$ 时， $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 - 3x - 3$ ， $f'(x) = x^2 - 6x - 3$ 。

令 $f'(x)=0$ 解得 $x=3-2\sqrt{3}$ 或 $x=3+2\sqrt{3}$ 。

当 $x \in (-\infty, 3-2\sqrt{3}) \cup (3+2\sqrt{3}, +\infty)$ 时， $f'(x) > 0$

当 $x \in (3-2\sqrt{3}, 3+2\sqrt{3})$ 时， $f'(x) < 0$

所以函数的增区间是 $(-\infty, 3-2\sqrt{3})$ 和 $(3+2\sqrt{3}, +\infty)$ ，减区间是 $(3-2\sqrt{3}, 3+2\sqrt{3})$ 。

03

你来练·知识迁移强化

1. (2023·全国·统考高考真题) 已知函数 $f(x) = ax - \frac{\sin x}{\cos^2 x}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 。当 $a=1$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性
2. (2022·浙江·统考高考真题) 设函数 $f(x) = \frac{e}{2x} + \ln x (x > 0)$ 。求 $f(x)$ 的单调区间
3. (2022·全国·统考高考真题) 已知函数 $f(x) = xe^{ax} - e^x$ 。当 $a=1$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性
4. (2021·全国·统考高考真题) 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，函数 $f(x) = \frac{x^a}{a^x} (x > 0)$ 。当 $a=2$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间
5. (2020·全国·统考高考真题) 已知函数 $f(x) = e^x + ax^2 - x$ ，当 $a=1$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性

技法 02 含参函数且导函数可分解型函数的单调性

01

识高考·常见题型解读

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/765024242100011043>