2021-2022 高考数学模拟试卷

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知复数 z 满足 $(1+2i)z=4+3i$，则 z 的共轭复数是（　　）

A．$2-i$　　**B**．$2+i$　　**C**．$1+2i$　　**D**．$1-2i$

2．△ABC 中，AB＝3，$BC=\sqrt{13}$，AC＝4，则△ABC 的面积是（　　）

A．$3\sqrt{3}$　　**B**．$\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　**C**．3　　**D**．$\frac{3}{2}$

3．点 P 为棱长是 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的内切球 O 球面上的动点，点 M 为 B_1C_1 的中点，若满足 $DP\perp BM$，则动点 P 的轨迹的长度为（　　）

A．$\frac{\sqrt{5}\pi}{5}$　　**B**．$\frac{2\sqrt{5}\pi}{5}$　　**C**．$\frac{4\sqrt{5}\pi}{5}$　　**D**．$\frac{8\sqrt{5}\pi}{5}$

4．定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(x)$，当 $x\in[-3,-2]$时，$f(x)=-x-2$，则（　　）

A．$f\left(sin\frac{\pi}{6}\right)>f\left(cos\frac{\pi}{6}\right)$　　**B**．$f(sin3)<f(cos3)$

C．$f\left(sin\frac{4\pi}{3}\right)<f\left(cos\frac{4\pi}{3}\right)$　　**D**．$f(2020)>f(2019)$

5．已知 l 为抛物线 $x^2=4y$ 的准线，抛物线上的点 M 到 l 的距离为 d，点 P 的坐标为 $(4,1)$，则 $|MP|+d$ 的最小值是（　　）

A．$\sqrt{17}$　　**B**．4　　**C**．2　　**D**．$1+\sqrt{17}$

6．设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $2(a_3+a_5+a_7)+3(a_8+a_{12})=66$，则 $S_{14}=$

A．56　　**B**．66

C．77　　**D**．78

7．空间点到平面的距离定义如下：过空间一点作平面的垂线，这个点和垂足之间的距离叫做这个点到这个平面的距离．已知平面 α，β，λ 两两互相垂直，点 $A\in\alpha$，点 A 到 β，γ 的距离都是 3，点 P 是 α 上的动点，满足 P 到 β 的

距离与 P 到点 A 的距离相等，则点 P 的轨迹上的点到 β 的距离的最小值是（　　）

A．$3-\sqrt{3}$　　　**B**．3　　　**C**．$\frac{3-\sqrt{3}}{2}$　　　**D**．$\frac{3}{2}$

8．已知函数 $f(x)=m(x-1)-(x-2)e^{x-e}$（e 为自然对数底数），若关于 x 的不等式 $f(x)>0$ 有且只有一个正整数解，则实数 m 的最大值为（　　）

A．$\frac{e^3+e}{2}$　　　**B**．$\frac{e^2+e}{2}$　　　**C**．$\frac{e^3-e}{2}$　　　**D**．$\frac{e^2-e}{2}$

9．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，点 $P(x_0,y_0)$ 是直线 $bx-ay+4a=0$ 上任意一点，若圆 $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=1$ 与双曲线 C 的右支没有公共点，则双曲线的离心率取值范围是（　　）．

A．$(1,2]$　　　**B**．$(1,4]$　　　**C**．$[2,+\infty)$　　　**D**．$[4,+\infty)$

10．甲、乙、丙、丁四位同学高考之后计划去 A、B、C 三个不同社区进行帮扶活动，每人只能去一个社区，每个社区至少一人.其中甲必须去 A 社区，乙不去 B 社区，则不同的安排方法种数为（　　）

A．8　　　**B**．7　　　**C**．6　　　**D**．5

11．设复数 z 满足 $\frac{z-\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=z-2\mathrm{i}$(i 为虚数单位)，则 $z=$（　　）

A．$\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\mathrm{i}$　　　**B**．$\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}$　　　**C**．$-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\mathrm{i}$　　　**D**．$-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}$

12．设函数 $f(x)=\frac{e^x}{x}-t\left(\ln x+x+\frac{2}{x}\right)$ 恰有两个极值点，则实数 t 的取值范围是（　　）

A．$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$　　　**B**．$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

C．$\left(\frac{1}{2},\frac{e}{3}\right)\cup\left(\frac{e}{3},+\infty\right)$　　　**D**．$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup\left(\frac{e}{3},+\infty\right)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知函数 $f(x)=2\mathrm{e}f'(\mathrm{e})\ln x-\frac{x}{\mathrm{e}}$，则函数 $f(x)$ 的极大值为 ___________.

14．函数 $y=\log_{0.5}(x^2-ax+5)$ 在区间(-∞，1)上递增，则实数 a 的取值范围是____

15．某次足球比赛中，A，B，C，D 四支球队进入了半决赛.半决赛中，A 对阵 C，B 对阵 D，获胜的两队进入决赛争夺冠军，失利的两队争夺季军.已知他们之间相互获胜的概率如下表所示.

	A	B	C	D

A 获胜概率	—	**0.4**	**0.3**	**0.8**
B 获胜概率	**0.6**	—	**0.7**	**0.5**
C 获胜概率	**0.7**	**0.3**	—	**0.3**
D 获胜概率	**0.2**	**0.5**	**0.7**	—

则 A 队获得冠军的概率为______.

16．在平面直角坐标系 xOy 中，圆 $C:(x-m)^2+y^2=r^2(m>0)$.已知过原点 O 且相互垂直的两条直线 l_1 和 l_2，其中 l_1 与圆 C 相交于 A，B 两点，l_2 与圆 C 相切于点 D.若 $AB=OD$，则直线 l_1 的斜率为____________.

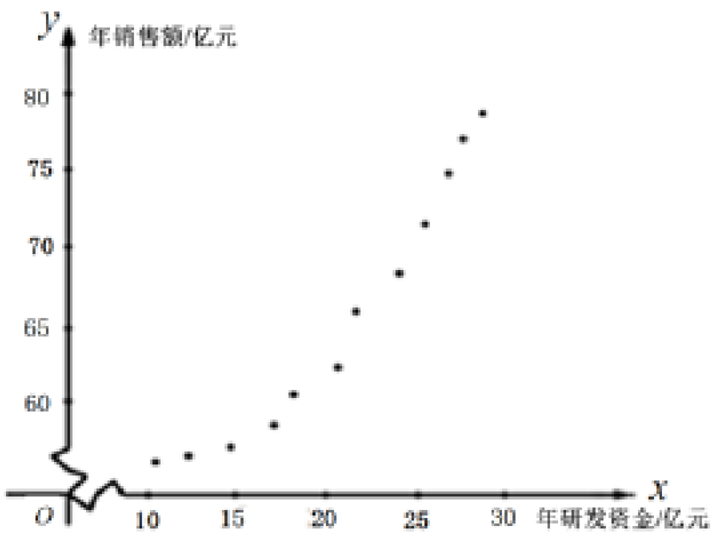
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列 $(n\in N^*)$，$a_1=2$，且 $2a_1$，a_3，$3a_2$ 成等差数列.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=\log_2 a_n$，S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，记 $T_n=\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\frac{1}{S_3}+\ldots\ldots+\frac{1}{S_n}$，证明：$1\leqslant T_n<2$.

18．（12 分）某芯片公司为制定下一年的研发投入计划，需了解年研发资金投入量□（单位：亿元）对年销售额□（单位：亿元）的影响.该公司对历史数据进行对比分析，建立了两个函数模型：① $\square=\square+\square\square^2$，② $\square=e^{\square\square+\square}$，其中 $\square,\square,\square,\square$ 均为常数，e 为自然对数的底数.



现该公司收集了近 **12** 年的年研发资金投入量 $\square_\square$ 和年销售额 $\square_\square$ 的数据，$\square=1,2,\cdots,12$，并对这些数据作了初步处理，得到了右侧的散点图及一些统计量的值．令 $\square_\square=\square_\square^2,\square_\square=\ln\square_\square(\square=1,2,\cdots,12)$，经计算得如下数据：

$\overline{\square}$	$\overline{\square}$	$\sum_{\square=1}^{12}(\square_\square-\overline{\square})^2$	$\sum_{\square=1}^{12}(\square_\square-\overline{\square})^2$	$\overline{\square}$	$\overline{\square}$
20	66	770	200	460	4.20

$\sum_{□=1}^{12}(□_□-\bar{□})^2$	$\sum_{□=1}^{12}(□_□-\bar{□})(□_□-\bar{□})$	$\sum_{□=1}^{12}(□_□-\bar{□})^2$
3125000	21500	0.308

（1）设$\{□_□\}$和$\{□_□\}$的相关系数为$□_1$，$\{□_□\}$和$\{□_□\}$的相关系数为$□_2$，请从相关系数的角度，选择一个拟合程度更好的模型；

（2）（i）根据（1）的选择及表中数据，建立□关于□的回归方程（系数精确到 **0.01**）；

（ii）若下一年销售额□需达到 **90** 亿元，预测下一年的研发资金投入量□是多少亿元？

附：①相关系数 $□=\dfrac{\sum_{□=1}^{□}(□_□-\bar{□})(□_□-\bar{□})}{\sqrt{\sum_{□=1}^{□}(□_□-\bar{□})^2\sum_{□=1}^{□}(□_□-\bar{□})^2}}$，回归直线$\hat{□}=□+□□$中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：

$□=\dfrac{\sum_{□=1}^{□}(□_□-\bar{□})(□_□-\bar{□})}{\sum_{□=1}^{□}(□_□-\bar{□})^2}$，$□=\bar{□}-□\bar{□}$；

② 参考数据：$308=4\times77$，$\sqrt{90}\approx9.4868$，$e^{4.4998}\approx90$.

19.（12 分）金秋九月，丹桂飘香，某高校迎来了一大批优秀的学生．新生接待其实也是和社会沟通的一个平台．校团委、学生会从在校学生中随机抽取了 **160** 名学生，对是否愿意投入到新生接待工作进行了问卷调查，统计数据如下：

	愿意	不愿意
男生	**60**	**20**
女士	**40**	**40**

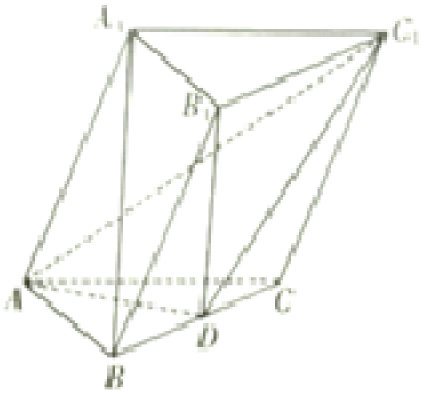
（1）根据上表说明，能否有 **99%** 把握认为愿意参加新生接待工作与性别有关；

（2）现从参与问卷调查且愿意参加新生接待工作的学生中，采用按性别分层抽样的方法，选取 **10** 人．若从这 **10** 人中随机选取 **3** 人到火车站迎接新生，设选取的 **3** 人中女生人数为 X，写出 X 的分布列，并求 $E(X)$．

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$．

$P(K^2\geq k_0)$	**0.05**	**0.01**	**0.001**
k_0	**3.841**	**6.635**	**10.828**

20．(12 分）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长均相等，B_1 在底面 ABC 上的投影 D 在棱 BC 上，且 A_1B // 平面 ADC_1



(Ⅰ) 证明：平面 $ADC_1\perp$ 平面 BCC_1B_1；

(Ⅱ) 求直线 AB 与平面 ADC_1 所成角的余弦值.

21．(12 分）已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$，点 $A\left(1,0\right),B\left(0,1\right)$，点 P 满足 $\overrightarrow{OA}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OP}$（其中 O 为坐标原点），点 B,P 在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的标准方程；

(2) 设椭圆的右焦点为 F，若不经过点 F 的直线 $l:y=kx+m\ \left(k<0,m>0\right)$ 与椭圆 C 交于 M,N 两点.且与圆 $x^2+y^2=1$ 相切.$\triangle MNF$ 的周长是否为定值?若是，求出定值；若不是，请说明理由.

22．(10 分）在 ΔABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别是 a，b，c，$b\sin A=3c\sin B$，$a=3$，$\cos B=\dfrac{2}{3}$.

(Ⅰ) 求 b 的值；

(Ⅱ) 求 $\cos(2B-\dfrac{\pi}{6})$ 的值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．**B**

【解析】

根据复数的除法运算法则和共轭复数的定义直接求解即可.

【详解】

由$\left(1+2i\right)z=4+3i$，得$z=\dfrac{4+3\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}=2-\mathrm{i}$，所以$\overline{z}=2+i$．

故选：**B**

【点睛】

本题考查了复数的除法的运算法则，考查了复数的共轭复数的定义，属于基础题．

2．**A**

【解析】

由余弦定理求出角A，再由三角形面积公式计算即可．

【详解】

由余弦定理得：$\cos A=\dfrac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}=\dfrac{1}{2}$，

又$A\in\left(0,\pi\right)$，所以得$A=\dfrac{\pi}{3}$，

故$\triangle ABC$的面积$S=\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot\sin A=3\sqrt{3}$．

故选：**A**

【点睛】

本题主要考查了余弦定理的应用，三角形的面积公式，考查了学生的运算求解能力．

3．**C**

【解析】

设B_1B的中点为H，利用正方形和正方体的性质，结合线面垂直的判定定理可以证明出$BM\perp$平面DCH，这样可以确定动点P的轨迹，最后求出动点P的轨迹的长度．

【详解】

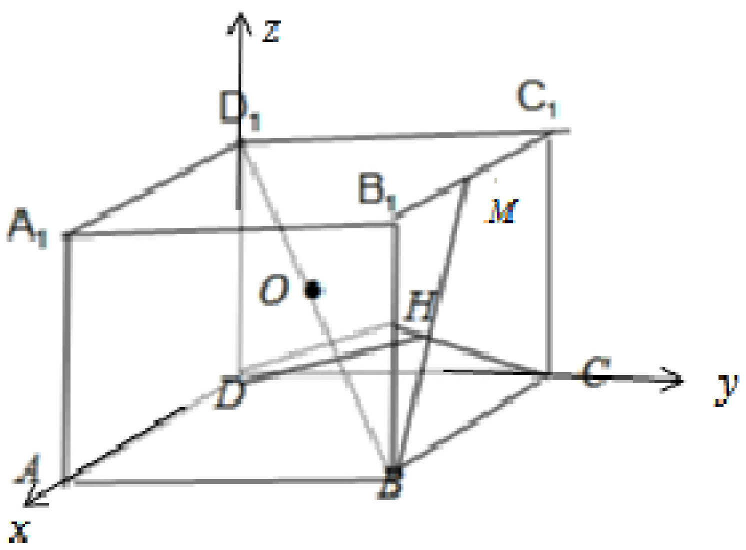
设B_1B的中点为H，连接CH,DH，因此有$CH\perp BM$，而$DC\perp MB$，而$DC,CH\subset$平面CDH，$DC\cap CH=C$，因此有$BM\perp$平面DCH，所以动点P的轨迹平面DCH与正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的内切球O的交线．正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为**2**，所以内切球O的半径为$R=1$，建立如下图所示的以D为坐标原点的空间直角坐标系：

因此有$O(1,1,1),C(0,2,0),H(2,2,1)$，设平面$DCH$的法向量为$\overrightarrow{m}=(x,y,z)$，所以有

$\begin{cases}\vec{m}\perp\overline{DC}\\\vec{m}\perp\overline{DH}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{m}\cdot\overline{DC}=0\\\vec{m}\cdot\overline{DH}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2y=0\\2x+2y+z=0\end{cases}\Rightarrow\vec{m}=(1,0,-2)$，因此$O$到平面$DCH$的距离为:

$d=\frac{\left|\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{OD}\right|}{\left|\overrightarrow{m}\right|}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，所以截面圆的半径为：$r=\sqrt{R^2-d^2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，因此动点 P 的轨迹的长度为 $2\pi r=\frac{4\sqrt{5}}{5}\pi$．

故选：**C**



【点睛】

本题考查了线面垂直的判定定理的应用，考查了立体几何中轨迹问题，考查了球截面的性质，考查了空间想象能力和数学运算能力．

4．**B**

【解析】

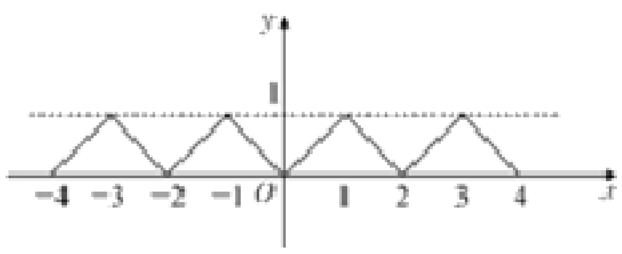
根据函数的周期性以及 $x\in[-3,\ -2]$ 的解析式，可作出函数 $f(x)$ 在定义域上的图象，由此结合选项判断即可．

【详解】

由 $f(x+2)=f(x)$，得 $f(x)$ 是周期函数且周期为 **2**，

先作出 $f(x)$ 在 $x\in[-3,\ -2]$ 时的图象，然后根据周期为 **2** 依次平移，

并结合 $f(x)$ 是偶函数作出 $f(x)$ 在 R 上的图象如下，



选项 **A**，$0<\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\frac{\pi}{6}<1$，

所以 $f\left(sin\frac{\pi}{6}\right)<f\left(cos\frac{\pi}{6}\right)$，选项 **A** 错误；

选项 **B**，因为 $\frac{3\pi}{4}<3<\pi$，所以 $0<sin3<\frac{\sqrt{2}}{2}<-cos3<1$，

所以 $f(sin3)<f(-cos3)$，即 $f(sin3)<f(cos3)$，选项 **B** 正确；

选项 **C**，$\sin\frac{4\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2},cos\frac{4\pi}{3}=-\frac{1}{2},1>-sin\frac{4\pi}{3}>-cos\frac{4\pi}{3}>0$，

所以 $f\left(-sin\frac{4\pi}{3}\right)>f\left(-cos\frac{4\pi}{3}\right)$，即 $f\left(sin\frac{4\pi}{3}\right)>f\left(cos\frac{4\pi}{3}\right)$，

选项 **C** 错误；

选项 **D**，$f(2020)=f(0)<f(1)=f(2019)$，选项 **D** 错误.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查函数性质的综合运用，考查函数值的大小比较，考查数形结合思想，属于中档题.

5．**B**

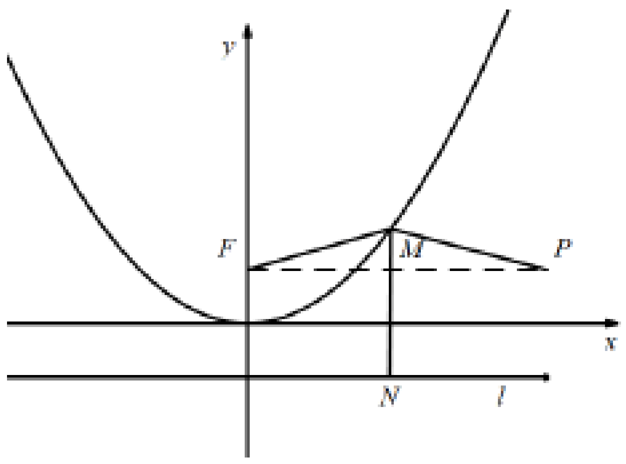
【解析】

设抛物线焦点为 F，由题意利用抛物线的定义可得，当 P,M,F 共线时，$|MP|+d$ 取得最小值，由此求得答案.

【详解】

解：抛物线焦点 $F(0,1)$，准线 $y=-1$，

过 M 作 $MN\perp l$ 交 l 于点 N，连接 FM



由抛物线定义 $|MN|=|MF|=d$，

$\therefore|MP|+d=|MP|+|MF|\geq|PF|=\sqrt{4^2}=4$，

当且仅当 P,M,F 三点共线时，取“＝”号，

$\therefore|MP|+d$ 的最小值为 4.

故选：**B.**

【点睛】

本题主要考查抛物线的定义、标准方程，以及简单性质的应用，体现了数形结合的数学思想，属于中档题.

6．**C**

【解析】

根据等差数列的性质可得 $2(a_3+a_5+a_7)+3(a_8+a_{12})=6a_5+6a_{10}=66$，即 $a_5+a_{10}=11$，

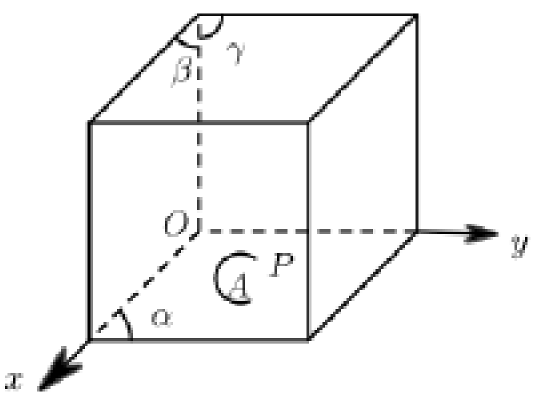
所以 $S_{14}=\dfrac{14(a_1+a_{14})}{2}=7(a_5+a_{10})=77$，故选 **C**.

7．**D**

【解析】

建立平面直角坐标系，将问题转化为点 P 的轨迹上的点到 x 轴的距离的最小值，利用 P 到 x 轴的距离等于 P 到点 A 的距离得到 P 点轨迹方程，得到 $6y=(x-3)^2+9\geq 9$，进而得到所求最小值.

【详解】



如图，原题等价于在直角坐标系 xOy 中，点 $A(3,3)$，P 是第一象限内的动点，满足 P 到 x 轴的距离等于点 P 到点 A 的距离，求点 P 的轨迹上的点到 x 轴的距离的最小值.

设 $P(x,y)$，则 $y=\sqrt{(x-3)^2+(y-3)^2}$，化简得：$(x-3)^2-6y+9=0$，

则 $6y=(x-3)^2+9\geq 9$，解得：$y\geq\dfrac{3}{2}$，

即点 P 的轨迹上的点到 β 的距离的最小值是 $\dfrac{3}{2}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查立体几何中点面距离最值的求解，关键是能够准确求得动点轨迹方程，进而根据轨迹方程构造不等关系求得最值.

8．**A**

【解析】

若不等式 $f(x)>0$ 有且只有一个正整数解，则 $y=m(x-1)$ 的图象在 $y=g(x)$ 图象的上方只有一个正整数值，利用导数求出 $g(x)$ 的最小值，分别画出 $y=g(x)$ 与 $y=m(x-1)$ 的图象，结合图象可得.

【详解】

解：$f(x)=m(x-1)-(x-2)e^x-e>0$，

$\therefore m(x-1)>(x-2)e^x+e$，

设 $y=g(x)=(x-2)e^{x}+e$，

$\therefore g'(x)=(x-1)e^{x}$，

当 $x>1$ 时，$g'(x)>0$，函数 $g(x)$ 单调递增，

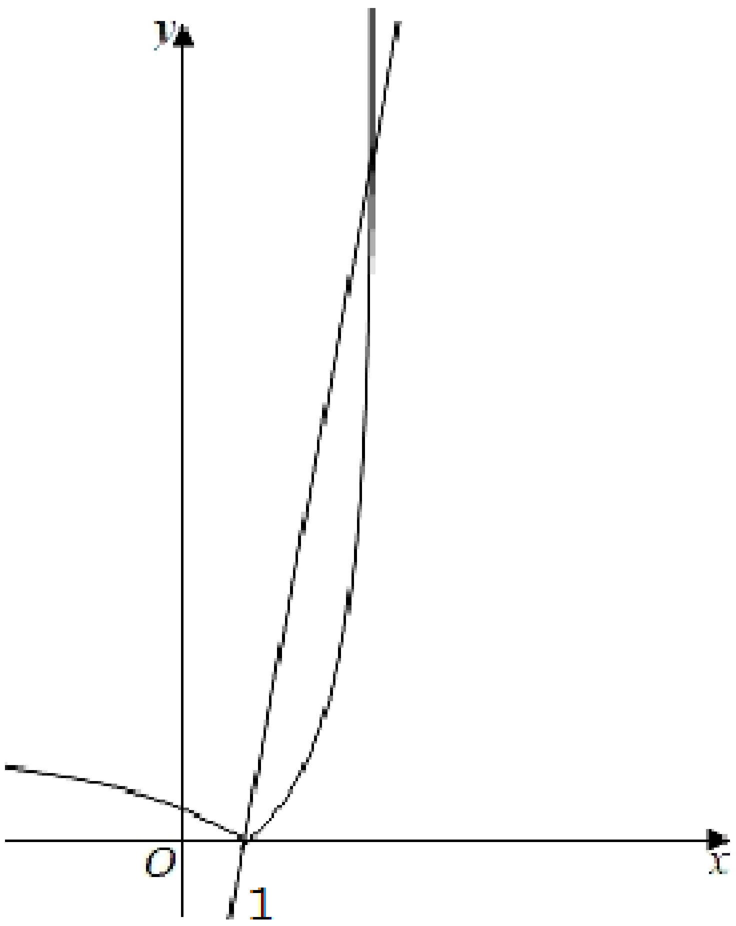
当 $x<1$ 时，$g'(x)<0$，函数 $g(x)$ 单调递减，

$\therefore g(x)\geq g(1)=0$，

当 $x\to+\infty$ 时，$f(x)\to+\infty$，当 $x\to-\infty$，$f(x)\to e$，

函数 $y=m(x-1)$ 恒过点 $(1,0)$，

分别画出 $y=g(x)$ 与 $y=m(x-1)$ 的图象，如图所示，



，

若不等式 $f(x)>0$ 有且只有一个正整数解，则 $y=m(x-1)$ 的图象在 $y=g(x)$ 图象的上方只有一个正整数值，

$\therefore m(3-1)\leq(3-2)e^{3}+e$ 且 $m(2-1)>(2-2)e^{x}+e$，即 $2m\leq g(3)=e^{3}+e$，且 $m>e$

$\therefore e<m\leq\dfrac{e^{3}+e}{2}$，

故实数 $\boldsymbol{m}$ 的最大值为 $\dfrac{e^{3}+e}{2}$，

故选：**A**

【点睛】

本题考查考查了不等式恒有一正整数解问题，考查了利用导数研究函数的单调性，考查了数形结合思想，考查了数学