广东省东莞市东方明珠学校2024届高三第二次模拟考试数学试卷

考生请注意：

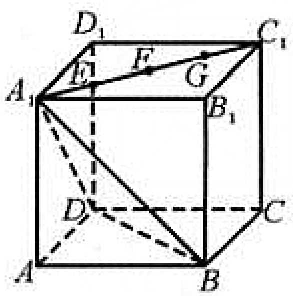
1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，已知E、F、G分别是线段A_1C_1上的点，且$A_1E=EF=FG=GC_1$.则下列直线与平面A_1BD平行的是（　　）



A．CE　　B．CF　　C．CG　　D．CC_1

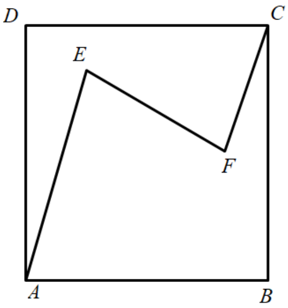
2．在$\left(1+\dfrac{1}{x}\right)(2x+1)^3$展开式中的常数项为(　　)

A．1　　B．2　　C．3　　D．7

3．已知$(1+\lambda x)^n$展开式中第三项的二项式系数与第四项的二项式系数相等，$(1+\lambda x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$，若$a_1+a_2+\cdots a_n=242$，则$a_0-a_1+a_2-\cdots+(-1)^n a_n$的值为(　　)

A．1　　B．－1　　C．8l　　D．－81

4．台球是一项国际上广泛流行的高雅室内体育运动，也叫桌球（中国粤港澳地区的叫法）、撞球（中国地区的叫法）控制撞球点、球的旋转等控制母球走位是击球的一项重要技术，一次台球技术表演节目中，在台球桌上，画出如图正方形***ABCD***，在点***E***，***F***处各放一个目标球，表演者先将母球放在点***A***处，通过击打母球，使其依次撞击点***E***，***F***处的目标球，最后停在点***C***处，若***AE***=**50*cm***．***EF***=**40*cm***．***FC***=**30*cm***，∠***AEF***=∠***CFE***=**60°**，则该正方形的边长为（　　）



A．$50\sqrt{2}\ cm$　　B．$40\sqrt{2}\ cm$　　C．$50cm$　　D．$20\sqrt{6}\ cm$

5．正项等比数列$\{a_n\}$中，$a_1a_5+2a_3a_7+a_5a_9=16$，且a_5与a_9的等差中项为4，则$\{a_n\}$的公比是（　）

A．1　　B．2　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\sqrt{2}$

6．已知m，n是两条不重合的直线，α，β是两个不重合的平面，则下列命题中错误的是（　　）

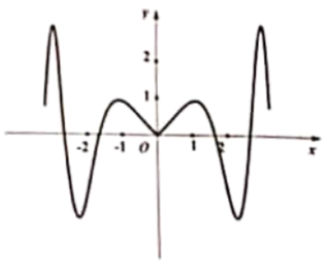
A．若$m\,//\,\alpha$，$\alpha\,//\,\beta$，则$m\,//\,\beta$或$m\subset\beta$

B．若$m\,//\,n$，$m\,//\,\alpha$，$n\not\subset\alpha$，则$n\,//\,\alpha$

C．若$m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，则$\alpha\perp\beta$

D．若$m\perp n$，$m\perp\alpha$，则$n\,//\,\alpha$

7．函数$f(x)=x\cos 2^{|x|}$的图象可能为（　　）

A．

B．

C．

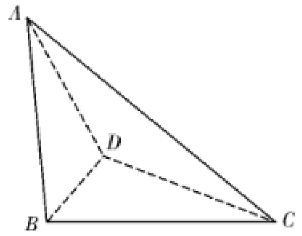
D．

8．函数$f(x)=\sin 2x+m\sin x+3x$在$[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}]$上单调递减的充要条件是（　　）

A．$m\le -3$　　B．$m\le -4$　　C．$m\le -\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$　　D．$m\le 4$

9．在边长为$2\sqrt{3}$的菱形$ABCD$中，$\angle BAD=60^\circ$，沿对角线BD折成二面角$A-BD-C$为120°的四面体$ABCD$

（如图），则此四面体的外接球表面积为（　　）

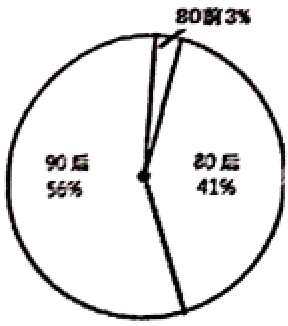


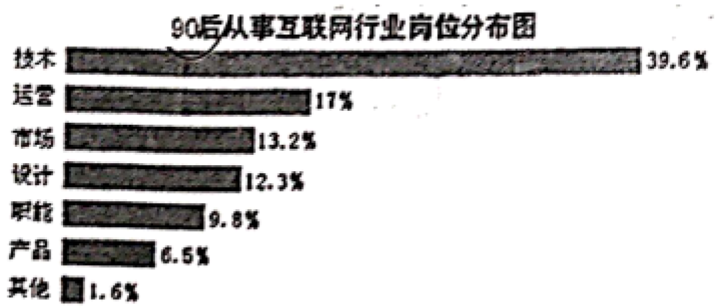
A．28π　　　　B．7π

C．14π　　　　D．21π

10．某调查机构对全国互联网行业进行调查统计，得到整个互联网行业从业者年龄分布饼状图，90 后从事互联网行业岗位分布条形图，则下列结论中不正确的是（　　）

注：90 后指 1990 年及以后出生，80 后指 1980-1989 年之间出生，80 前指 1979 年及以前出生.





A．互联网行业从业人员中 90 后占一半以上

B．互联网行业中从事技术岗位的人数超过总人数的 20%

C．互联网行业中从事运营岗位的人数 90 后比 80 前多

D．互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多

11．点 M 在曲线 $G: y=3\ln x$ 上，过 M 作 x 轴垂线 l，设 l 与曲线 $y=\frac{1}{x}$ 交于点 N，$\overrightarrow{OP}=\frac{\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}}{3}$，且 P 点的纵坐标始终为 0，则称 M 点为曲线 G 上的“水平黄金点”，则曲线 G 上的“水平黄金点”的个数为（　　）

A．0　　　　B．1　　　　C．2　　　　D．3

12．若复数 $m(m-2)+(m^2-3m+2)i$ 是纯虚数，则实数 m 的值为( )

A．0 或 2　　　　B．2　　　　C．0　　　　D．1 或 2

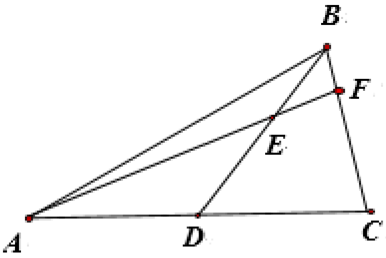
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=2^n-1(n\in N^*)$，则，$a_n=$_____.若存在 $n\in N^*$ 使得 $a_n\le\frac{n+1}{n}\cdot\lambda$ 成立，则实数 λ 的最小值为______

14．ΔABC 内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $2c\cos B=2a+b$，则 $\angle C=$__________.

15．复数 $z=\dfrac{2i}{1+i}$（i 为虚数单位）的虚部为__________．

16．如图所示，在△ABC 中，**AB=AC=2**，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{EB}$，**AE** 的延长线交 **BC** 边于点 **F**，若 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BC}=-\dfrac{4}{5}$，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC}=$____．



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知 a,b 都是大于零的实数．

（1）证明 $\dfrac{a^2}{b}+\dfrac{b^2}{a}\geq a+b$；

（2）若 $a>b$，证明 $a^2+\dfrac{a}{b^3}+\dfrac{1}{a(a-b)}>4$．

18．（12 分）已知函数 $f(x)=|2x-1|-|x+2|,g(x)=|x+m|-|x-m|$．

（1）解不等式 $f(x)>8$；

（2）$\forall x_1\in R,\exists x_2\in R$ 使得 $f(x_1)=g(x_2)$，求实数 m 的取值范围．

19．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{x^2}{e^x}$，

（1）求函数 $f\left(x\right)$ 的单调区间；

（2）当 $0<m<\dfrac{4}{e^2}$ 时，判断函数 $g\left(x\right)=\dfrac{x^2}{e^x}-m$，（$x\geq 0$）有几个零点，并证明你的结论；

（3）设函数 $h\left(x\right)=\dfrac{1}{2}\left[x-\dfrac{1}{x}+f\left(x\right)\right]-\dfrac{1}{2}\left|x-\dfrac{1}{x}-f\left(x\right)\right|-cx^2$，若函数 $h\left(x\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 为增函数，求实数 c 的取值范围．

20．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=x^2+2x-m\ln\left(x+1\right)$，其中 $m\in R$．

（Ⅰ）若 $m>0$，求函数 $f\left(x\right)$ 的单调区间；

（Ⅱ）设 $g\left(x\right)=f\left(x\right)+\frac{1}{e^{x}}$.若 $g\left(x\right)>\frac{1}{x+1}$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上恒成立，求实数 m 的最大值.

21.（12 分）已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）满足下列 **3** 个条件中的 **2** 个条件：

①函数 $f(x)$ 的周期为 π；

② $x=\frac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)$ 的对称轴；

③ $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$ 且在区间 $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调.

（Ⅰ）请指出这二个条件，并求出函数 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）若 $x\in\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$，求函数 $f(x)$ 的值域.

22.（10 分）某工厂为提高生产效率，需引进一条新的生产线投入生产，现有两条生产线可供选择，生产线①：有 ***A***，***B*** 两道独立运行的生产工序，且两道工序出现故障的概率依次是 **0.02**，**0.03**.若两道工序都没有出现故障，则生产成本为 **15** 万元；若 ***A*** 工序出现故障，则生产成本增加 **2** 万元；若 ***B*** 工序出现故障，则生产成本增加 **3** 万元；若 ***A***，***B*** 两道工序都出现故障，则生产成本增加 **5** 万元.生产线②：有 ***a***，***b*** 两道独立运行的生产工序，且两道工序出现故障的概率依次是 **0.04**，**0.01**.若两道工序都没有出现故障，则生产成本为 **14** 万元；若 ***a*** 工序出现故障，则生产成本增加 **8** 万元；若 ***b*** 工序出现故障，则生产成本增加 **5** 万元；若 ***a***，***b*** 两道工序都出现故障，则生产成本增加 **13** 万元.

（1）若选择生产线①，求生产成本恰好为 **18** 万元的概率；

（2）为最大限度节约生产成本，你会给工厂建议选择哪条生产线？请说明理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

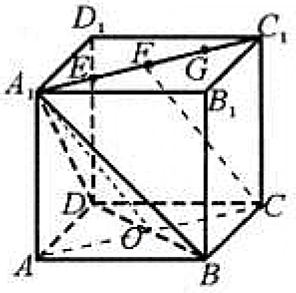
1、B

【解析】

连接 AC，使 AC 交 BD 于点 O，连接 A_1O、CF，可证四边形 A_1OCF 为平行四边形，可得 $A_1O//CF$，利用线面平行的判定定理即可得解.

【详解】

如图，连接AC，使AC交BD于点O，连接A_1O、CF，则O为AC的中点，



在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AA_1//CC_1$且$AA_1=CC_1$，则四边形AA_1C_1C为平行四边形，

$\therefore A_1C_1//AC$且$A_1C_1=AC$，

QO、F分别为AC、A_1C_1的中点，$\therefore A_1F//OC$且$A_1F=OC$，

所以，四边形A_1OCF为平行四边形，则$CF//A_1O$，

Q$CF\not\subset$平面A_1BD，$A_1O\subset$平面A_1BD，因此，$CF//$平面A_1BD.

故选：**B.**

【点睛】

本题主要考查了线面平行的判定，考查了推理论证能力和空间想象能力，属于中档题.

2、**D**

【解析】

求出$(2x+1)^3$展开项中的常数项及含x的项，问题得解。

【详解】

$(2x+1)^3$展开项中的常数项及含x的项分别为：

$C_3^3(1)^3(2x)^0=1, C_3^1(2x)^1\times 1^2=6x$，

所以$\left(1+\dfrac{1}{x}\right)(2x+1)^3$展开式中的常数项为：$1\times 1+\dfrac{1}{x}\times 6x=7$.

故选：**D**

【点睛】

本题主要考查了二项式定理中展开式的通项公式及转化思想，考查计算能力，属于基础题。

3、**B**

【解析】

根据二项式系数的性质，可求得n，再通过赋值求得a_0以及结果即可.

【详解】

因为$(1+\lambda x)^n$展开式中第三项的二项式系数与第四项的二项式系数相等，

故可得$n=5$，

令$x=0$，故可得$1=a_0$，

又因为$a_1+a_2+\cdots+a_5=242$，

令$x=1$，则$\left(1+\lambda\right)^5=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_5=243$，

解得$\lambda=2$

令$x=-1$，则$\left(1-2\right)^5=a_0-a_1+a_2-\cdots+\left(-1\right)^5a_5=-1$.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查二项式系数的性质，以及通过赋值法求系数之和，属综合基础题.

4、**D**

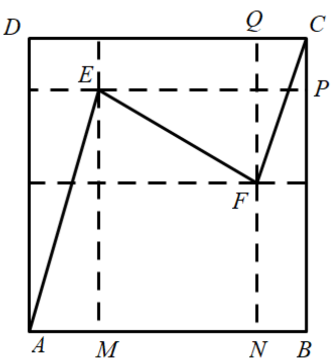
【解析】

过点E,F做正方形边的垂线，如图，设$\angle AEM=\alpha$，利用直线三角形中的边角关系，将AB,BC用α表示出来，根据$AB=BC$，列方程求出α，进而可得正方形的边长.

【详解】

过点E,F做正方形边的垂线，如图，

设$\angle AEM=\alpha$，则$\angle CFQ=\alpha$，$\angle MEF=\angle QFE=60^\circ-\alpha$，



则$AB=AM+MN+NB=AE\sin\alpha+EF\sin\left(60^\circ-\alpha\right)+FC\sin\alpha$

$$=50\sin\alpha+40\sin\left(60^{\circ}-\alpha\right)+30\sin\alpha=40\left(\frac{3}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\right),$$

$CB = BP + PC = AE\cos\alpha + FC\cos\alpha - EF\cos\left(60^\circ - \alpha\right)$

$= 50\cos\alpha + 30\cos\alpha - 40\cos\left(60^\circ - \alpha\right) = 40\left(\dfrac{3}{2}\cos\alpha - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\right)$

因为 $AB = CB$，则 $40\left(\dfrac{3}{2}\sin\alpha + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\right) = 40\left(\dfrac{3}{2}\cos\alpha - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\right)$，

整理化简得 $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 2 - \sqrt{3}$，又 $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$，

得 $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ ，$\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

$\therefore AB = 40\left(\dfrac{3}{2}\sin\alpha + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\right) = 40\times\left(\dfrac{3}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}\right) = 20\sqrt{6}$.

即该正方形的边长为 $20\sqrt{6}cm$.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查直角三角形中的边角关系，关键是要构造直角三角形，是中档题.

5、D

【解析】

设等比数列的公比为 q，$q > 0$，运用等比数列的性质和通项公式，以及等差数列的中项性质，解方程可得公比 q.

【详解】

由题意，正项等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1a_5 + 2a_3a_7 + a_5a_9 = 16$，

可得 $a_3^2 + 2a_3a_7 + a_7^2 = (a_3 + a_7)^2 = 16$，即 $a_3 + a_7 = 4$，

a_5 与 a_9 的等差中项为 4，即 $a_5 + a_9 = 8$，

设公比为 q，则 $q^2\left(a_3 + a_7\right) = 4q^2 = 8$，

则 $q = \sqrt{2}$(负的舍去)，

故选 **D.**

【点睛】

本题主要考查了等差数列的中项性质和等比数列的通项公式的应用，其中解答中熟记等比数列通项公式，合理利用等比数列的性质是解答的关键，着重考查了方程思想和运算能力，属于基础题.

6、D

【解析】

根据线面平行和面面平行的性质，可判定 **A**；由线面平行的判定定理，可判断 **B**；**C** 中可判断α，β所成的二面角为90^0；**D** 中有可能$n\subset\alpha$，即得解.

【详解】

选项 **A**：若$m\ //\ \alpha$，$\alpha\ //\ \beta$，根据线面平行和面面平行的性质，有$m\ //\ \beta$或$m\subset\beta$，故 **A** 正确；

选项 **B**：若$m\ //\ n$，$m\ //\ \alpha$，$n\not\subset\alpha$，由线面平行的判定定理，有$n\ //\ \alpha$，故 **B** 正确；

选项 **C**：若$m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，故α，β所成的二面角为90^0，则$\alpha\perp\beta$，故 **C** 正确；

选项 **D**，若$m\perp n$，$m\perp\alpha$，有可能$n\subset\alpha$，故 **D** 不正确.

故选：**D**

【点睛】

本题考查了空间中的平行垂直关系判断，考查了学生逻辑推理，空间想象能力，属于中档题.

7、**C**

【解析】

先根据$f\left(x\right)$是奇函数，排除 **A**，**B**，再取特殊值验证求解.

【详解】

因为$f\left(-x\right)=-x\cos 2^{|-x|}=-x\cos 2^{|x|}=-f\left(x\right)$，

所以$f\left(x\right)$是奇函数，故排除 **A**，**B**，

又$f\left(1\right)=\cos 2<0$，

故选：**C**

【点睛】

本题主要考查函数的图象，还考查了理解辨析的能力，属于基础题.

8、**C**

【解析】

先求导函数，函数在$[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$上单调递减则$f^{'}(x)\le 0$恒成立，对导函数不等式换元成二次函数，结合二次函数的性质和图象，列不等式组求解可得.

【详解】

依题意，$f^{'}(x)=2\cos 2x+m\cos x+3=4\cos^2 x+m\cos x+1$，

令 $\cos x=t$，则 $t\in[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}]$，故 $4t^2+mt+1\le 0$ 在 $[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}]$ 上恒成立；

结合图象可知，$\begin{cases}4\times\frac{1}{4}+m\times\frac{1}{2}+1\le 0\\4\times\frac{3}{4}+m\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1\le 0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}m\le -4\\m\le -\frac{8\sqrt{3}}{3}\end{cases}$

故 $m\le -\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查求三角函数单调区间. 求三角函数单调区间的两种方法:

(1)代换法: 就是将比较复杂的三角函数含自变量的代数式整体当作一个角 u (或 t)，利用基本三角函数的单调性列不等式求解；

(2)图象法：画出三角函数的正、余弦曲线，结合图象求它的单调区间.

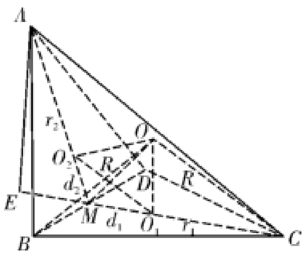
9、A

【解析】

画图取 BD 的中点 M，法一：四边形 OO_1MO_2 的外接圆直径为 OM，即可求半径从而求外接球表面积；法二：根据 $OO_1=\sqrt{3}$，即可求半径从而求外接球表面积；法三：作出 ΔCBD 的外接圆直径 CE，求出 AC 和 $\sin\angle AEC$，即可求半径从而求外接球表面积；

【详解】

如图，取 BD 的中点 M，ΔCBD 和 ΔABD 的外接圆半径为 $r_1=r_2=2$，ΔCBD 和 ΔABD 的外心 O_1，O_2 到弦 BD 的距离（弦心距）为 $d_1=d_2=1$.



法一：四边形 OO_1MO_2 的外接圆直径 $OM=2$，$R=\sqrt{7}$，

$S=28\pi$；