2022-2023 学年高三上数学期末模拟试卷

考生须知：

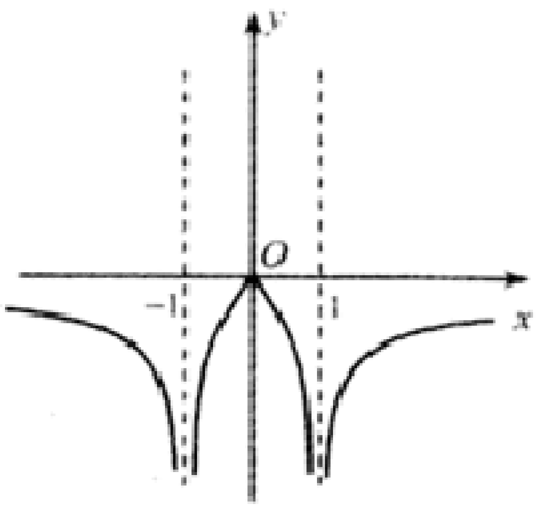
1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

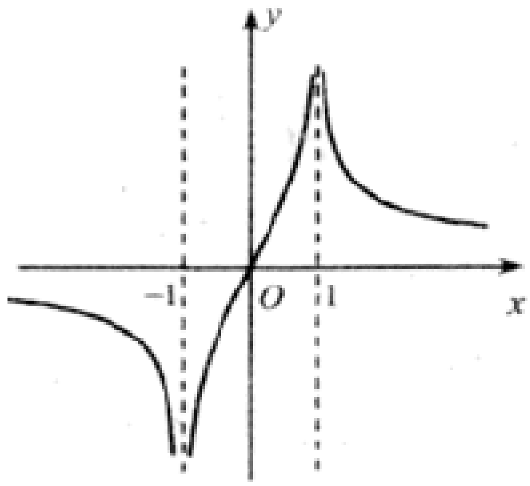
2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

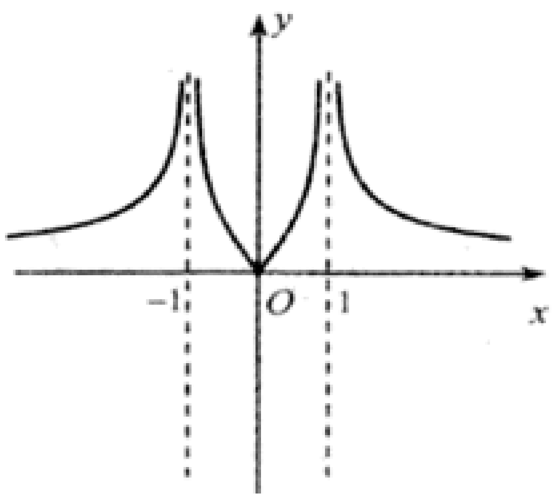
3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

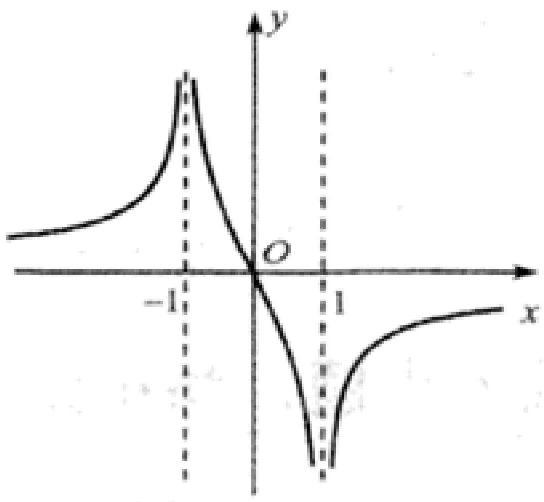
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．函数 $f(x)=\ln\left|\frac{1-x}{1+x}\right|$ 的大致图像为（　　）

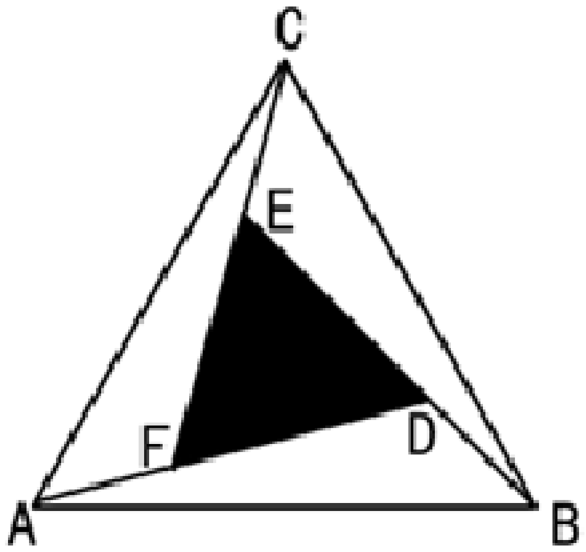
A． 

B． 

C． 

D． 

2．赵爽是我国古代数学家、天文学家，大约在公元 **222** 年，赵爽为《周髀算经》一书作序时，介绍了**“**勾股圆方图**”**，亦称**“**赵爽弦图**”**（以弦为边长得到的正方形是由 **4** 个全等的直角三角形再加上中间的一个小正方形组成的）**.**类比**“**赵爽弦图**”.**可类似地构造如下图所示的图形，它是由 **3** 个全等的三角形与中间的一个小等边三角形拼成一个大等边三角形**.**设 $DF=2AF=2$，若在大等边三角形中随机取一点，则此点取自小等边三角形（阴影部分）的概率是（　）



A．$\dfrac{4}{13}$　　**B**．$\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$　　**C**．$\dfrac{9}{26}$　　**D**．$\dfrac{3\sqrt{13}}{26}$

3．已知$\vec{a}=(2\sin\dfrac{\omega x}{2},\cos\dfrac{\omega x}{2}),\vec{b}=(\sqrt{3}\cos\dfrac{\omega x}{2},2\cos\dfrac{\omega x}{2})$，函数$f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$在区间$[0,\dfrac{4\pi}{3}]$上恰有3个极值点，则正实数$\omega$的取值范围为（　　）

A．$[\dfrac{8}{5},\dfrac{5}{2})$　　B．$[\dfrac{7}{4},\dfrac{5}{2})$　　C．$[\dfrac{5}{3},\dfrac{7}{4})$　　D．$(\dfrac{7}{4},2]$

4．我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果．哥德巴赫猜想是"每个大于**2**的偶数可以表示为两个素数（即质数）的和"，如$16=5+11$，$30=7+23$．在不超过**20**的素数中，随机选取两个不同的数，其和等于**20**的概率是（　　）

A．$\dfrac{1}{14}$　　B．$\dfrac{1}{12}$　　C．$\dfrac{3}{28}$　　D．以上都不对

5．若$2^a+3a=3^b+2b$，则下列关系式正确的个数是（　　）

①$b<a<0$　②$a=b$　③$0<a<b<1$　④$1<b<a$

A．1　　**B．2**　　**C．3**　　**D．4**

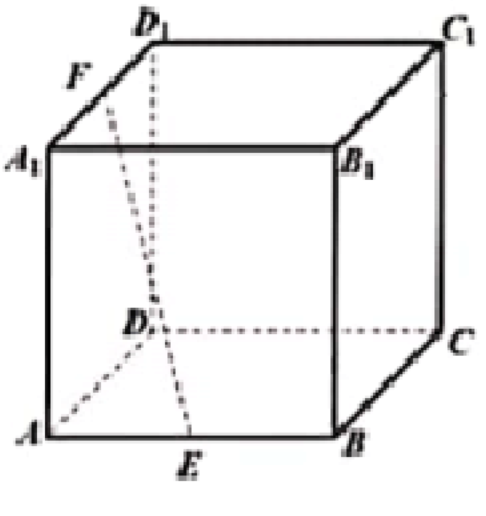
6．函数$f(x)=ax+\dfrac{1}{x}$在$(2,+\infty)$上单调递增，则实数a的取值范围是（　　）

A．$\left(\dfrac{1}{4},+\infty\right)$　　B．$\left[\dfrac{1}{4},+\infty\right)$　　C．$[1,+\infty)$　　D．$\left(-\infty,\dfrac{1}{4}\right]$

7．已知F_1，F_2是椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$的左、右焦点，过$F_2$的直线交椭圆于$P,Q$两点.若$|QF_2|,|PF_2|,|PF_1|,|QF_1|$依次构成等差数列，且$|PQ|=|PF_1|$，则椭圆$C$的离心率为

A．$\dfrac{2}{3}$　　B．$\dfrac{3}{4}$　　C．$\dfrac{\sqrt{15}}{5}$　　D．$\dfrac{\sqrt{105}}{15}$

8．如图所示，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱AB，A_1D_1的中点分别为E，F，则直线EF与平面AA_1D_1D所成角的正弦值为（　　）



A．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\dfrac{\sqrt{30}}{6}$　　C．$\dfrac{\sqrt{6}}{6}$　　D．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

9．已知 a，b 是两条不同的直线，α，β 是两个不同的平面，且 $a\subset\beta$，$\alpha\cap\beta=b$，则“$a//\alpha$”是“$a//b$”的（　　）

A．充分不必要条件　**B**．必要不充分条件　**C**．充要条件　**D**．既不充分也不必要条件

10．某医院拟派 **2** 名内科医生、**3** 名外科医生和 **3** 名护士共 **8** 人组成两个医疗分队，平均分到甲、乙两个村进行义务巡诊，其中每个分队都必须有内科医生、外科医生和护士，则不同的分配方案有

A．**72** 种　**B**．**36** 种　**C**．**24** 种　**D**．**18** 种

11．设函数 $f(x)$，$g(x)$的定义域都为 R，且 $f(x)$是奇函数，$g(x)$是偶函数，则下列结论正确的是（　　）

A．$f(x)\cdot g(x)$是偶函数　**B**．$|f(x)|\cdot g(x)$是奇函数

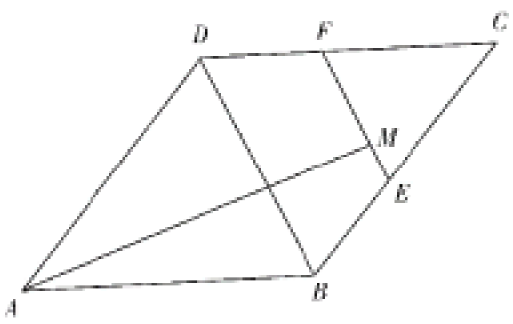
C．$f(x)\cdot|g(x)|$是奇函数　**D**．$|f(x)\cdot g(x)|$是奇函数

12．复数$(a-i)(2-i)$的实部与虚部相等，其中 i 为虚部单位，则实数 $a=$(　　)

A．**3**　**B**．$-\frac{1}{3}$　**C**．$-\frac{1}{2}$　**D**．-1

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$\angle BAD=60^{\circ}$，E，F 分别为 BC，CD 上的点，$\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB},\overrightarrow{CF}=2\overrightarrow{FD}$，若线段 EF 上存在一点 M，使得 $\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+\frac{5}{6}\overrightarrow{AD}$ $(x\in R)$，则 $x=$____________，$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BD}=$____________．（本题第 **1** 空 **2** 分，第 **2** 空 **3** 分）



14．在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 $C:x^2+(y-1)^2=1$，圆 $C':(x+2\sqrt{3})^2+y^2=6$．直线 $l:y=kx+3$ 与圆 C 相切，且与圆 C' 相交于 A，B 两点，则弦 AB 的长为_________

15．已知向量 $\vec{a}=(1,1),|\vec{b}|=2$，且向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{3\pi}{4}$,$\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=$_______．

16．“$\sin\alpha+\cos\alpha=0$”是“$\cos2\alpha=0$”的__________条件．(填写“充分必要”、“充分不必要”、“必要不充分”、“既不充分也不必要”之一)

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．(12 分) 设椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 D 在椭圆 C 上，$\triangle DF_1F_2$ 的周长为 $2\sqrt{2}+2$．

（**1**）求椭圆 C 的标准方程；

（2）过圆 $E:x^2+y^2=\frac{2}{3}$ 上任意一点 ***P*** 作圆 ***E*** 的切线 ***l***，若 ***l*** 与椭圆 ***C*** 交于 ***A***，***B*** 两点，***O*** 为坐标原点，求证：$\angle AOB$ 为定值.

18.（12 分）在 $\triangle ABC$ 中， 角 A， B， C 的对边分别为 a,b,c， 其中 $a<c$， $\frac{b^2+c^2-a^2}{bc}=\frac{-\cos(B+C)}{\sin C\cos C}$ ．

（1）求角 C 的值；

（2）若 $c=45$， $a=27\sqrt{2}$， D 为 AC 边上的任意一点，求 $AD+2BD$ 的最小值 .

19.（12 分）在 $\triangle ABC$ 中，***a***，***b***，***c*** 分别是角 ***A***，***B***，***C*** 的对边，并且 $b^2+c^2-a^2=bc$.

（1）已知________________，计算 $\triangle ABC$ 的面积；

请① $a=\sqrt{7}$，② $b=2$，③ $\sin C=2\sin B$ 这三个条件中任选两个，将问题（1）补充完整，并作答.注意，只需选择其中的一种情况作答即可，如果选择多种情况作答，以第一种情况的解答计分.

（2）求 $\cos B+\cos C$ 的最大值 .

20.（12 分）在平面直角坐标系 ***xoy*** 中，以坐标原点 ***O*** 为极点，***x*** 轴正半轴为极轴建立极坐标系。已知曲线 ***C*** 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=2a\cos\theta(a>0)$，过点 $P(-2,-4)$ 的直线 ***l*** 的参数方程为 $\begin{cases}x=-2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=-4+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（为参数），直线 ***l*** 与曲线 ***C*** 交于 ***M***、***N*** 两点。

（1）写出直线 ***l*** 的普通方程和曲线 ***C*** 的直角坐标方程：

（2）若 $|PM|,|MN|,|PN|$ 成等比数列，求 ***a*** 的值。

21.（12 分）已知函数 $f(x)=x^2-a\ln x-1(a\in R)$

（1）若函数 $f(x)$ 有且只有一个零点，求实数 a 的取值范围；

（2）若函数 $g(x)=e^x+x^2-ex-f(x)-1\geq 0$ 对 $x\in[1,+\infty)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

22.（10 分）（本小题满分 **12** 分）已知椭圆 **C**：$\frac{□^2}{□^2}+\frac{□^2}{□^2}=1(□>□>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，连接椭圆四个顶点形成的四边形面积为 $4\sqrt{2}$.

（1）求椭圆 **C** 的标准方程；

（2）过点 **A**（**1**，**0**）的直线与椭圆 **C** 交于点 **M, N,** 设 **P** 为椭圆上一点，且 $\overrightarrow{□□}+\overrightarrow{□□}=□\overrightarrow{□□}(□\neq 0)$ **O** 为坐标原点，

当$|\overrightarrow{□□}-\overrightarrow{□□}|<\frac{4\sqrt{5}}{3}$时，求 **t** 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

通过取特殊值逐项排除即可得到正确结果**.**

【详解】

函数 $f(x)=\ln\left|\frac{1-x}{1+x}\right|$ 的定义域为 $\{x\mid x\neq\pm1\}$，当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$f(\frac{1}{2})=-\ln3<0$，排除 **B** 和 **C**;

当 $x=-2$ 时，$f(-2)=\ln3>0$，排除 **A.**

故选：**D.**

【点睛】

本题考查图象的判断，取特殊值排除选项是基本手段，属中档题**.**

2、**A**

【解析】

根据几何概率计算公式，求出中间小三角形区域的面积与大三角形面积的比值即可.

【详解】

在 ΔABD 中，$AD=3$，$BD=1$，$\angle ADB=120°$，由余弦定理，得 $AB=\sqrt{AD^2+BD^2-2AD\cdot BD\cos120°}=\sqrt{13}$，

所以 $\frac{DF}{AB}=\frac{2}{\sqrt{13}}$.

所以所求概率为 $\frac{S_{\Delta DEF}}{S_{\Delta ABC}}=\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)^2=\frac{4}{13}$.

故选 **A.**

【点睛】

本题考查了几何概型的概率计算问题，是基础题.

3、**B**

【解析】

先利用向量数量积和三角恒等变换求出 $f(x)=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})+1$ ，函数在区间 $[0,\frac{4\pi}{3}]$ 上恰有 3 个极值点即为三个最值点，$\omega x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$ 解出，$x=\frac{\pi}{3\omega}+\frac{k\pi}{\omega},k\in Z$ ，再建立不等式求出 k 的范围，进而求得 ω 的范围.

【详解】

解：$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin\omega x+2\cos\frac{2\omega x}{2}=\sqrt{3}\sin\omega x+\cos\omega x+1$

$=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})+1$

令 $\omega x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$ ，解得对称轴 $x=\frac{\pi}{3\omega}+\frac{k\pi}{\omega},k\in Z$ ，$f(0)=2$，

又函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $[0,\frac{4\pi}{3}]$ 恰有 3 个极值点，只需 $\frac{\pi}{3\omega}+\frac{2\pi}{\omega}\le\frac{4\pi}{3}<\frac{\pi}{3\omega}+\frac{3\pi}{\omega}$

解得 $\frac{7}{4}\le\omega<\frac{5}{2}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查利用向量的数量积运算和三角恒等变换与三角函数性质的综合问题.

(1)利用三角恒等变换及辅助角公式把三角函数关系式化成 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+t$ 或 $y=A\cos(\omega x+\varphi)+t$ 的形式**;** **(2)**根据自变量的范围确定 $\omega x+\varphi$ 的范围，根据相应的正弦曲线或余弦曲线求值域或最值或参数范围.

4、**A**

【解析】

首先确定不超过 20 的素数的个数，根据古典概型概率求解方法计算可得结果.

【详解】

不超过 20 的素数有 2，3，5，7，11，13，17，19，共 8 个，

从这 8 个素数中任选 2 个，有 $C_8^2=28$ 种可能；

其中选取的两个数，其和等于 20 的有 $(3,17)$，$(7,13)$，共 2 种情况，

故随机选出两个不同的数，其和等于 20 的概率 $P=\frac{2}{28}=\frac{1}{14}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查古典概型概率问题的求解，属于基础题.

5、**D**

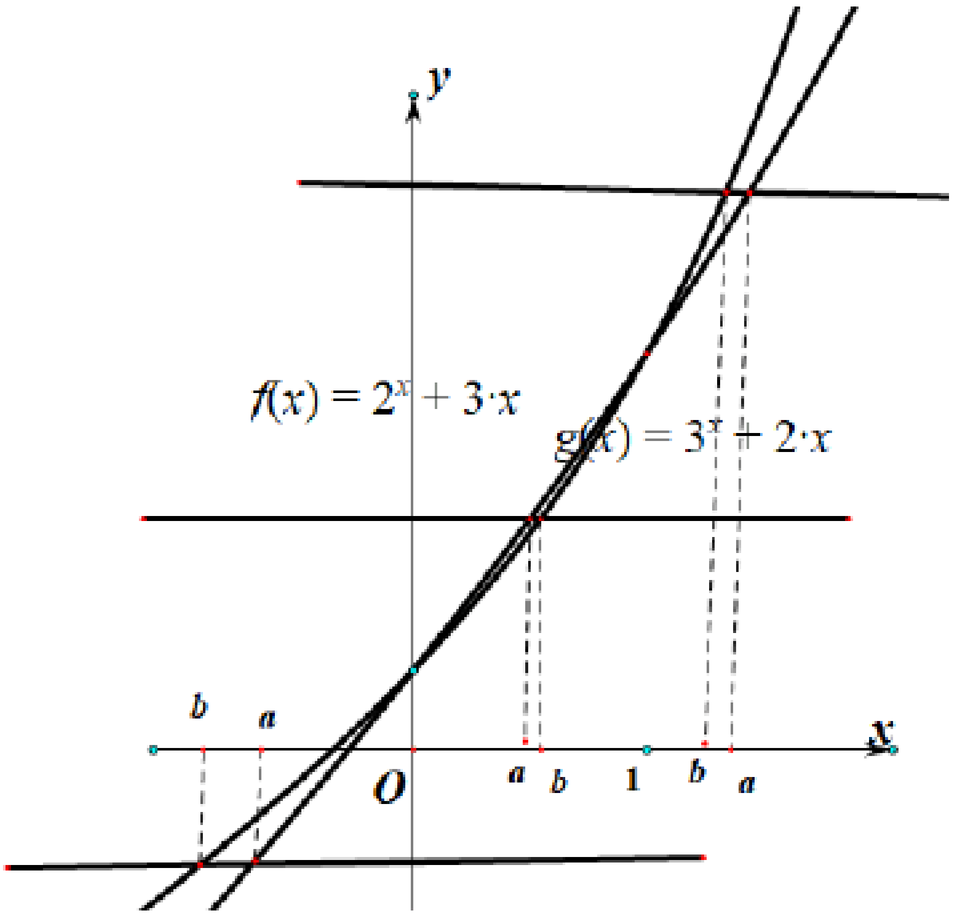
【解析】

a，**b** 可看成是 $y=t$ 与 $f(x)=2^x+3x$ 和 $g(x)=3^x+2x$ 交点的横坐标，画出图象，数形结合处理.

【详解】

令 $f(x)=2^x+3x$， $g(x)=3^x+2x$，

作出图象如图，



由 $f(x)=2^x+3x$， $g(x)=3^x+2x$ 的图象可知，

$f(0)=g(0)=1$， $f(1)=g(1)=5$，②正确；

$x\in(-\infty,0)$， $f(x)<g(x)$，有 $b<a<0$，①正确；

$x\in(0,1)$， $f(x)>g(x)$，有 $0<a<b<1$，③正确；

$x\in(1,+\infty)$， $f(x)<g(x)$，有 $1<b<a$，④正确.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查利用函数图象比较大小，考查学生数形结合的思想，是一道中档题.

6、**B**

【解析】

对 a 分类讨论，当 $a\le 0$，函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减，当 $a>0$，根据对勾函数的性质，求出单调递增区间，即可求解.

【详解】

当$a\le 0$时，函数$f(x)=ax+\dfrac{1}{x}$在$(2,+\infty)$上单调递减，

所以$a>0$，$f(x)=ax+\dfrac{1}{x}$的递增区间是$\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}},+\infty\right)$，

所以$2\ge\dfrac{1}{\sqrt{a}}$，即$a\ge\dfrac{1}{4}$.

故选**:B.**

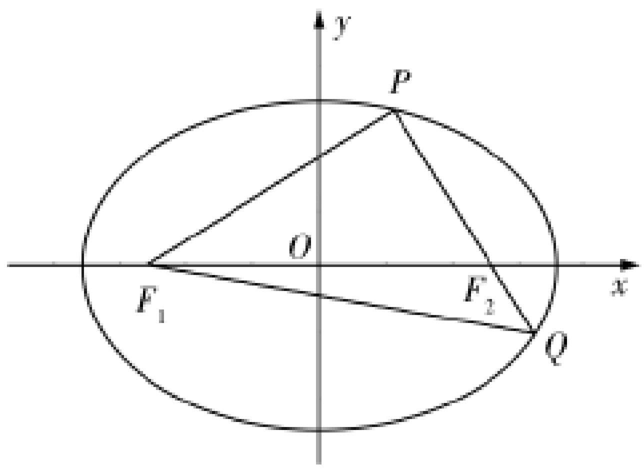
【点睛】

本题考查函数单调性，熟练掌握简单初等函数性质是解题关键，属于基础题**.**

7、**D**

【解析】

如图所示，设$|QF_2|,|PF_2|,|PF_1|,|QF_1|$依次构成等差数列$\{a_n\}$，其公差为$d$.



根据椭圆定义得$a_1+a_2+a_3+a_4=4a$，又$a_1+a_2=a_3$，则$\begin{cases}a_1+(a_1+d)+(a_1+2d)+(a_1+3d)=4a\\a_1+(a_1+d)=a_1+2d\end{cases}$，解得$d=\dfrac{2}{5}a$，

$a_1=\dfrac{2}{5}a,a_2=\dfrac{4}{5}a,a_3=\dfrac{6}{5}a,a_4=\dfrac{8}{5}a$.所以$|QF_1|=\dfrac{8}{5}a$，$|PF_1|=\dfrac{6}{5}a$，$|PF_2|=\dfrac{4}{5}a$，$|PQ|=\dfrac{6}{5}a$.

在$\triangle PF_1F_2$和$\triangle PF_1Q$中，由余弦定理得$\cos\angle F_1PF_2=\dfrac{(\frac{4}{5}a)^2+(\frac{6}{5}a)^2-(2c)^2}{2\cdot\frac{4}{5}a\cdot\frac{6}{5}a}=\dfrac{(\frac{6}{5}a)^2+(\frac{6}{5}a)^2-(\frac{8}{5}a)^2}{2\cdot\frac{6}{5}a\cdot\frac{6}{5}a}$，整理解得

$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{105}}{15}$.故选 **D**.

8、**C**

【解析】

以**D**为原点，**DA**，**DC**，$\mathbf{DD_1}$分别为x,y,z轴，建立空间直角坐标系，由向量法求出直线**EF**与平面$\mathbf{AA_1D_1D}$所成角的正弦值.

【详解】

以**D**为原点，**DA**为**x**轴，**DC**为**y**轴，$\mathbf{DD_1}$为**z**轴，建立空间直角坐标系，设正方体$\mathbf{ABCD-A_1B_1C_1D_1}$的棱长为**2**，

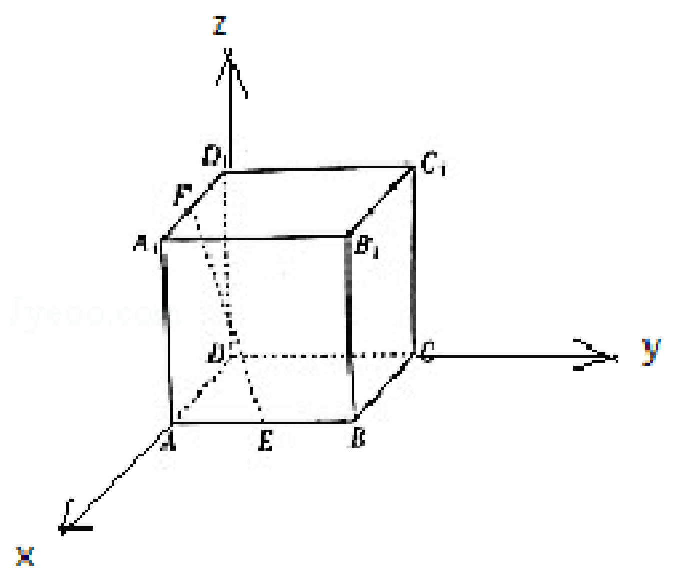
则 $E(2,1,0)$，$F(1,0,2)$，$\overrightarrow{EF}=(-1,-1,2)$，

取平面 AA_1D_1D 的法向量为 $\vec{n}=(0,1,0)$，

设直线EF与平面 AA_1D_1D 所成角为θ，则 $\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{EF},\vec{n}\rangle|=\left|\frac{\overrightarrow{EF}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{EF}|\cdot|\vec{n}|}\right|=\frac{\sqrt{6}}{6}$，

∴直线 EF 与平面 AA_1D_1D 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

故选 **C**.



【点睛】

本题考查了线面角的正弦值的求法，也考查数形结合思想和向量法的应用，属于中档题.

9、**C**

【解析】

根据线面平行的性质定理和判定定理判断 $a//\alpha$ 与 $\alpha//b$ 的关系即可得到答案.

【详解】

若 $a//\alpha$，根据线面平行的性质定理，可得 $a//b$；

若 $a//b$，根据线面平行的判定定理，可得 $a//\alpha$.

故选：**C.**

【点睛】

本题主要考查了线面平行的性质定理和判定定理，属于基础题.

10、**B**

【解析】

根据条件 2 名内科医生，每个村一名，3 名外科医生和 3 名护士，平均分成两组，则分 1 名外科，2 名护士和 2 名外科医生和 1 名护士，根据排列组合进行计算即可.

【详解】

2 名内科医生，每个村一名，有 2 种方法，

3 名外科医生和 3 名护士，平均分成两组，要求外科医生和护士都有，则分 1 名外科，2 名护士和 2 名外科医生和 1 名护士，

若甲村有 1 外科,2 名护士,则有$C_3^1C_3^2=3\times 3=9$，其余的分到乙村，

若甲村有 2 外科,1 名护士,则有$C_3^2C_3^1=3\times 3=9$，其余的分到乙村，

则总共的分配方案为 2×(9+9)=2×18=36 种，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查了分组分配问题，解决这类问题的关键是先分组再分配，属于常考题型.

11、C

【解析】

根据函数奇偶性的性质即可得到结论.

【详解】

解：$\because f(x)$是奇函数，$g(x)$是偶函数，

$\therefore f(-x)=-f(x)$，$g(-x)=g(x)$，

$f(-x)\cdot g(-x)=-f(x)\cdot g(x)$，故函数是奇函数，故$A$错误，

$|f(-x)|\cdot g(-x)=|f(x)|\cdot g(x)$为偶函数，故$B$错误，

$f(-x)\cdot|g(-x)|=-f(x)\cdot|g(x)|$是奇函数，故$C$正确.

$|f(-x)\cdot g(-x)|=|f(x)\cdot g(x)|$为偶函数，故$D$错误，

故选：C.

【点睛】

本题主要考查函数奇偶性的判断，根据函数奇偶性的定义是解决本题的关键.

12、B

【解析】

利用乘法运算化简复数$(a-i)(2-i)$即可得到答案

【详解】

由已知，$(a-i)(2-i)=2a-1-(a+2)i$，所以$2a-1=-a-2$，解得$a=-\dfrac{1}{3}$.

故选：B

【点睛】

本题考查复数的概念及复数的乘法运算，考查学生的基本计算能力，是一道容易题.