

南开大学金融学硕士核心课程

投资学

南开大学金融学院

李学峰

2020

第二章 资产组合理论

- 资产组合的收益和风险
- 有效集与投资者的选择
- 风险资产与无风险资产的配置

第一节 资产组合的收益与风险

- 协方差与相关系数
- 两种证券构造的资产组合的收益与风险
- 多种证券构造的资产组合的收益与风险

一、协方差与相关系数

(一) 协方差

$$\sigma_{ij} = E[(R_i - E(R_i))(R_j - E(R_j))]$$

- 协方差表示两个变量协同变动的程度。也可记为 $Cov(R_i, R_j)$ 。
- 如果协方差为正，表明两个变量变动方向趋同。
- 如果协方差为负，表明两个变量变动方向相反。

(二) 相关系数

$$\rho_{ij} = \frac{Cov(R_i, R_j)}{\sigma_i \sigma_j}$$

- 相关系数表明两个变量的相关关系，可视作协方差的标准化。
- 当 $\rho_{ij} = 1$ 时，证券 i 和 j 是完全正相关的；
- 当 $\rho_{ij} = -1$ 时，证券 i 和 j 是完全负相关的；
- 当 $\rho_{ij} = 0$ 时，证券 i 和 j 是不相关的。

二、两种证券构造的资产组合的收益与风险

■ 资产组合的收益

$$E(R_p) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2)$$

■ 资产组合的方差

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{1,2} \\ &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2\end{aligned}$$

■ 在特殊相关系数下，资产组合的标准差：

$$\rho_{1,2} = 1 \text{ 时 } \sigma_p = w_1 \sigma_1 + w_2 \sigma_2$$

$$\rho_{1,2} = 0 \text{ 时 } \sigma_p = \left(w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 \right)^{1/2}$$

$$\rho_{1,2} = -1 \text{ 时 } \sigma_p = \left| w_1 \sigma_1 - w_2 \sigma_2 \right|$$

■ 案例：组合的收益与风险

经济状态	股票基金		债券基金	
	收益率	差平方	收益率	差平方
萧条	-7%	3.24%	17%	1.00%
正常	12%	0.01%	7%	0.00%
繁荣	28%	2.89%	-3%	1.00%
期望收益率	11.00%		7.00%	
方差	0.0205		0.0067	
标准差	14.3%		8.2%	

注意：股票的预期收益率和风险均高于债券。然后我们来看股票和债券各占50%的资产组合如何平衡风险和收益。

■ 资产组合的收益率和风险

经济状态	收益率			差平方
	股票基金	债券基金	投资组合	
萧条	-7%	17%	5.0%	0.160%
正常	12%	7%	9.5%	0.003%
繁荣	28%	-3%	12.5%	0.123%
期望收益率	11.00%	7.00%	9.0%	
方差	0.0205	0.0067	0.0010	
标准差	14.31%	8.16%	3.08%	

资产组合的收益率由其中股票和债券收益率加权而来：

$$R_P = w_B R_B + w_S R_S$$

$$5\% = 50\% \times (-7\%) + 50\% \times (17\%)$$

经济状态	收益率			差平方
	股票基金	债券基金	投资组合	
萧条	-7%	17%	5.0%	0.160%
正常	12%	7%	9.5%	0.003%
繁荣	28%	-3%	12.5%	0.123%
期望收益率	11.00%	7.00%	9.0%	
方差	0.0205	0.0067	0.0010	
标准差	14.31%	8.16%	3.08%	

资产组合的收益率由其中股票和债券收益率加权而来：

$$R_P = w_B R_B + w_S R_S$$

$$9.5\% = 50\% \times (12\%) + 50\% \times (7\%)$$

经济状态	收益率			差平方
	股票基金	债券基金	投资组合	
萧条	-7%	17%	5.0%	0.160%
正常	12%	7%	9.5%	0.003%
繁荣	28%	-3%	12.5%	0.123%
期望收益率	11.00%	7.00%	9.0%	
方差	0.0205	0.0067	0.0010	
标准差	14.31%	8.16%	3.08%	

资产组合的收益率由其中股票和债券收益率加权而来：

$$R_P = w_B R_B + w_S R_S$$

$$12.5\% = 50\% \times (28\%) + 50\% \times (-3\%)$$

经济状态	收益率			差平方
	股票基金	债券基金	投资组合	
萧条	-7%	17%	5.0%	0.160%
正常	12%	7%	9.5%	0.003%
繁荣	28%	-3%	12.5%	0.123%
期望收益率	11.00%	7.00%	9.0%	
方差	0.0205	0.0067	0.0010	
标准差	14.31%	8.16%	3.08%	

资产组合的预期收益率由其中的证券的预期收益率加权而来：

$$E(R_p) = w_B E(R_B) + w_S E(R_S)$$

$$9\% = 50\% \times (11\%) + 50\% \times (7\%)$$

经济状态	收益率			差平方
	股票基金	债券基金	投资组合	
萧条	-7%	17%	5.0%	0.160%
正常	12%	7%	9.5%	0.003%
繁荣	28%	-3%	12.5%	0.123%
期望收益率	11.00%	7.00%	9.0%	
方差	0.0205	0.0067	0.0010	
标准差	14.31%	8.16%	3.08%	

两种风险资产组合的收益率方差为：

$$\sigma_P^2 = (w_B \sigma_B)^2 + (w_S \sigma_S)^2 + 2(w_B \sigma_B)(w_S \sigma_S) \rho_{BS}$$

其中， ρ_{BS} 是股票和债券的收益率之间的相关系数，等于-0.999。

经济状态	收益率			差平方
	股票基金	债券基金	投资组合	
萧条	-7%	17%	5.0%	0.160%
正常	12%	7%	9.5%	0.003%
繁荣	28%	-3%	12.5%	0.123%
期望收益率	11.00%	7.00%	9.0%	
方差	0.0205	0.0067	0.0010	
标准差	14.31%	8.16%	3.08%	

注意其中由于分散投资所带来的风险的降低。
 一个权重平均的组合（股票和债券各占50%）的风险比单独的股票或债券的风险都低。

三、多种证券构造的资产组合的收益与风险

- 资产组合的收益率为

$$R_P = \sum_{i=1}^n w_i R_i$$

$$E(R_P) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i)$$

- 资产组合的方差

$$\sigma_P^2 = E(R_P - E(R_P))^2$$

$$= E\left[\sum_{i=1}^n w_i (R_i - E(R_i))\right]^2$$

$$= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

- 其中 $\sigma_{ij} = E[(R_i - E(R_i))(R_j - E(R_j))]$
- 是证券i和j的收益的协方差,也可以用Cov(R_i, R_j)表示。当i=j时,即为证券i的方差,即 $\sigma_{ij} = \sigma_i^2$

阅读资料2: 李学峰, 常培武, 张舰, 2009: 《基于非线性有效边界的证券投资基金绩效研究》, 《证券市场导报》第8期。

- 本文通过对基金的风险和收益考察, 使用基于非线性有效边界的DEA模型对我国118只开放式基金和31只封闭式基金在2007年的DEA绩效及其与夏普指数的异同进行分析, 发现虽然DEA指标排名和夏普指数排名有一定正相关性, 但DEA绩效精确地给出被评价基金与最优基金组合的差距和无效率基金需要调整风险的大小, 为基金改善和提高投资管理绩效提供了具体措施和方向。此外, 本文揭示了组合基金FOF的价值, 并对组合基金的产品设计具有一定启示。

第二节 有效集与投资者的选择

- 两种风险资产形成的有效集
- 多个风险资产形成的可行集
- 最小方差资产组合
- 有效集
- 投资者的最优风险资产组合选择
- 投资分散化与资产组合风险

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/716102113024010032>