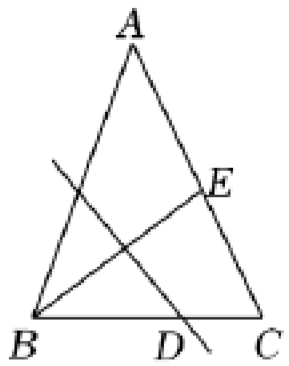
2022年春北师大版九年级数学中考一轮复习《直角三角形的边角关系》

综合练习题（附答案）

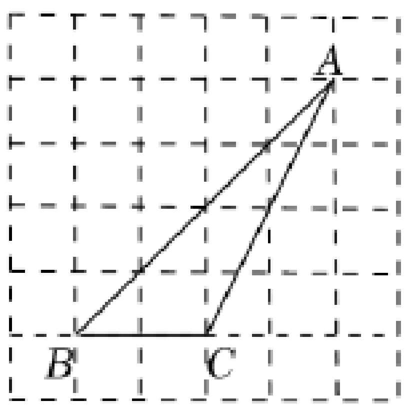
一．选择题

1．如图，在△ABC中，$AB=AC$，$BC=8$，E为AC边的中点，线段BE的垂直平分线交边BC于点D．设$BD=x$，$\tan\angle ACB=y$，则x与y满足关系式为（　　）



A．$x-y^2=3$　　B．$2x-y^2=6$　　C．$3x-y^2=9$　　D．$4x-y^2=12$

2．如图，△ABC的顶点都是正方形网格中的格点，则$\sin\angle BAC=$（　　）

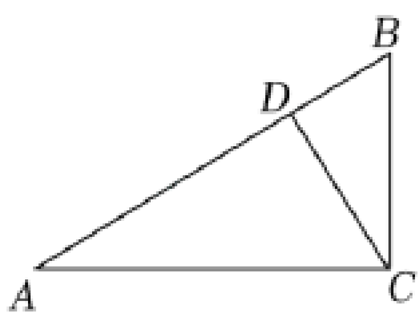


A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{10}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{10}}{10}$

3．在△ABC中，$AB=4$，$BC=5$，$\sin B=\frac{3}{4}$，则△ABC的面积等于（　　）

A．15　　B．$\frac{9}{2}$　　C．6　　D．$\frac{15}{2}$

4．如图，在Rt△ABC中，CD是斜边AB上的高，$\angle A\neq 45°$，则下列比值中不等于$\cos B$的是（　　）



A．$\frac{CD}{AC}$　　B．$\frac{BD}{CB}$　　C．$\frac{CD}{CB}$　　D．$\frac{CB}{AB}$

5．BD是Rt△ABC的斜边AC上的高，$\angle A\neq 45°$，下列比值中与$\sin A$不相等的是（　　）

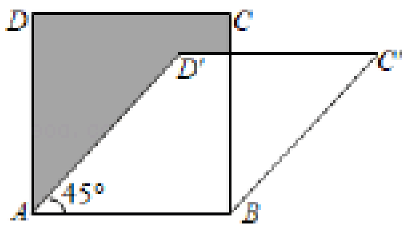
A．$\frac{BC}{AC}$　　B．$\frac{CD}{BC}$　　C．$\frac{BD}{AB}$　　D．$\frac{BD}{BC}$

6．下列说法中正确的是（　　）

A．$\sin45°+\cos45°=1$　　B．若 α 为锐角，则 $\sin\alpha=\cos(90°-\alpha)$

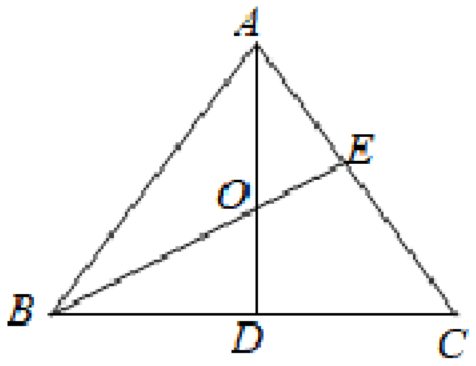
C．对于锐角 β，必有 $\tan\frac{\beta}{2}=\frac{\tan\beta}{2}$　　D．若 α 为锐角，则 $\sin\alpha>\cos\alpha$

7．四边形具有不稳定性，对于四条边长确定的四边形，当内角度数发生变化时，其形状也会随之改变．如图，改变边长为 2 的正方形 $ABCD$ 的内角，变为菱形 $ABC'D'$，若 $\angle D'AB=45°$，则阴影部分的面积是（　　）



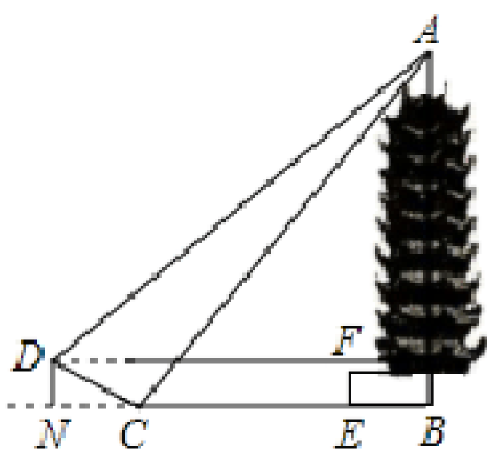
A．$\frac{5+\sqrt{2}}{2}$　　B．$5-\sqrt{2}$　　C．$\frac{5+2\sqrt{2}}{2}$　　D．$5-2\sqrt{2}$

8．如图，在△ABC 中，点 O 是角平分线 AD、BE 的交点，若 $AB=AC=10$，$BC=12$，则 $\tan\angle OBD$ 的值是（　　）



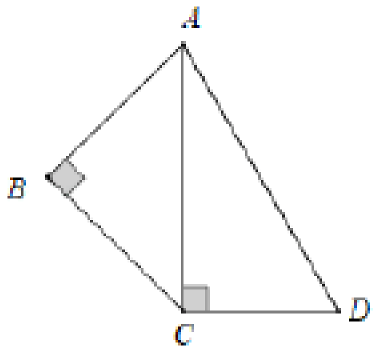
A．$\frac{1}{2}$　　B．2　　C．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{6}}{4}$

9．碧津公园坐落在江北机场旁，它是一个风景秀丽、优美如画的公园．园中的碧津塔是一座八角塔，每个角挂有一个风铃，被评为重庆市公园最美景点．重庆一中某数学兴趣小组，想测量碧津塔的高度，他们在点 C 处测得碧津塔顶部 A 处的仰角为 45°，再沿着坡度为 $i=1:2.4$ 的斜坡 CD 向上走了 5.2 米到达点 D，此时测得碧津塔顶部 A 的仰角为 37°，碧津塔 AB 所在平台高度 EF 为 0.8 米．A、B、C、D、E、F 在同一平面内，则碧津塔 AB 的高约为（　　）米（参考数据：$\sin37°\approx0.6$，$\cos37°\approx0.8$，$\tan37°\approx0.75$）



A．20.8　　B．21.6　　C．23.2　　D．24

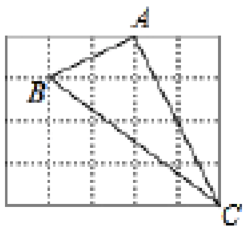
10．将一副三角板如图摆放在一起，组成四边形 $ABCD$，$\angle ABC=\angle ACD=90°$，$\angle ADC=60°$，$\angle ACB=45°$，连接 BD，则 $\tan\angle CBD$ 的值等于（　　）



A．$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}+1}{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$

二．填空题

11．已知 α、β 为锐角，若 $\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$，$\tan\beta=\dfrac{3}{4}$，利用下列边长均为 1 的小正方形组成的网格图（如图），可求得 tan（α+β）＝_______.



12．如图，在直角三角形 ABC 中，$\angle C=90°$，$BC=3$，$AC=4$，点 D 是线段 AC 上的动点，设 $\angle BDC=\alpha$，$\angle BAC=\beta$，有以下说法：

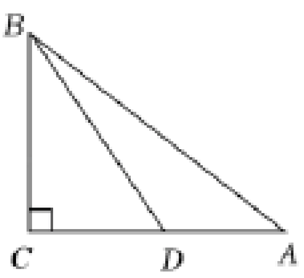
①当 $0°<\beta<\alpha<90°$ 时，$\tan\alpha>\tan\beta$.

②当 $0°<\beta<\alpha<90°$ 时，$\cos\alpha>\cos\beta$.

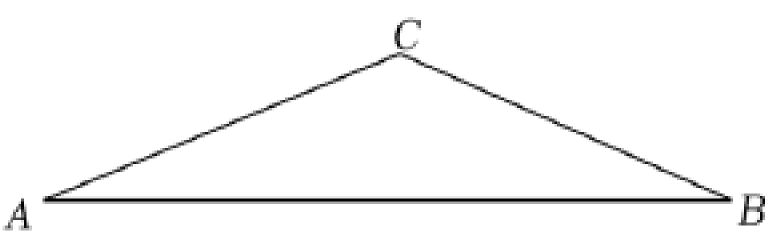
③D 为 AC 中点时，$\sin\angle DBA=\dfrac{8\sqrt{13}}{65}$.

④BD 平分 $\angle CBA$ 时，$\tan\beta=2\tan\alpha$.

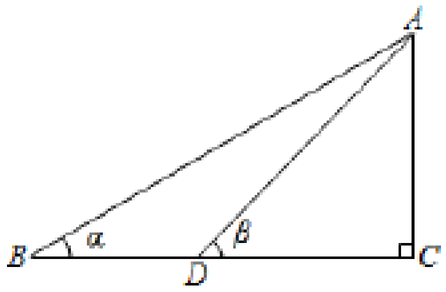
其中，正确的是 _______.（填序号）



13．我们给出定义：如果两个锐角的和为 45°，那么称这两个角互为半余角．如图，在△ABC 中，$\angle A$，$\angle B$ 互为半余角，且 $\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，则 $\tan A=$_______.



14．如图，在 Rt△*ABC* 中，∠*C*＝90°，∠*B*＝α，∠*ADC*＝β，用含 α 和 β 的代数式表示$\frac{AD}{AB}$的值为 _______.

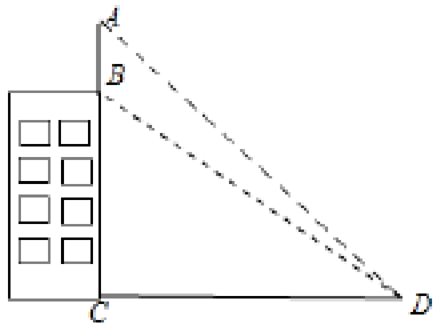


15．在△*ABC* 中，若 *AB*＝5，*BC*＝13，*AD* 是 *BC* 边上的高，*AD*＝4，则 tan*C*＝_______.

16．已知△*ABC* 中，∠*ABC*＝30°，*AB*＝$4\sqrt{3}$，*AC*＝$\sqrt{13}$，则 *BC* 的长为_______.

三．解答题

17．如图，楼顶上有一个 5*G* 信号塔 *AB*，从与楼 *BC* 相距 60*m* 的 *D* 处观测 5*G* 信号塔顶部 *A* 的仰角为 37°，观测 5*G* 信号塔底部 *B* 的仰角为 30°，求 5*G* 信号塔 *AB* 的高度.（结果保留小数点后一位，参考数据：sin37°≈0.60，cos37°≈0.80，tan37°≈0.75，$\sqrt{2}$≈1.414，$\sqrt{3}$≈1.732）.

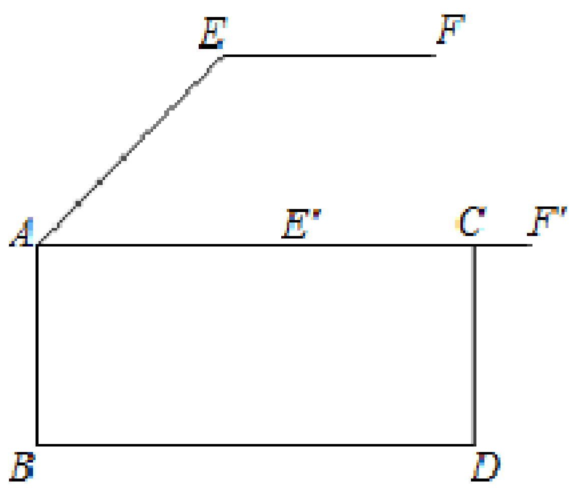


18．图①是某小区折叠道闸的实景图，图②是其工作示意图，道闸由垂直于地面的立柱 *AB*，*CD* 和折叠杆“*AE*﹣*EF*”组成，其中 *AB*＝*CD*＝1.2*m*，*AB*，*CD* 之间的水平距离 *BD*＝2.5*m*，*AE*＝1.5*m*．道闸工作时，折叠杆“*AE*﹣*EF*”可绕点 *A* 在一定范围内转动，张角为∠*BAE*（90°≤∠*BAE*≤150°），同时杆 *EF* 始终与地面 *BD* 保持平行.（参考数据：$\sqrt{2}$≈1.414，$\sqrt{3}$≈1.732）

（1）当张角∠*BAE* 为 135°时，求杆 *EF* 与地面 *BD* 之间的距离（结果精确到 0.01*m*）；

（2）试通过计算判断宽度为 1.8*m*，高度为 2.45*m* 的小型厢式货车能否正常通过此道闸？

图①

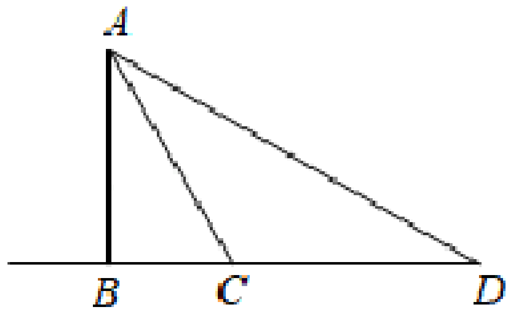


图②

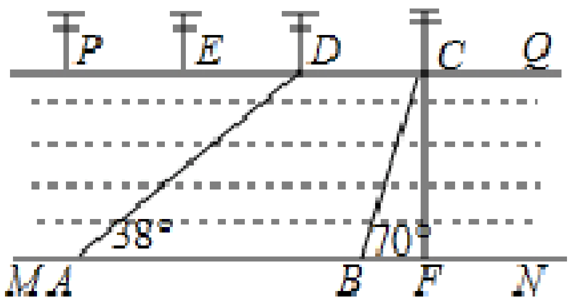
19．石室联合中学金沙校区位于三环跨线桥旁边，为了不影响学生上课，市政在桥旁安装了隔音墙，交通局也对此路段设置了限速，九年级学生为了测量汽车速度做了如下实验：在桥上依次取 B、C、D 三点，再在桥外确定一点 A，使得 $AB\perp BD$，测得 AB 之间 15 米，使得 $\angle ADC=30^\circ$，$\angle ACB=60^\circ$．

（1）求 CD 的长（精确到 0.1，$\sqrt{3}\approx1.73$，$\sqrt{2}\approx1.41$）．

（2）交通局对该路段限速 30 千米/小时，汽车从 C 到 D 用时 2 秒，汽车是否超速？说明理由．



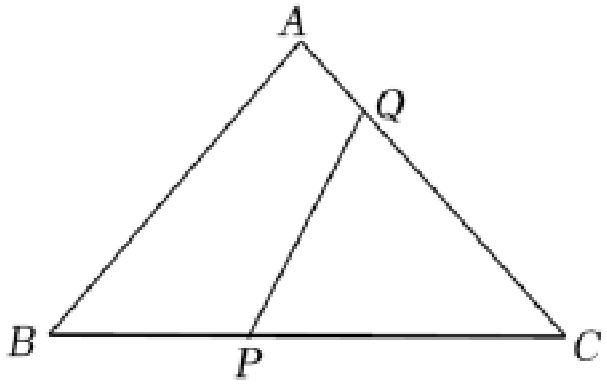
20．如图，河流的两岸 MN、PQ 互相平行，河岸 PQ 上有一排间隔为 $50m$ 的电线杆 C、D、E…某人在河岸 MN 的 A 处测得 $\angle DAN=38^\circ$，然后沿河岸走了 120 米到达 B 处，测得 $\angle CBN=70^\circ$．求河流的宽度 CF（结果精确到 0.1，参考数据 $\sin38^\circ\approx0.62$，$\cos38^\circ\approx0.79$，$\tan38^\circ\approx0.78$，$Sin70^\circ\approx0.94$，$\cos70^\circ\approx0.34$，$\tan70^\circ\approx2.75$）．

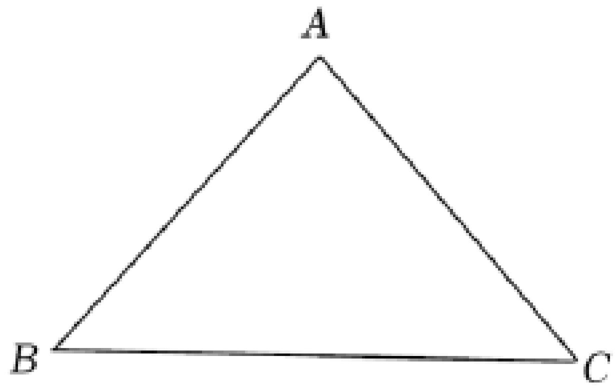


21．如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC=3cm$，$BC=4cm$，点 P 从点 B 出发，沿线段 BC 以 $2cm/s$ 的速度向终点 C 运动，点 Q 从点 C 出发，沿着 $C\to A\to B$ 的方向以 $3cm/s$ 的速度向终点 B 运动，P，Q 同时出发，设点 P 运动的时间为 t（s），$\triangle CPQ$ 的面积为 S（cm^2）．

（1）求 $\sin B$；

（2）求 S 关于 t 的函数关系式，并直接写出自变量 t 的取值范围．



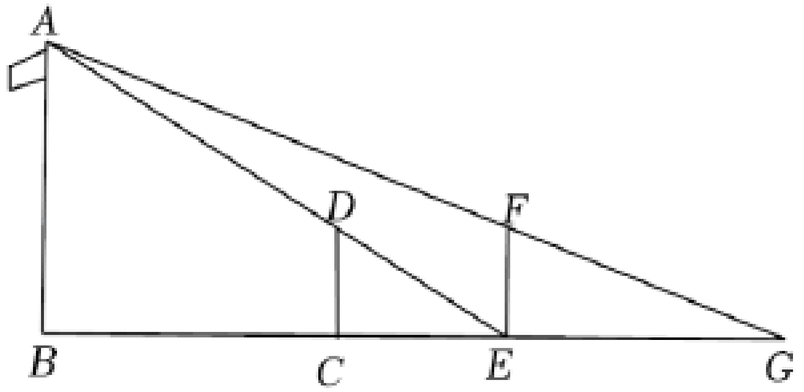


备用图

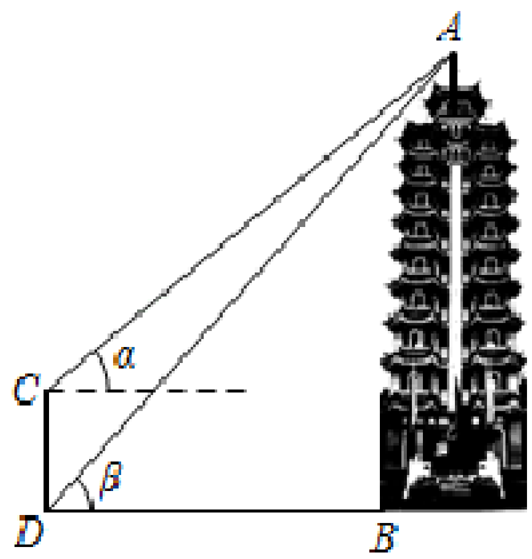
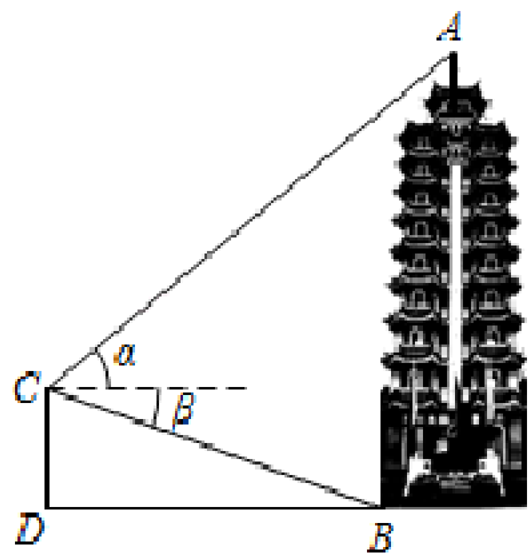
22．为了测量旗杆 AB 的高度，小颖画了如下的示意图，其中 CD，EF 是两个长度为 $2m$ 的标杆．

（1）如果现在测得 $\angle DEC=30°$，$EG=4m$，求旗杆 AB 的高度；（参考数据：$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$）

（2）如果 CE 的长为 x，EG 的长为 y，请用含 x，y 的代数式表示旗杆 AB 的高度．



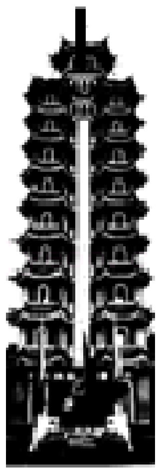
23．1936 年 10 月，中国工农红军第一、二、四方面军三大主力在甘肃会宁胜利会师，这是长征胜利的重要标志，是中国革命走向胜利的里程碑，中宣部于 1997 年将会宁红军会师旧址列为全国百个爱国主义教育示范基地之一．某学习小组把测量会师纪念塔的高度（如图）作为一次课题活动，同学们制定了两种测量方案．测得结果如下表：

课题	测量会师纪念塔的高度	
方案	方案一	方案二
测量示意图		
方案说明（CD 是临时搭建的高台，A 为会师纪念塔最高点）	在测点 C 处测得塔顶 A 的仰角为 α，在测点 D 处测得塔顶 A 的仰角为 β	在测点 C 处分别测得塔顶 A 的仰角为 α，塔底 B 的俯角为 β
测量数据（点 A．B．C．D 在同一竖直平面	$\alpha=35°$，$\beta=47°$，$CD=10m$	$\alpha=35°$，$\beta=25°$，$CD=10m$

内）

参考数据　　sin35°≈0.57，cos35°≈0.82，tan35°≈0.70；sin47°≈0.73，cos47°≈0.68，tan47°≈1.07；sin25°≈0.42，cos25°≈0.91，tan25°≈0.47

请判断上述两种方案中哪种方案误差较小，并用该方案及其数据求出会师纪念塔的高度（结果保留一位小数）.



24．已知：△*ABC* 中，*AB*＝*AC*，*D* 为直线 *BC* 上一点.

（1）如图 1，*BH*⊥*AD* 于点 *H*，若 *AD*＝*BD*，求证：*BC*＝2*AH*.

（2）如图 2，∠*BAC*＝120°，点 *D* 在 *CB* 延长线上，点 *E* 在 *BC* 上且∠*DAE*＝120°，若 *AB*＝6，*DB*＝$2\sqrt{3}$，求 *CE*.

（3）如图 3，*D* 在 *CB* 延长线上，*E* 为 *AB* 上一点，且满足：∠*BAD*＝∠*BCE*，$\frac{AE}{BE}=\frac{2}{3}$，若 tan∠*ABC*＝$\frac{3}{4}$，*BD*＝5，直接写出 *BC* 的长为_______.

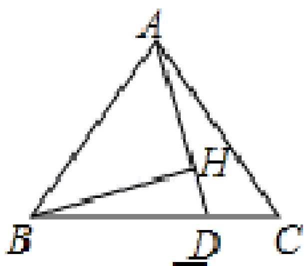


图1

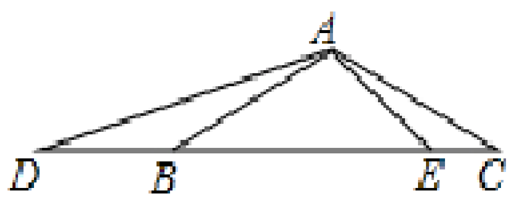


图2

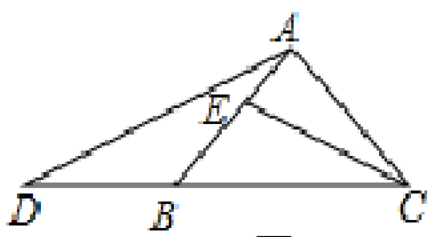
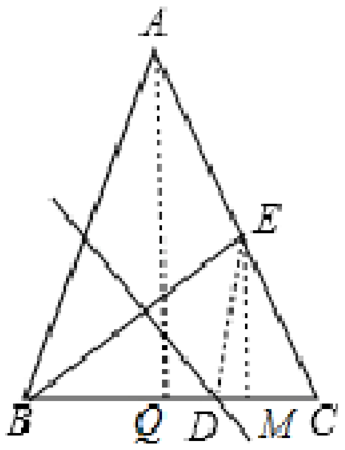


图3

参考答案

一．选择题

1．解：如图，过 A 作 $AQ\perp BC$ 于 Q，过 E 作 $EM\perp BC$ 于 M，连接 DE，



∵BE 的垂直平分线交 BC 于 D，$BD=x$，

∴$BD=DE=x$，

∵$AB=AC$，$BC=8$，$\tan\angle ACB=y$，

∴$\frac{EM}{MC}=\frac{AQ}{CQ}=y$，$BQ=CQ=4$，

∴$AQ=4y$，

∵$AQ\perp BC$，$EM\perp BC$，

∴$AQ\parallel EM$，

∵E 为 AC 中点，

∴$MC=QM=\frac{1}{2}CQ=2$，

∴$EM=2y$，

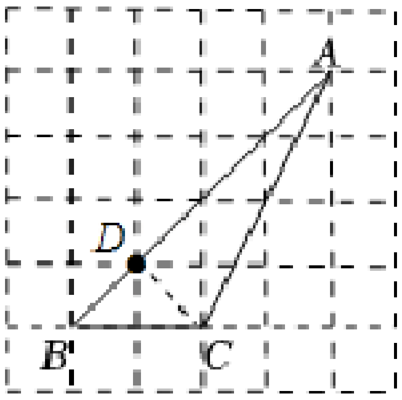
∴$DM=8-2-x=6-x$，

在 $Rt\triangle EDM$ 中，由勾股定理得：$x^2=(2y)^2+(6-x)^2$，

即 $3x-y^2=9$，

故选：C．

2．解：连接 CD，



由图可得：$CD \perp AB$，

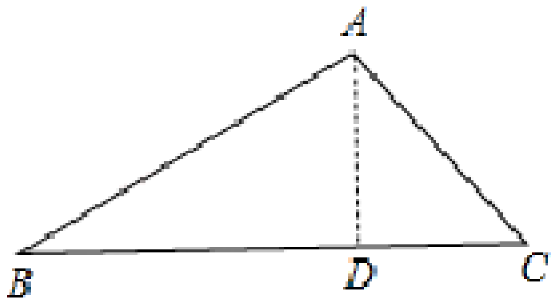
由题意得：$CD=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，

$AC=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

在 Rt△ACD 中，$\sin\angle BAC=\frac{CD}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，

故选：D．

3．解：过点 A 作 $AD \perp BC$，垂足为 D，



在△ABD 中，$AB=4$，$\sin B=\frac{3}{4}$，

∴$AD=AB\sin B=4\times\frac{3}{4}=3$，

∴△ABC 的面积$=\frac{1}{2}BC \cdot AD$

$=\frac{1}{2}\times 5\times 3$

$=\frac{15}{2}$，

故选：D．

4．解：A．∵$CD \perp AB$，

∴$\angle CDB=\angle ADB=90°$，

∴$\angle B+\angle BCD=90°$，

∵$\angle ACB=90°$，

∴$\angle ACD+\angle BCD=90°$，

∴$\angle B=\angle ACD$，

在 Rt△ACD 中，$\cos\angle ACD=\frac{CD}{AC}$，

∴$\cos B=\frac{CD}{AC}$，

故 A 不符合题意；

B．在 Rt△DBC 中，$\cos B=\frac{BD}{BC}$，故 B 不符合题意；

C．在 Rt△*DBC* 中，cos∠*BCD*＝$\frac{CD}{BC}$，

∵∠*A*≠45°，

∴∠*B*≠45°，

∴∠*B*≠∠*BCD*，

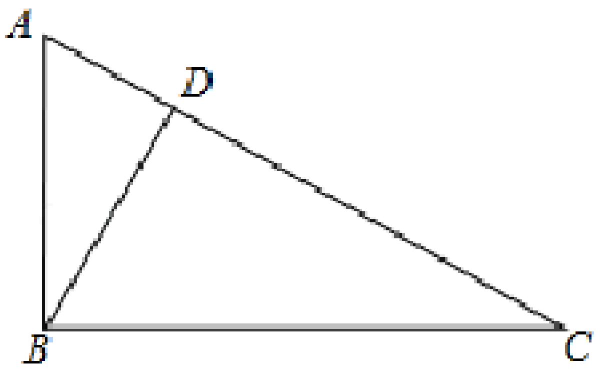
∴cos*B*≠$\frac{CD}{BC}$，

故 *C* 符合题意；

D．在 Rt△*ABC* 中，cos*B*＝$\frac{BC}{AB}$，故 *D* 不符合题意；

故选：*C*．

5．解：如图：



在 Rt△*ABC* 中，sin*A*＝$\frac{BC}{AC}$，

∵∠*ABC*＝90°，

∴∠*A*+∠*C*＝90°，

∵*BD*⊥*AC*，

∴∠*BDC*＝90°，

∴∠*C*+∠*DBC*＝90°，

∴∠*A*＝∠*DBC*，

∴sin*A*＝sin∠*DBC*＝$\frac{DC}{BC}$，

在 Rt△*ABD* 中，sin*A*＝$\frac{BD}{AB}$，

故选：*D*．

6．解：*A*．sin45°+cos45°＝$\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$，故 *A* 不符合题意；

B．若 α 为锐角，则 sinα＝cos（90°﹣α），故 *B* 符合题意；

C．对于锐角 β，当 β＝60°时，$\tan\frac{\beta}{2}=\tan30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\frac{\tan\beta}{2}=\frac{\tan60°}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，此

时 $\tan\frac{\beta}{2}\neq\frac{\tan\beta}{2}$，故 C 不符合题意；

D．若 α 为锐角，当 α＝45° 时，$\sin\alpha=\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故 D 不符合题意；

故选：B．

7．解：设 BC 与 $C'D'$ 交点为 E，

则 $BE\perp C'D'$，因此 $C'E=BC'\cdot\cos C'$，

∵四边形 $ABC'D'$ 为菱形，则∠C'＝∠$D'AB$＝45°，

∴$C'E=BC'\cdot\cos C'=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$，

同理 $BE=BC'\cdot\sin C'=\sqrt{2}$，

∴$D'E=2-\sqrt{2}$，$BE=\sqrt{2}$，

∴梯形 $D'EBA$ 面积为：

$S'=(D'E+AB)\times BE\times\frac{1}{2}=2\sqrt{2}-1$，

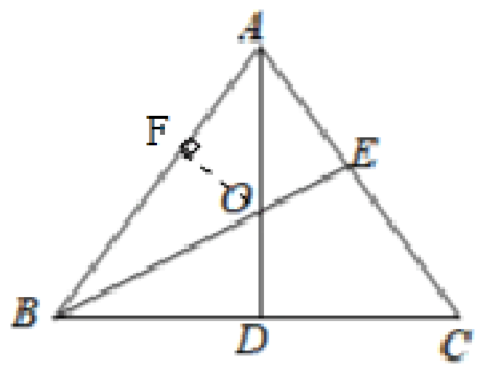
阴影面积为：$S=SS_{ABCD}-S'$

$=2\times2-(2\sqrt{2}-1)$

$=5-2\sqrt{2}$．

故选：D．

8．解：如图：



作 $OF\perp AB$ 于 F，

∵$AB=AC$，AD 平分∠BAC．

∴∠ODB＝90°．$BD=CD=6$．

∴根据勾股定理得：$AD=\sqrt{100-36}=8$．

∵BE 平分∠ABC．

∴$OF=OD$，$BF=BD=6$，$AF=10-6=4$．

设 $OD=OF=x$，则 $AO=8-x$，在 Rt△AOF 中，根据勾股定理得：

$(8-x)^2=x^2+4^2$．

∴$x=3$.

∴$OD=3$.

在 Rt△OBD 中，$\tan\angle OBD=\frac{OD}{BD}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

法二：在求出 $AF=4$ 后

∵$\tan\angle BAD=\frac{OF}{AF}=\frac{BD}{AD}$.

∴$\frac{OF}{4}=\frac{6}{8}$.

∴$OF=3$.

∴$OD=OF=3$.

∴$\tan\angle OBD=\frac{OD}{BD}=\frac{1}{2}$.

故选：A.

9．解：根据题意可知：

$\angle ABC=90°$，$\angle ACB=45°$，

∴$AB=BC$，

∵DN：$NC=i=1$：2.4，$CD=5.2$，

∴$DN=2$，$CN=4.8$，

设 $DG\perp AB$，垂足为 G，

∴在 Rt△ADG 中，$\angle ADG=37°$，

∵$AG=AB-GB=AB-DN=AB-2$，

又 $DG=BN=CN+BC=4.8+AB$，

∴$\tan\angle ADG=\frac{AG}{DG}$，

∴$\frac{3}{4}\times(4.8+AB)=AB-2$，

解得 $AB=22.4$，

∵AB 所在平台高度 EF 为 0.8 米，

∴$22.4-0.8=21.6$（米）.

答：碧津塔 AB 的高约为 21.6 米.

故选：B.

10．解：如图所示，连接 BD，过点 D 作 DE 垂直于 BC 的延长线于点 E