

1. 巩固函数奇偶性概念.  
2. 能利用函数的单调性、奇偶性解决有关问题.

1. 利用函数奇偶性求函数解析式. (重点)  
2. 注意函数性质的综合运用. (难点)



## 启动思维

## 1. 函数奇偶性的概念

## (1) 偶函数的定义

如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内的任意一个 $x$ ，都有 $f(-x)=f(x)$ ，那么称函数 $y=f(x)$ 是偶函数.

## (2) 奇函数的定义

如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内的任意一个 $x$ ，都有 $f(-x)=-f(x)$ ，那么称函数 $y=f(x)$ 是奇函数.



## 走进教材

### 1. 奇、偶函数的图象

(1) 偶函数的图象关于  $y$ 轴 对称.

(2) 奇函数的图象关于 原点 对称.

### 2. 函数奇偶性与单调性(最值)之间的关系

(1) 若奇函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上是增函数, 且有最大值  $M$ , 则  $f(x)$  在  $[-b, -a]$  上是 增函数, 且有 最小值  $-M$ .

(2) 若偶函数  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上是减函数, 则  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上是 增函数.



## 自主练习

1. 下列函数，既是偶函数，又在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数的是( )

A.  $f(x) = -\frac{1}{x}$

B.  $f(x) = -x^2$

C.  $f(x) = x^3$

D.  $f(x) = x^2$

**解析：** 由偶函数定义， $f(-x) = f(x)$ 知， $f(x) = -x^2$ ， $f(x) = x^2$ 是偶函数，又在 $(0, +\infty)$ 上是减函数， $\therefore f(x) = -x^2$ 符合条件，故选B.

**答案：** B

2. 已知 $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上是奇函数, 且满足 $f(x+4)=f(x)$ , 当 $x \in (0,2)$ 时,  $f(x)=2x^2$ , 则 $f(7)=(\quad)$

A.  $-2$

B.  $2$

C.  $-98$

D.  $98$

**解析:**  $\because f(x+4)=f(x)$ ,

$$\therefore f(7)=f(3+4)=f(3)$$

$$=f[4+(-1)]=f(-1).$$

又 $\because f(-x)=-f(x)$ ,

$$\therefore f(-1)=-f(1)=-2 \times 1^2=-2,$$

$$\therefore f(7)=-2, \text{ 故选A.}$$

**答案:** A

3. 已知 $y=f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x \geq 0$ 时,  $f(x) = x^2 - 2x$ , 则 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的表达式为\_\_\_\_\_.

**解析:** 当 $x < 0$ 时,  $-x > 0$ ,  
 $\therefore f(-x) = x^2 + 2x$ . 又 $f(x)$ 是奇函数,  
 $\therefore f(x) = -f(-x) = -x^2 - 2x$ .

$$\therefore f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0, \\ -x^2 - 2x, & x < 0. \end{cases}$$

**答案:**  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & (x \geq 0), \\ -x^2 - 2x, & (x < 0). \end{cases}$

4. 函数 $y=f(x)$ 是偶函数，且在 $(-\infty, 0]$ 上为增函数，试比较 $f(-2)$ 与 $f(1)$ 的大小.

**解析：**  $\because f(x)$ 是偶函数，

$$\therefore f(1)=f(-1)$$

又 $\because f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上为增函数， $-2 < -1$

$$\therefore f(-2) < f(-1) = f(1)$$

即 $f(-2) < f(1)$

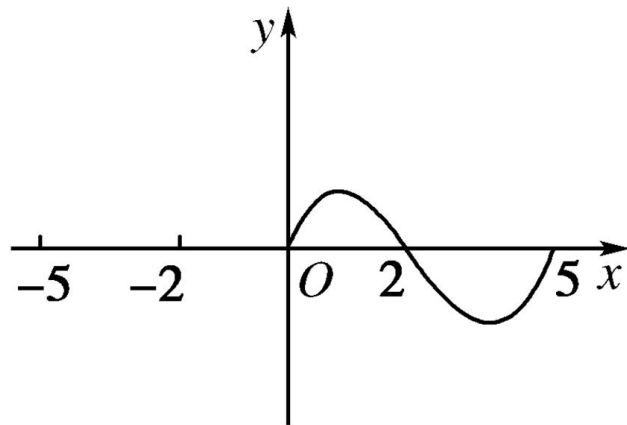


## 典例导航

题型一

利用函数奇偶性作函数图象

**例1** 设奇函数  $f(x)$  的定义域为  $[-5,5]$ ，当  $x \in [0,5]$  时，函数  $y=f(x)$  的图象如图所示，(1)作出函数在  $[-5,0]$  的图象；  
(2)使函数值  $y < 0$  的  $x$  的取值集合.



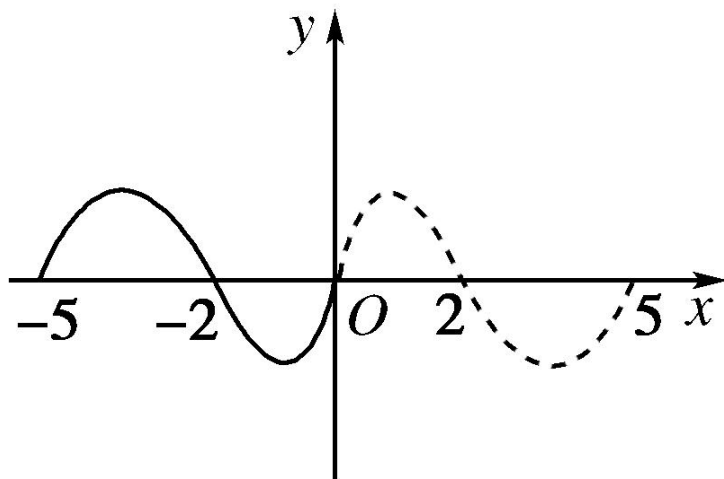


### 思路点拨

由题目可获取以下主要信息：① $f(x)$ 是 $[-5, 5]$ 上的奇函数；② $f(x)$ 在 $[0, 5]$ 上图象已知.，解答本题可先利用奇函数的图象关于原点对称，作出 $f(x)$ 的图象，再利用图象解不等式.

**[解题过程]** 利用奇函数图象的性质，画出函数在 $[-5,0]$ 上的图象，直接从图象中读出信息.

由原函数是奇函数，所以 $y=f(x)$ 在 $[-5,5]$ 上的图象关于坐标原点对称，由 $y=f(x)$ 在 $[0,5]$ 上的图象，知它在 $[-5,0]$ 上的图象，如图所示. 由图象知，使函数值 $y<0$ 的 $x$ 的取值集合为 $(-2,0) \cup (2,5)$ .



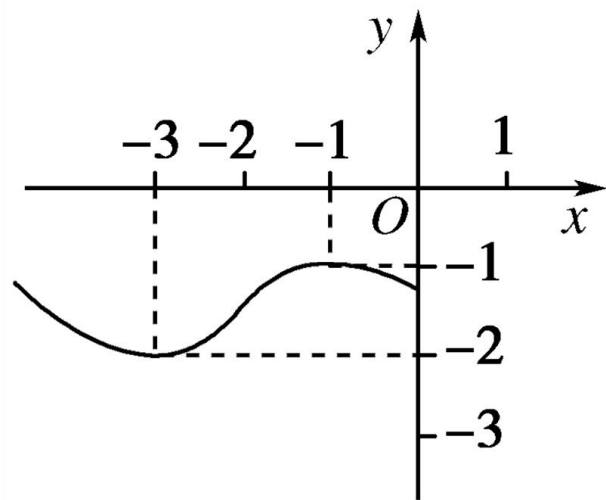
**[题后感悟]** 本题利用奇函数图象的特点，作出函数在区间 $[-5,0]$ 上的图象，利用图象求出满足条件的自变量 $x$ 的取值集合. 数形结合是研究函数的重要方法，画函数图象是学习数学必须掌握的一个重要技能，并能利用函数图象理解函数的性质.



### 变式训练

1.如图给出了偶函数  $y=f(x)(x \in \mathbf{R})$  的局部图象，

(1)画出  $x > 0$  部分的局部图象.



(2)求  $f(3)$ ，并比较  $f(1)$  与  $f(3)$  的大小.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/696234141141010034>