云南省玉溪市元江县一中2024年数学高三第一学期期末达标检测模拟试题

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．为得到函数 $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像，只需将函数 $y=\sin 2x$ 的图像（ ）

A．向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位　　B．向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位

C．向左平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位　　D．向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位

2．已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2,n(a_{n+1}-a_n)=a_n+1,n\in N^*$ ，若对于任意的 $a\in[-2,2],n\in N^*$，不等式

$\frac{a_{n+1}}{n+1}<2t^2+at-1$ 恒成立，则实数 t 的取值范围为（　　）

A．$(-\infty,-2]\cup[1,+\infty)$　　B．$(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

C．$(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$　　D．$[-2,2]$

3．若函数 $f(x)=ax^3+3x^2+b$ 在 $x=1$ 处取得极值2，则 $a-b=$（　　）

A．-3　　B．3　　C．-2　　D．2

4．$a//\alpha,b//\beta,\alpha//\beta$，则 a 与 b 位置关系是 (　　)

A．平行　　B．异面

C．相交　　D．平行或异面或相交

5．设正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_2=3$，$a_3+a_4=12$，则公比 $q=$（　　）

A．±4　　B．4　　C．±2　　D．2

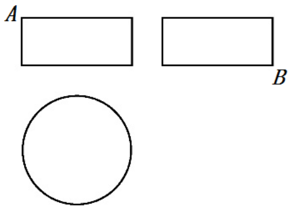
6．2021年部分省市将实行“$3+1+2$”的新高考模式，即语文、数学、英语三科必选，物理、历史二选一，化学、生物、政治、地理四选二，若甲同学选科没有偏好，且不受其他因素影响，则甲同学同时选择历史和化学的概率为

A．$\frac{1}{8}$　　B．$\frac{1}{4}$

C．$\frac{1}{6}$　　D．$\frac{1}{2}$

7．某圆柱的高为2，底面周长为16，其三视图如图所示，圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A

，圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B，则在此圆柱侧面上，从 M 到 N 的路径中，最短路径的长度为（　　）



A．$2\sqrt{17}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．3　　D．2

8. 记集合 $A=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 16\right\}$ 和集合 $B=\left\{(x,y)\middle|x+y\le 4,x\ge 0,y\ge 0\right\}$ 表示的平面区域分别是 Ω_1 和 Ω_2,若在区域 Ω_1 内任取一点,则该点落在区域 Ω_2 的概率为(　　)

A．$\dfrac{1}{4\pi}$　　B．$\dfrac{1}{\pi}$　　C．$\dfrac{1}{2\pi}$　　D．$\dfrac{\pi-2}{4\pi}$

9．《周易》是我国古代典籍，用“卦”描述了天地世间万象变化．如图是一个八卦图，包含乾、坤、震、巽、坎、离、艮、兑八卦（每一卦由三个爻组成，其中“ ”表示一个阳爻，“ ”表示一个阴爻）若从八卦中任取两卦，这两卦的六个爻中恰有两个阳爻的概率为（　　）

A．$\dfrac{3}{56}$　　B．$\dfrac{3}{28}$　　C．$\dfrac{3}{14}$　　D．$\dfrac{1}{4}$

10．“$\sin x=\dfrac{1}{2}$”是“$x=2k\pi+\dfrac{\pi}{6}(k\in Z)$”的（　　）

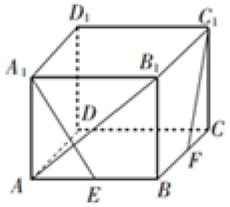
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

11．若集合 $A=\left\{x\middle|-1\le x\le 0\right\}$，$B=\left\{x\middle|\dfrac{x}{x-1}<0\right\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A．$[-1,1)$　　B．$(-1,1]$　　C．$(-1,1)$　　D．$[-1,1]$

12．如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=\sqrt{2}AA_1$，E，F 分别为 AB，BC 的中点，异面直线 AB_1 与 C_1F 所成角的余弦值为 m，则(　　)



A．直线 A_1E 与直线 C_1F 异面，且 $m=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　B．直线 A_1E 与直线 C_1F 共面，且 $m=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

C．直线 A_1E 与直线 C_1F 异面，且 $m=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　D．直线 A_1E 与直线 C_1F 共面，且 $m=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知函数 $f(x)=x(2^{|x|}-1)$，若关于 x 的不等式 $f(x^2-2x-2a)+f(ax-3)\le 0$ 对任意的 $x\in[1,3]$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是______.

14．已知平面向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 满足 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角等于 $\dfrac{\pi}{3}$，且（$\vec{a}-\vec{c}$）•（$\vec{b}-\vec{c}$）＝0，则 $|\vec{c}|$ 的取值范围是_____.

15．设平面向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 θ，且 $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=1$，$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{3}$，则 θ 的取值范围为______.

16．已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点在球 O 的球面上，$PA=PB=PC$，$\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形，$PA\perp PC$，则球 O 的体积为__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f(x)=e^{x-a}-\ln(x+a)(a>0)$.

（1）证明：函数 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上存在唯一的零点；

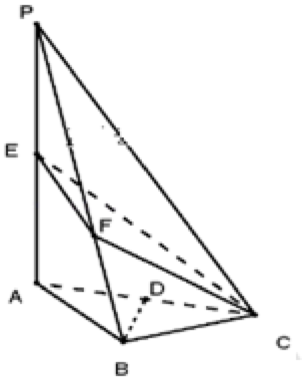
（2）若函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上的最小值为 1，求 a 的值.

18．（12 分）已知圆 O 经过椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的两个焦点以及两个顶点，且点 $\left(b,\dfrac{1}{a}\right)$ 在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 若直线 l 与圆 O 相切，与椭圆 C 交于 M、N 两点，且 $|MN|=\dfrac{4}{3}$，求直线 l 的倾斜角.

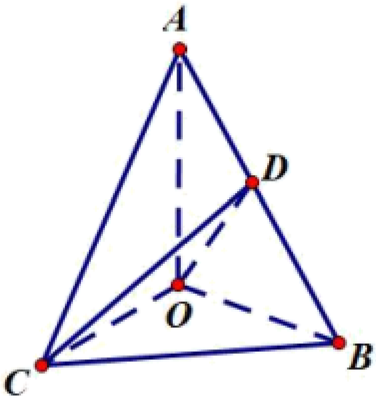
19．（12 分）已知三棱锥 $P-ABC$ 中，$\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，$AB=AC=1,\ PB=\ PC=\sqrt{5}$，设点 E 为 PA 中点，点 D 为 AC 中点，点 F 为 PB 上一点，且 $PF=2FB$.



（1）证明：$BD//$平面CEF；

（2）若$PA\perp AC$，求直线CE与平面PBC所成角的正弦值.

20.（12 分）如图，在$\triangle AOB$中，已知$\angle AOB=\dfrac{\pi}{2}$，$\angle BAO=\dfrac{\pi}{6}$，$AB=4$，$D$为线段$AB$的中点，$\triangle AOC$是由$\triangle AOB$绕直线$AO$旋转而成，记二面角$B-AO-C$的大小为$\theta$.



（1）当平面$COD\perp$平面AOB时，求θ的值；

（2）当$\theta=\dfrac{2\pi}{3}$时，求二面角$B-OD-C$的余弦值.

21.（12 分）已知双曲线$C:x^2-y^2=1$及直线$l:y=kx+1$.

（1）若 l 与 C 有两个不同的交点，求实数 k 的取值范围；

（2）若 l 与 C 交于 A，B 两点，O 是原点，且$S_{\triangle OAB}=\sqrt{2}$，求实数 k 的值.

22.（10 分）**已知函数 $f(x)=x-\ln x$，$g(x)=x^2-ax$.**

（1）求函数 $f(x)$在区间$[t，t+1](t>0)$上的最小值 $m(t)$；

（2）令 $h(x)=g(x)-f(x)$，$A(x_1，h(x_1))$，$B(x_2，h(x_2))(x_1\neq x_2)$是函数 $h(x)$图像上任意两点，且满足$\dfrac{h(x_1)-h(x_2)}{x_1-x_2}>1$，求实数 a 的取值范围；

（3）若$\exists x\in(0,1]$，使 $f(x)\geq\dfrac{a-g(x)}{x}$成立，求实数 a 的最大值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

$y=\cos(2x+\frac{\pi}{3})=\sin(2x+\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2})=\sin(2x+\frac{5\pi}{6})=\sin 2(x+\frac{5\pi}{12})$，所以要的函数 $y=\cos(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象，只需将函数 $y=\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位得到，故选 D

2、B

【解析】

先根据题意，对原式进行化简可得 $\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}=\frac{1}{n\left(n+1\right)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，然后利用累加法求得 $\frac{a_{n+1}}{n+1}$=3-$\frac{1}{n+1}$，然后不等式 $\frac{a_{n+1}}{n+1}<2t^2+at-1$ 恒成立转化为 $2t^2+at-1\geq 3$ 恒成立，再利用函数性质解不等式即可得出答案.

【详解】

由题，$n\left(a_{n+1}-a_n\right)=a_n+1\Rightarrow na_{n+1}=\left(n+1\right)a_n+1$

即 $\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}=\frac{1}{n\left(n+1\right)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

由累加法可得：$\frac{a_{n+1}}{n+1}=\left(\frac{a_{n+1}}{n+1}-\frac{a_n}{n}\right)+\left(\frac{a_n}{n}-\frac{a_{n-1}}{n-1}\right)+\cdots+\left(\frac{a_2}{2}-\frac{a_1}{1}\right)+a_1$

即 $\frac{a_{n+1}}{n+1}=\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)+\cdots+\left(1-\frac{1}{2}\right)+2=3-\frac{1}{n+1}<3$

对于任意的 $a\in\left[-2,2\right],n\in N^*$，不等式 $\frac{a_{n+1}}{n+1}<2t^2+at-1$ 恒成立

即 $2t^2+at-1\geq 3\Rightarrow 2t^2+at-4\geq 0$

令 $f\left(a\right)=2t^2+at-4=at+2t^2-4,\left(a\in\left[-2,2\right]\right)$

可得$f\left(2\right)\geq 0$且$f\left(-2\right)\geq 0$

即$\begin{cases}t^2+t-2\geq 0\\ t^2-t-2\geq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t\geq 1或t\leq -2\\ t\geq 2或t\leq -1\end{cases}$

可得$t\geq 2$或$t\leq -2$

故选 **B**

【点睛】

本题主要考查了数列的通项的求法以及函数的性质的运用，属于综合性较强的题目，解题的关键是能够由递推数列求出通项公式和后面的转化函数，属于难题.

3、A

【解析】

对函数$f(x)$求导,可得$\begin{cases}f'(1)=0\\ f(1)=2\end{cases}$,即可求出$a,b$,进而可求出答案.

【详解】

因为$f(x)=ax^3+3x^2+b$,所以$f'(x)=3ax^2+6x$,则$\begin{cases}f'(1)=3a+6=0\\ f(1)=a+3+b=2\end{cases}$,解得$a=-2,b=1$,则$a-b=-3$.

故选:**A.**

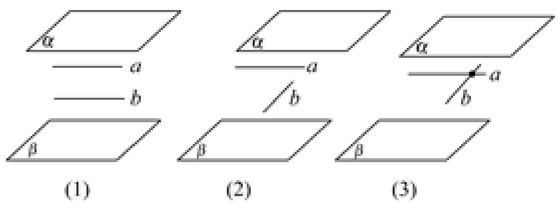
【点睛】

本题考查了函数的导数与极值,考查了学生的运算求解能力,属于基础题.

4、D

【解析】

结合图**(1)**，**(2)**，**(3)**所示的情况，可得 ***a*** 与 ***b*** 的关系分别是平行、异面或相交.



选 **D**.

5、D

【解析】

由$S_2=3$得$a_1+a_2=3$，又$a_3+a_4=(a_1+a_2)q^2=12$，两式相除即可解出q.

【详解】

解：由$S_2=3$得$a_1+a_2=3$，

又$a_3+a_4=(a_1+a_2)q^2=12$，

$\therefore q^2=4$，$\therefore q=-2$，或$q=2$，

又正项等比数列$\{a_n\}$得$q>0$，

$\therefore q=2$，

故选：**D**.

【点睛】

本题主要考查等比数列的性质的应用，属于基础题.

6、**B**

【解析】

甲同学所有的选择方案共有$C_2^1C_4^2=12$种，甲同学同时选择历史和化学后，只需在生物、政治、地理三科中再选择一科即可，共有$C_3^1=3$种选择方案，根据古典概型的概率计算公式，可得甲同学同时选择历史和化学的概率

$P=\dfrac{3}{12}=\dfrac{1}{4}$，故选**B**.

7、**B**

【解析】

首先根据题中所给的三视图，得到点**M**和点**N**在圆柱上所处的位置，将圆柱的侧面展开图平铺，点**M**、**N**在其四分之一的矩形的对角线的端点处，根据平面上两点间直线段最短，利用勾股定理，求得结果.

【详解】

根据圆柱的三视图以及其本身的特征，

将圆柱的侧面展开图平铺,

可以确定点**M**和点**N**分别在以圆柱的高为长方形的宽，圆柱底面圆周长的四分之一为长的长方形的对角线的端点处，

所以所求的最短路径的长度为$\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，故选**B**.

点睛：该题考查的是有关几何体的表面上两点之间的最短距离的求解问题，在解题的过程中，需要明确两个点在几何体上所处的位置，再利用平面上两点间直线段最短，所以处理方法就是将面切开平铺，利用平面图形的相关特征求得结果.

8、**C**

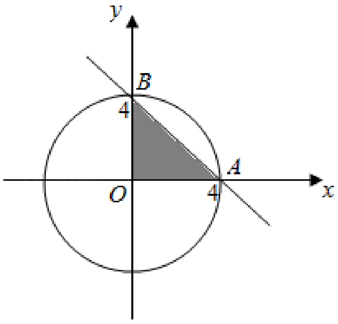
【解析】

据题意可知，是与面积有关的几何概率，要求M落在区域Ω_2内的概率，只要求A、B

所表示区域的面积，然后代入概率公式 $P=\dfrac{\text{区域}\Omega_2\text{的面积}}{\text{区域}\Omega_1\text{的面积}}$，计算即可得答案.

【详解】

根据题意可得集合 $A=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\leqslant 16\}$ 所表示的区域即为如图所表示：



的圆及内部的平面区域，面积为16π，

集合 $B=\{(x,y)\,|\,x+y-4\leqslant 0，\ x\geqslant 0，\ y\geqslant 0\}$ 表示的平面区域即为图中的 $\text{Rt}\Delta\text{AOB}$，$S_{\Delta AOB}=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4=8$，

根据几何概率的计算公式可得 $P=\dfrac{8}{16\pi}=\dfrac{1}{2\pi}$，

故选：**C**.

【点睛】

本题主要考查了几何概率的计算，本题是与面积有关的几何概率模型．解决本题的关键是要准确求出两区域的面积．

9、**C**

【解析】

分类讨论，仅有一个阳爻的有坎、艮、震三卦，从中取两卦；从仅有两个阳爻的有巽、离、兑三卦中取一个，再取没有阳爻的坤卦，计算满足条件的种数，利用古典概型即得解.

【详解】

由图可知，仅有一个阳爻的有坎、艮、震三卦，从中取两卦满足条件，其种数是 $C_3^2=3$；

仅有两个阳爻的有巽、离、兑三卦，没有阳爻的是坤卦，此时取两卦满足条件的种数是 $C_3^1=3$，于是所求的概率

$$P=\frac{3+3}{C_8^2}=\frac{3}{14}.$$

故选：**C**

【点睛】

本题考查了古典概型的应用，考查了学生综合分析，分类讨论，数学运算的能力，属于基础题.

10、**B**

【解析】

$\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=2k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in Z)$ 或 $x=2k\pi+\frac{5\pi}{6}(k\in Z)$，从而明确充分性与必要性.

【详解】

，

由 $\sin x=\frac{1}{2}$ 可得：$x=2k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in Z)$ 或 $x=2k\pi+\frac{5\pi}{6}(k\in Z)$，

即 $x=2k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in Z)$ 能推出 $\sin x=\frac{1}{2}$，

但 $\sin x=\frac{1}{2}$ 推不出 $x=2k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in Z)$

∴“$\sin x=\frac{1}{2}$”是“$x=2k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in Z)$”的必要不充分条件

故选 B

【点睛】

本题考查充分性与必要性，简单三角方程的解法，属于基础题.

11、**A**

【解析】

用转化的思想求出 B 中不等式的解集，再利用并集的定义求解即可.

【详解】

解：由集合 $B=\left\{x\left|\frac{x}{x-1}<0\right.\right\}$，解得 $B=\{x\,|\,0<x<1\}$，

则 $A\cup B=\{x\,|\,-1„\ x„\ 0\}\cup\{x\,|\,0<x<1\}=\{x\,|\,-1„\ x<1\}=[-1,1)$

故选：A.

【点睛】

本题考查了并集及其运算，分式不等式的解法，熟练掌握并集的定义是解本题的关键．属于基础题.

12、**B**

【解析】

连接 EF，A_1C_1，C_1D，DF，由正四棱柱的特征可知 $EF\ P\ A_1C_1$，再由平面的基本性质可知，直线 A_1E 与直线 C_1F 共面.，同理易得 $AB_1\ P\ C_1D$，由异面直线所成的角的定义可知，异面直线 AB_1 与 C_1F 所成角为 $\angle DC_1F$，然后再利用余弦定理求解.

【详解】

如图所示：