

浙江省教育绿色评价联盟 2024 届数学高三第一学期期末预测试题

请考生注意：

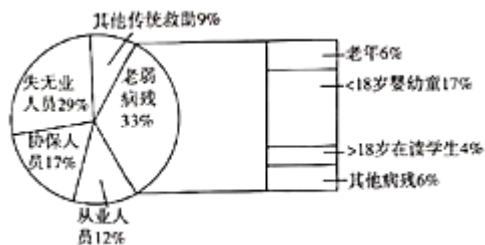
1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 $z_1 = 2 + i$, $z_2 = \cos \alpha + i \sin \alpha (\alpha \in \mathbf{R})$, 其中 i 是虚数单位, 则 $|z_1 - z_2|$ 的最大值为()

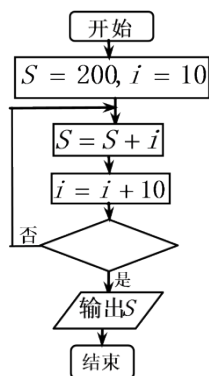
- A. $\sqrt{5} - 1$ B. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ C. $\sqrt{5} + 1$ D. $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$

2. 为了贯彻落实党中央精准扶贫决策, 某市将其低收入家庭的基本情况经过统计绘制如图, 其中各项统计不重复. 若该市老年低收入家庭共有 900 户, 则下列说法错误的是()



- A. 该市总有 15000 户低收入家庭
- B. 在该市从业人员中, 低收入家庭共有 1800 户
- C. 在该市无业人员中, 低收入家庭有 4350 户
- D. 在该市大于 18 岁在读学生中, 低收入家庭有 800 户

3. 运行如图所示的程序框图, 若输出的值为 300, 则判断框中可以填()



- A. $i > 30?$ B. $i > 40?$ C. $i > 50?$ D. $i > 60?$

4. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y - 1 \leq 0 \\ x - y + 3 \leq 0 \\ x + 2 \geq 0 \end{cases}$, 则 $x^2 + y^2$ 的最大值是()

- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C. 13 D. $\sqrt{13}$

5. 复数 $\frac{1}{i} + i = (\quad)$

- A. $-2i$ B. $\frac{1}{2}i$ C. 0 D. $2i$

6. M 是抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点, N 是圆 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 关于直线 $x - y - 1 = 0$ 的对称圆上的一点, 则 $|MN|$ 最小值是 (\quad)

- A. $\frac{\sqrt{11}}{2} - 1$ B. $\sqrt{3} - 1$ C. $2\sqrt{2} - 1$ D. $\frac{3}{2}$

7. 总体由编号为 01, 02, ..., 39, 40 的 40 个个体组成. 利用下面的随机数表选取 5 个个体, 选取方法是从随机数表 (如表) 第 1 行的第 4 列和第 5 列数字开始由左到右依次选取两个数字, 则选出来的第 5 个个体的编号为 (\quad)

60	44	66	44	21
66	06	58	05	62
61	65	54	35	02
42	35	48	96	32

14	52	41	52	48
92	66	22	15	86
76	63	75	41	99
58	42	36	72	24

- A. 23 B. 21 C. 35 D. 32

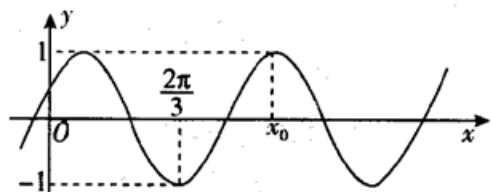
8. 在 $(1-x)^5 + (1-x)^6 + (1-x)^7 + (1-x)^8$ 的展开式中, 含 x^3 的项的系数是 (\quad)

- A. 74 B. 121 C. -74 D. -121

9. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率是 3, 焦点到渐近线的距离为 $\sqrt{2}$, 则双曲线 C 的焦距为 (\quad)

- A. 3 B. $3\sqrt{2}$ C. 6 D. $6\sqrt{2}$

10. 已知函数 $f(x) = 2\cos x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + m$ ($m \in \mathbf{R}$) 的部分图象如图所示. 则 $x_0 = (\quad)$



- A. $\frac{3\pi}{2}$ B. $\frac{5\pi}{6}$
C. $\frac{7\pi}{6}$ D. $-\frac{4\pi}{3}$

11. 已知向量 $\vec{a} = (1, 0)$, $\vec{b} = (1, \sqrt{3})$, 则与 $2\vec{a} - \vec{b}$ 共线的单位向量为 (\quad)

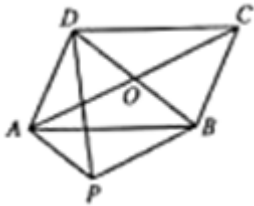
A. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

B. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 或 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

D. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 或 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

12. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, O 为对角线的交点, 点 P 为平行四边形外一点, 且 $\vec{AP} \perp \vec{OB}$, $\vec{BP} \perp \vec{OA}$, 则 $\vec{DP} =$ ()



A. $\vec{DA} + 2\vec{DC}$

B. $\frac{3}{2}\vec{DA} + \vec{DC}$

C. $2\vec{DA} + \vec{DC}$

D. $\frac{3}{2}\vec{DA} + \frac{1}{2}\vec{DC}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 抛物线 $y = \frac{1}{12}x^2$ 的焦点坐标为_____.

14. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$), 直线 $l: x = 4a$ 与双曲线 C 的两条渐近线分别交于 A, B 两点.

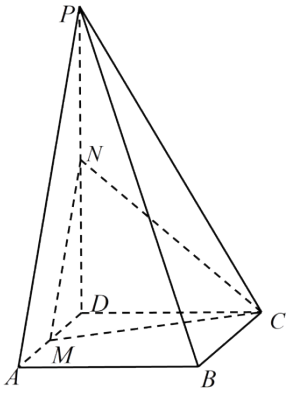
若 $\triangle OAB$ (点 O 为坐标原点) 的面积为 32, 且双曲线 C 的焦距为 $2\sqrt{5}$, 则双曲线 C 的离心率为_____.

15. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, 且 $\angle PAB = 90^\circ$. 若四棱锥 $P-ABCD$ 的五个顶点在以 4 为半径的同一球面上, 当 PA 最长时, 则 $\angle PDA =$ _____; 四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为_____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $2b \cos B = a \cos C + c \cos A$, 若 $\triangle ABC$ 外接圆的半径为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值是_____.

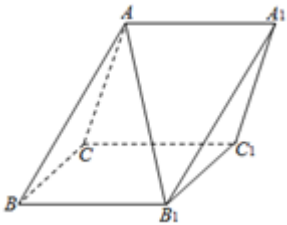
三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD = 2AD$, $PD \perp DA$, $PD \perp DC$, 底面 $ABCD$ 为正方形, M, N 分别为 AD, PD 的中点.



- (1) 求证: $PA \parallel$ 平面 MNC ;
 (2) 求直线 PB 与平面 MNC 所成角的正弦值.

18. (12分) 如图, 在斜三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 ACC_1A_1 与侧面 CBB_1C_1 都是菱形, $\angle ACC_1 = \angle CC_1B_1 = 60^\circ$, $AC = 2$.



- (I) 求证: $AB_1 \perp CC_1$;
 (II) 若 $AB_1 = \sqrt{6}$, 求平面 CAB_1 与平面 A_1AB_1 所成的锐二面角的余弦值.

19. (12分) 已知 $f(x) = \sqrt{3} \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x - \frac{1}{2}$, $x \in \mathbf{R}$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;
 (2) $\triangle ABC$ 的三个内角 A 、 B 、 C 所对边分别为 a 、 b 、 c , 若 $f(A) = -\frac{3}{2}$ 且 $a = 2$, 求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.

20. (12分) 某生物研究小组准备探究某地区蜻蜓的翼长分布规律, 据统计该地区蜻蜓有 A 、 B 两种, 且这两种的个体数量大致相等, 记 A 种蜻蜓和 B 种蜻蜓的翼长(单位: mm) 分别为随机变量 X 、 Y , 其中 X 服从正态分布 $N(45, 25)$, Y 服从正态分布 $N(55, 25)$.

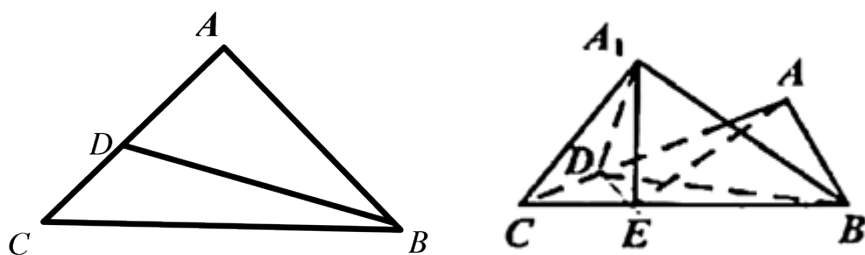
- (I) 从该地区的蜻蜓中随机捕捉一只, 求这只蜻蜓的翼长在区间 $[45, 55]$ 的概率;
 (II) 记该地区蜻蜓的翼长为随机变量 Z , 若用正态分布 $N(\mu_0, \sigma_0^2)$ 来近似描述 Z 的分布, 请你根据 (I) 中的结果, 求参数 μ_0 和 σ_0 的值 (精确到 0.1);
 (III) 在 (II) 的条件下, 从该地区的蜻蜓中随机捕捉 3 只, 记这 3 只中翼长在区间 $[42.2, 57.8]$ 的个数为 W , 求 W

的分布列及数学期望（分布列写出计算表达式即可）.

注:若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - 0.64\sigma \leq X \leq \mu + 0.64\sigma) \approx 0.4773$, $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827$,

$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9546$.

21. (12分) 如图, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $AB = AC = 3$, D 为 AC 上一点, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起, 得到三棱锥 $A_1 - BCD$, 且使得 A_1 在底面 BCD 的投影 E 在线段 BC 上, 连接 AE .



(1) 证明: $BD \perp AE$;

(2) 若 $\tan \angle ABD = \frac{1}{2}$, 求二面角 $C - BA_1 - D$ 的余弦值.

22. (10分) 已知椭圆: $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 四点 $P_1(1,1)$, $P_2(0,1)$, $P_3\left(-1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $P_4\left(1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 中恰有三点在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设椭圆 C 的左右顶点分别为 A, B . P 是椭圆 C 上异于 A, B 的动点, 求 $\angle APB$ 的正切的最大值.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

由复数的几何意义可得 $|z_1 - z_2|$ 表示复数 $z_1 = 2 + i$, $z_2 = \cos \alpha + i \sin \alpha$ 对应的两点间的距离, 由两点间距离公式即可求解.

【详解】

由复数的几何意义可得，复数 $z_1 = 2 + i$ 对应的点为 $(2, 1)$ ，复数 $z_2 = \cos\alpha + i\sin\alpha$ 对应的点为 $(\cos\alpha, \sin\alpha)$ ，所以

$$|z_1 - z_2| = \sqrt{(2 - \cos\alpha)^2 + (1 - \sin\alpha)^2} = \sqrt{1 - 2\sin\alpha + 4 - 4\cos\alpha + 1} = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}\sin(\alpha + \varphi)} \leq \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} + 1, \text{ 其中 } \tan\varphi = 2,$$

故选 C

【点睛】

本题主要考查复数的几何意义，由复数的几何意义，将 $|z_1 - z_2|$ 转化为两复数所对应点的距离求值即可，属于基础题型.

2、D

【解析】

根据给出的统计图表，对选项进行逐一判断，即可得到正确答案.

【详解】

解：由题意知，该市老年低收入家庭共有 900 户，所占比例为 6%，

则该市总有低收入家庭 $900 \div 6\% = 15000$ （户），A 正确，

该市从业人员中，低收入家庭共有 $15000 \times 12\% = 1800$ （户），B 正确，

该市无业人员中，低收入家庭有 $15000 \times 29\% = 4350$ （户），C 正确，

该市大于 18 岁在读学生中，低收入家庭有 $15000 \times 4\% = 600$ （户），D 错误.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查对统计图表的认识和分析，这类题要认真分析图表的内容，读懂图表反映出的信息是解题的关键，属于基础题.

3、B

【解析】

由 $300 = 200 + 10 + 20 + 30 + 40$ ，则输出为 300，即可得出判断框的答案

【详解】

由 $300 = 200 + 10 + 20 + 30 + 40$ ，则输出的值为 300， $i = 40 + 10 = 50$ ，故判断框中应填 $i > 40$ ？

故选：B.

【点睛】

本题考查了程序框图的应用问题，解题时应模拟程序框图的运行过程，以便得出正确的结论，是基础题.

4、C

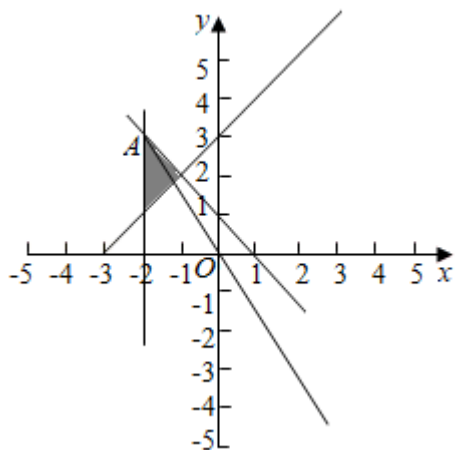
【解析】

由已知画出可行域，利用目标函数的几何意义求最大值.

【详解】

解： $x^2 + y^2$ 表示可行域内的点 (x, y) 到坐标原点的距离的平方，画出不等式组表示的可行域，如图，由 $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x + 2 = 0 \end{cases}$

解得 $\begin{cases} y = 3 \\ x = -2 \end{cases}$ 即 $A(-2, 3)$



点 $A(-2, 3)$ 到坐标原点 $(0, 0)$ 的距离最大，即 $(x^2 + y^2)_{\max} = (-2)^2 + 3^2 = 13$ 。

故选：C。

【点睛】

本题考查线性规划问题，考查数形结合的数学思想以及运算求解能力，属于基础题。

5、C

【解析】略

6、C

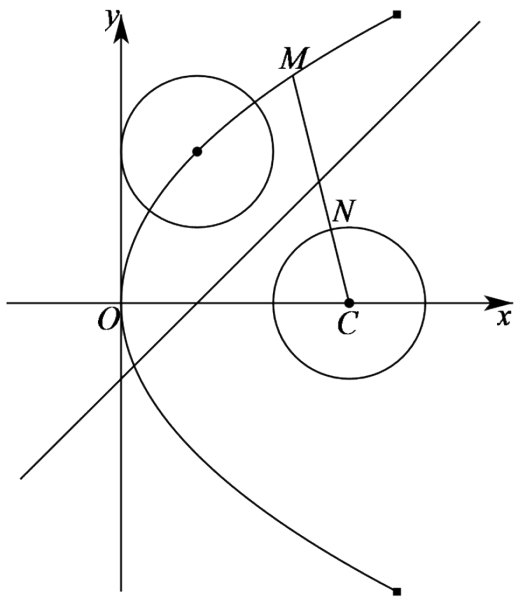
【解析】

求出点 $(1, 2)$ 关于直线 $x - y - 1 = 0$ 的对称点 C 的坐标，进而可得出圆 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$ 关于直线 $x - y - 1 = 0$ 的

对称圆 C 的方程，利用二次函数的基本性质求出 $|MC|$ 的最小值，由此可得出 $|MN|_{\min} = |MC|_{\min} - 1$ ，即可得解。

【详解】

如下图所示：



设点 $(1,2)$ 关于直线 $x-y-1=0$ 的对称点为点 $C(a,b)$,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{a+1}{2} - \frac{b+2}{2} - 1 = 0 \\ \frac{b-2}{a-1} = -1 \end{cases}, \text{整理得} \begin{cases} a-b-3=0 \\ a+b-3=0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a=3 \\ b=0 \end{cases}, \text{即点 } C(3,0),$$

所以, 圆 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 关于直线 $x-y-1=0$ 的对称圆 C 的方程为 $(x-3)^2 + y^2 = 1$,

$$\text{设点 } M\left(\frac{y^2}{4}, y\right), \text{ 则 } |MC| = \sqrt{\left(\frac{y^2}{4} - 3\right)^2 + y^2} = \sqrt{\frac{y^4}{16} - \frac{y^2}{2} + 9} = \sqrt{\frac{1}{16}(y^2 - 4)^2 + 8},$$

当 $y = \pm 2$ 时, $|MC|$ 取最小值 $2\sqrt{2}$, 因此, $|MN|_{\min} = |MC|_{\min} - 1 = 2\sqrt{2} - 1$.

故选: C.

【点睛】

本题考查抛物线上一点到圆上一点最值的计算, 同时也考查了两圆关于直线对称性的应用, 考查计算能力, 属于中等题.

7、B

【解析】

根据随机数表法的抽样方法, 确定选出来的第 5 个个体的编号.

【详解】

随机数表第 1 行的第 4 列和第 5 列数字为 4 和 6, 所以从这两个数字开始, 由左向右依次选取两个数字如下 46, 64, 42, 16, 60, 65, 80, 56, 26, 16, 55, 43, 50, 24, 23, 54, 89, 63, 21, ... 其中落在编号 01, 02, ..., 39, 40 内的有: 16, 26, 16, 24, 23, 21, ... 依次不重复的第 5 个编号为 21.

故选：B

【点睛】

本小题主要考查随机数表法进行抽样，属于基础题。

8、D

【解析】

根据 $(1-x)^5 + (1-x)^6 + (1-x)^7 + (1-x)^8$ ，利用通项公式得到含 x^3 的项为 $(C_5^3 + C_6^3 + C_7^3 + C_8^3)(-x)^3$ ，进而得到其系数，

【详解】

因为在 $(1-x)^5 + (1-x)^6 + (1-x)^7 + (1-x)^8$ ，

所以含 x^3 的项为： $(C_5^3 + C_6^3 + C_7^3 + C_8^3)(-x)^3$ ，

所以含 x^3 的项的系数是 $-(C_5^3 + C_6^3 + C_7^3 + C_8^3)$ ，

$$= -(10 + 20 + 35 + 56) = -121,$$

故选：D

【点睛】

本题主要考查二项展开式及通项公式和项的系数，还考查了运算求解的能力，属于基础题，

9、A

【解析】

根据焦点到渐近线的距离，可得 b ，然后根据 $b^2 = c^2 - a^2$, $e = \frac{c}{a}$ ，可得结果。

【详解】

由题可知：双曲线的渐近线方程为 $bx \pm ay = 0$

取右焦点 $F(c, 0)$ ，一条渐近线 $l: bx - ay = 0$

则点 F 到 l 的距离为 $\frac{|bc|}{\sqrt{b^2 + a^2}} = \sqrt{2}$ ，由 $b^2 + a^2 = c^2$

所以 $b = \sqrt{2}$ ，则 $c^2 - a^2 = 2$

$$\text{又 } \frac{c}{a} = 3 \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = 9 \Rightarrow a^2 = \frac{c^2}{9}$$

$$\text{所以 } c^2 - \frac{c^2}{9} = 2 \Rightarrow c = \frac{3}{2}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/696233030133010105>