江西省萍乡市2023-2024学年高一上学期期末考试数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知集合$A=\{-1,a^2-2a+1,a-4\}$，若$4\in A$，则a的值可能为（　）

A．-1，3　　B．-1　　C．-1，3，8　　D．-1，8

2．下列说法正确的是（　）

A．若$f(x)$是奇函数，则$f(0)=0$

B．若$f(x)=2mx^{-m}$（m为常数）是幂函数，则不等式$f(x+1)<f(10-2x)$的解集为$(3,5)$

C．函数$y=\frac{2}{x}$在$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$上是减函数

D．$y=\sqrt{x^2}$与$y=x$为同一函数

3．下列命题为真命题的是（　）

A．若$a>b$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B．若$a>b$，则$\frac{b+1}{a+1}>\frac{b}{a}$

C．若$a-c<b-d$，$c<d$，则$a+c<b+d$　　D．若$a>b>0$，则$a+\frac{1}{a}>b+\frac{1}{b}$

4．太空中水资源有限，要通过回收水的方法制造可用水，回收水是将宇航员的尿液、汗液和太空中的水收集起来经过特殊净水器处理成饮用水循环使用．净化过程中，每过滤一次可减少水中杂质10%，要使水中杂质减少到原来的1%以下，至少需要过滤的次数为（参考数据：$\lg 3\approx 0.477$）（　）

A．42次　　B．43次　　C．44次　　D．45次

5．已知函数$f(x)$是定义域为$\mathbf{R}$的偶函数，且在$(-\infty,0)$上单调递减，若$a=f(3^{-0.5})$，

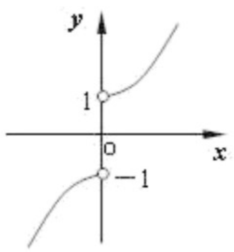
$b=f\left(\log_{\frac{1}{3}}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，$c=f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，则（　　）

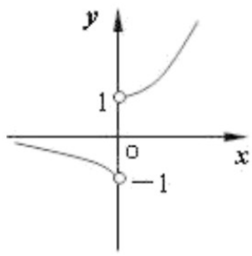
A．$b<a<c$　　B．$a<b<c$　　C．$a<c<b$　　D．$c<a<b$

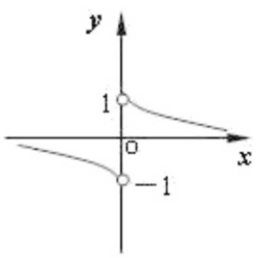
6．甲、乙两选手进行象棋比赛，已知每局比赛甲获胜的概率为0.6，乙获胜的概率为0.4，若采用三局二胜制，则乙最终获胜的概率为（　　）

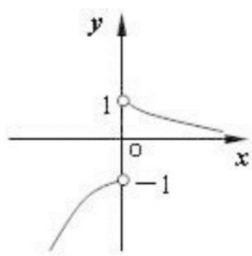
A．0.36　　B．0.352　　C．0.288　　D．0.648

7．若把函数$f(x)=\frac{(x+1)a^{x+1}}{|x+1|}+2(0<a<1)$的图象平移，可以使图象上的点$P(-2,0)$变换成点$Q(-1,-2)$，则函数$y=f(x)$的图象经此平移变换后所得的图象大致形状为（　　）

A．

B．

C．

D．

8．已知$x,y\in\mathbf{R}$，且满足$\begin{cases}(x-2)^{2023}+2023x=4045\\(y-2)^{2023}+2023y=4047\end{cases}$，则$x+y$的值为（　　）

A．0　　B．2　　C．4　　D．8

二、多选题

9．下列说法错误的是（　　）

A．命题“有一个奇数不能被3整除”的否定是“有一个奇数能被3整除”

B．“菱形是正方形”是全称命题

C．式子$a\sqrt{-\frac{1}{a}}$化简后为$-\sqrt{-a}$

D．“$a \geq 8$”是“$\forall x \in [1,3]$，有$x^2 - a \leq 0$为真命题”的充分不必要条件

10．已知定义在**R**上的函数$f(x)$满足$f(x+1)+f(1-x)=0$，且在区间$(-\infty,1)$上单调递减，则下列说法正确的是（　）

A．$f(1)=1$

B．$f(x)$图象的对称中心为$(1,0)$

C．$f(x)$在区间$(1,+\infty)$上单调递减

D．满足$xf(x) \leq 0$的x的取值范围是$(-\infty,1] \cup [2,+\infty)$

11．已知样本甲：$x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$与样本乙：$y_1, y_2, y_3, \cdots, y_n$满足关系

$y_i = \left(\frac{1}{3}\right)^{x_i} (i=1,2,\cdots,n)$，则下列结论错误的是（　）

A．样本乙的极差等于样本甲的极差

B．若某个x_i为样本甲的中位数，则y_i是样本乙的中位数

C．样本乙的众数小于样本甲的众数

D．若某个x_i为样本甲的平均数，则y_i是样本乙的平均数

12．已知函数$f(x)=a(3^x+3)+x^2-2bx$，若函数$y=f(x)$与函数$y=f(f(x))$的零点相同，则$a-2b$的取值可能是（　）

A．2　B．-2　C．0　D．4

三、填空题

13．某班拟从2名男学生和1名女学生中随机选派2名学生去参加一项活动，则恰有

一名女学生和一名男学生去参加活动的概率是___.

14．在一次篮球比赛中，某球队共进行了9场比赛，得分分别

26，37，23，45，32，36，40，42，51，则这组数据的60%分位数为___.

15．已知关于x的一元二次不等式$mx^2-2x+1<0$的解集为$\left(a,b\right)$，则$3a+b$的最小值为

.

16．记$\left[x\right]$表示不超过x的最大整数，例如$\left[1.3\right]=1$，$\left[-2.5\right]=-3$．已知函数

$f\left(x\right)=\begin{cases}3^x,x\le 0\\ \left[x\right],x>0\end{cases}$，若函数$g(x)=f(x)-\log_a\left|x\right|$恰有2个零点，则实数$a$的取值范围为_

.

四、解答题

17．已知$a\in\mathbf{R}$，集合$A=\left\{x\middle|a-1\le x\le 2a+1\right\}$，$B=\left\{x\middle|-3\le x\le 3\right\}$．

(1)若$a=2$，求$\left(\complement_{\mathbf{R}}A\right)\cap B$；

(2)若“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分不必要条件，求实数a的取值范围.

18．已知函数$f(x)=x+\dfrac{1}{x}-3$．

(1)判断函数$f\left(x\right)$在区间$\left(1,+\infty\right)$上的单调性，并用定义证明；

(2)用二分法求方程$f\left(x\right)=0$在区间$\left(1,+\infty\right)$上的一个近似解（精确度为0.1）.

19．已知函数$f(x)=\log_a x$（$a>0$，且$a\ne 1$），从下面两个条件中选择一个进行解答.

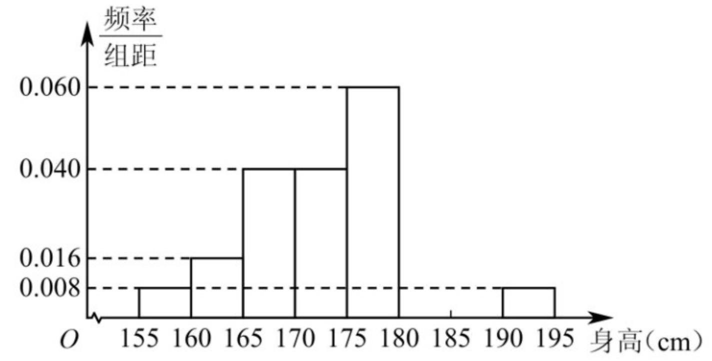
①$f\left(x\right)$的反函数经过点$\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$；②$\left[f(x)\right]^2-f(x)=0$的解集为$\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

(1)求实数a的值；

(2)若$g(x)=f\left(\dfrac{x}{2}\right)\cdot f\left(\dfrac{x}{4}\right)$，$x\in\left[2,8\right]$，求$g\left(x\right)$的最值及对应$x$的值.

20．从某学校800名男生中随机抽取50名测量身高，被测学生身高全部介于155cm和

195cm之间，将测量结果按如下方式分成八组：第一组$[155,160)$，第二组$[160,165)$，…，第八组$[190,195]$，下图是按上述分组方法得到的频率分布直方图的一部分，已知第六组的人数为4.



(1)求第七组的频率；

(2)估计该校800名男生身高的中位数；

(3)从样本身高属于第六组和第八组的男生中随机抽取两名，若他们的身高分别为x，y，记$|x-y|\le 5$为事件E，求$P(E)$.

21．已知$a\in \mathrm{R}$，函数$f(x)=2x^2-ax+a^2$，$g(x)=x^2-x+a^2-4$.

(1)若$a=4$，求不等式$f(\log_2 x)>22$的解集；

(2)求不等式$f(x)<2a^2$的解集；

(3)$\forall x\in[1,3]$，不等式$f(x)>g(x)$恒成立，求a的取值范围.

22．近几年，直播平台作为一种新型的学习渠道，正逐渐受到越来越多人们的关注和喜爱．某平台从2020年建立开始，得到了很多网民的关注，会员人数逐年增加．已知从2020到2023年，每年年末该平台的会员人数如下表所示（注：第4年数据为截止到2023年10月底的数据）．

建立平台第x年	1	2	3	4
会员人数y（千人）	28	36	52	82

(1)请根据表格中的数据，从下列三个模型中选择一个恰当的模型估算该平台建立$x\left(x\in \mathbf{N}^*\right)$年后会员人数$y$（千人），求出你所选择模型的解析式，并预测2023年年末

的会员人数；

①$y=\frac{b}{x}+c(b>0)$；②$y=d\log_r x+e$（$r>0$且$r\neq1$）；③$y=ta^x+s$（$a>0$且$a\neq1$）；

(2)为了更好的维护管理平台，该平台规定第x年的会员人数上限为$k\cdot4^x(k>0)$千人，请根据（1）中得到的函数模型，求k的最小值．

参考答案：

1．D

【分析】由集合与元素的关系分类讨论即可求解.

【详解】由题意若$a^2-2a+1=4$，解得$a=3$或$a=-1$，若$a-4=4$，解得$a=8$，

当$a=-1$时，$A=\{-1,4,-5\}$满足题意，

当$a=3$时，$A=\{-1,4,-1\}$违背了集合中元素间的互异性，

当$a=8$时，$A=\{-1,4,49\}$满足题意，

综上所述，a的值可能为-1，8.

故选：D.

2．B

【分析】利用奇函数的性质判断A；利用幂函数的定义确定m的值，从而利用单调性解不等式，可判断B；利用反比例函数的单调性判定C；利用函数的对应关系判断D.

【详解】对于A，若$f\left(x\right)$是奇函数，且定义域中包含0，才有$f\left(0\right)=0$，A错误；

对于B，若$f\left(x\right)=2mx^{-m}$（m为常数）是幂函数，则$2m=1$，得$m=\frac{1}{2}$，

所以$f\left(x\right)=x^{-\frac{1}{2}}$，其在$\left(0,+\infty\right)$上为减函数，

若$f\left(x+1\right)<f\left(10-2x\right)$，则$x+1>10-2x>0$，

解得$x\in\left(3,5\right)$，B正确；

对于C，函数$y=\frac{2}{x}$在$\left(-\infty,0\right)$和$\left(0,+\infty\right)$上是减函数，C错误；

对于D，函数$y=\sqrt{x^2}=\left|x\right|$，与$y=x$不是同一函数，D错误.

故选：B.

3．C

【分析】利用不等式的性质证明正确选项，举反例排除错误选项即可.

【详解】对于A，当$b=0$时，$\frac{1}{b}$无意义，故A错误，

对于B，当$a=-1$时，$\frac{b+1}{a+1}$无意义，故B错误，

对于C，若$a-c<b-d$且$c<d$，则$a<b+c-d$，$a+c<b+2c-d<b+d$，故C正确，

对于D，令$a=\frac{1}{2},b=\frac{1}{4}$，则$a+\frac{1}{a}=\frac{5}{2}$，$b+\frac{1}{b}=\frac{17}{4}$，显然$a+\frac{1}{a}<b+\frac{1}{b}$，故D错误，

故选：C

4．C

【分析】由条件列不等式，结合指数、对数的运算性质求解即可.

【详解】设经过n次过滤达到要求，原来水中杂质为1，

由题意$1\times(1-10\%)^n<1\times1\%$，即$0.9^n<\frac{1}{100}$，

所以$n\lg 0.9=\lg 0.9^n<\lg\frac{1}{100}=-2$，

所以$n>\frac{-2}{\lg 0.9}=\frac{-2}{\lg 9-\lg 10}=\frac{2}{1-2\lg 3}\approx\frac{2}{1-2\times0.477}\approx43.48$，

所以至少需要过滤的次数为44次.

故选：C.

5．A

【分析】先比较出$0<\log_{\frac{1}{3}}\frac{\sqrt{2}}{2}<3^{-0.5}<\frac{\sqrt{2}}{2}$，由已知可得函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上为增函数，从而可解.

【详解】因为函数$y=x^{\frac{1}{2}}$在$\left(0,+\infty\right)$上为增函数，

所以$3^{-0.5}=\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

由于$\left(\log_{\frac{1}{3}}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2}=\left(\log_{3}\sqrt{2}\right)^{2}=\frac{\left(\log_{3}2\right)^{2}}{4}<\frac{1}{4}<\frac{1}{3}=\left(3^{-0.5}\right)^{2}$，

又$3^{-0.5}>0$，$\log_{\frac{1}{3}}\frac{\sqrt{2}}{2}>0$，则$\log_{\frac{1}{3}}\frac{\sqrt{2}}{2}<3^{-0.5}$，

所以$0<\log_{\frac{1}{3}}\frac{\sqrt{2}}{2}<3^{-0.5}<\frac{\sqrt{2}}{2}$，

函数$f\left(x\right)$是定义域为$\mathbf{R}$的偶函数，且在$\left(-\infty,0\right)$上单调递减，

则在$\left(0,+\infty\right)$上为增函数，

所以$f\left(\log_{\frac{1}{3}}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)<f\left(3^{-0.5}\right)<f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，

即$b<a<c$.

故选：A

6．B

【分析】由题意可得乙最终获胜有两种情况：一是前两局乙获胜，二是前两局乙胜一局，第三局乙获胜，然后由独立事件和互斥事件的概率公式求解即可.

【详解】由题意可得乙最终获胜有两种情况：

一是前两局乙获胜，则获胜的概率为$0.4\times0.4=0.16$，

二是前两局乙胜一局，第三局乙获胜，则获胜的概率为$2\times0.4\times0.6\times0.4=0.192$，

而这两种情况是互斥的，所以乙最终获胜的概率为$0.16+0.192=0.352$.

故选：B.

7．D

【分析】首先由平移法则得函数表达式，结合指数函数图象与性质即可判断.

【详解】由题意可知图象上的点$P\left(-2,0\right)$变换成点$Q\left(-1,-2\right)$，

意味着函数$f(x)=\dfrac{(x+1)a^{x+1}}{|x+1|}+2(0<a<1)$的图象向右平移一个单位且向下平移2个单位，

此时对应的函数解析式为$g\left(x\right)=\dfrac{xa^x}{|x|}=\begin{cases}a^x,x>0\\-a^x,x<0\end{cases}$，

若$0<a<1$，则$x>0$时，$0<g\left(x\right)=a^x<1$且单调递减，$x<0$时，$g\left(x\right)=-a^x<-1$且单调递增，

对比选项可知D选项符合题意.

故选：D.

8．C

【分析】构造函数$f\left(t\right)=t^{2023}+2023t$，判断出$f\left(t\right)$的单调性、奇偶性，利用性质可得答案.

【详解】因为$\begin{cases}\left(x-2\right)^{2023}+2023x=4045\\\left(y-2\right)^{2023}+2023y=4047\end{cases}$，所以$\begin{cases}\left(x-2\right)^{2023}+2023\left(x-2\right)=-1\\\left(y-2\right)^{2023}+2023\left(y-2\right)=1\end{cases}$，

令$f\left(t\right)=t^{2023}+2023t$，因为$y=t^{2023},y=2023t$在$t\in\mathbf{R}$上都为单调递增函数，

所以$f\left(t\right)=t^{2023}+2023t$在$t\in\mathbf{R}$上都为单调递增函数，

又$t\in\mathbf{R}$时，$f\left(-t\right)=-t^{2023}-2023t=-f\left(t\right)$，所以$f\left(t\right)=t^{2023}+2023t$为奇函数，

所以$f\left(x-2\right)=-f\left(2-x\right)=-1$，所以$f\left(2-x\right)=1$，又$f\left(y-2\right)=1$，

所以$f\left(2-x\right)=f\left(y-2\right)$，可得$2-x=y-2$，即$x+y=4$.

故选：C.

【点睛】关键点点睛：解题的关键点是构造函数，利用函数的单调性、奇偶性解题.

9．AD

【分析】对于A，由命题否定的定义即可判断；对于B，由全称量词命题的定义即可判断；对于C，首先$a<0$，由此即可进一步化简验算；对于D，首先得“$\forall x\in[1,3]$，有$x^2-a\le 0$为真命题”的充要条件，由此即可求解.

【详解】对于A，命题“有一个奇数不能被3整除”的否定是“所有的奇数能被3整除”，故A符合题意；

对于B，“菱形是正方形”即“所有的菱形是正方形”是全称命题，故B不符合题意；

对于C，若式子$a\sqrt{-\frac{1}{a}}$有意义，则$-\frac{1}{a}\ge 0$，即$a<0$，

所以$a\sqrt{-\frac{1}{a}}=-(-a)\sqrt{-\frac{1}{a}}=-\sqrt{(-a)^2\times\left(-\frac{1}{a}\right)}=-\sqrt{-a}$，故C不符合题意；

对于D，$\forall x\in[1,3]$，有$x^2-a\le 0$，等价于$\forall x\in[1,3]$，有$a\ge x^2$，等价于$a\ge\left(x^2\right)_{\max}=9$，

所以“$a\ge 8$”是“$\forall x\in[1,3]$，有$x^2-a\le 0$为真命题”的必要不充分条件，故D符合题意.

故选：AD.

10．BC

【分析】选项A，只需将$x=0$代入等式$f(x+1)+f(1-x)=0$，求解即可；选项B，将等式$f(x+1)+f(1-x)=0$变形为$f(1+x)=-f(1-x)$，可得出其对称性；选项C，结合对称性和函数的单调性，可得出函数在区间$(1,+\infty)$上的单调性；选项D，先讨论函数$f(x)$在**R**上的符号，结合x的符号，解不等式$xf(x)\le 0$即可.

【详解】对于选项A，将$x=0$代入等式$f(x+1)+f(1-x)=0$，可得$f(1)=0$，选项A错误；