

2020-22 年三年年山东卷高考汇编

专题 19 力学计算题

【考纲定位】

高考命题点	考纲要求	高考真题
牛顿运动定律的应用	理解牛顿运动定律,能用牛顿运动定律解释生产生活中的有关现象、解决有关问题.	2022·山东高考 T16 2020·山东高考 T16
“碰撞模型”问题	了解弹性碰撞和非弹性碰撞的特点	2022·山东高考 T18 2020·山东高考 T18
动量定理和动量守恒定律的应用	通过理论推导和实验,理解动量定理和动量守恒定律	2021·山东高考 T16
动力学和能量观点分析多运动过程问题	熟悉“三大观点”在力学中的应用技巧	2021·山东高考 T18

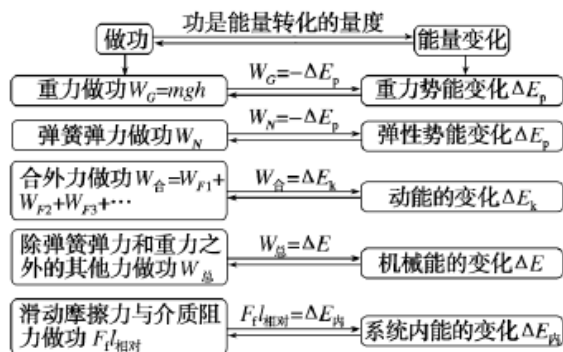
【知识重现】

一 功能关系的理解和应用

1. 两点理解:

- (1)某种形式的能量减少,一定存在其他形式的能量增加,且减少量和增加量一定相等.
- (2)某个物体的能量减少,一定存在其他物体的能量增加,且减少量和增加量一定相等.

2. 五种关系:



二 摩擦力做功与能量转化

1. 摩擦力做功的特点

- (1)一对静摩擦力所做功的代数和总等于零;
- (2)一对滑动摩擦力做功的代数和总是负值,差值为机械能转化为内能的部分,也就是系统机械能的损失量;
- (3)说明:两种摩擦力对物体都可以做正功,也可以做负功,还可以不做功.

2. 三步求解相对滑动物体的能量问题

- (1)正确分析物体的运动过程,做好受力分析.
- (2)利用运动学公式,结合牛顿第二定律分析物体的速度关系及位移关系,求出两个物体的相对位移.
- (3)代入公式 $Q = F_f \cdot x_{\text{相对}}$ 计算,若物体在传送带上做往复运动,则为相对路程 $s_{\text{相对}}$.

三 能量守恒定律的理解与应用

1. 能量守恒定律的两点理解

(1)某种形式的能量减少，一定存在其他形式的能量增加，且减少量和增加量一定相等.

(2)某个物体的能量减少，一定存在其他物体的能量增加，且减少量和增加量一定相等.

2. 能量转化问题的解题思路

(1)当涉及摩擦力做功，机械能不守恒时，一般应用能的转化和守恒定律.

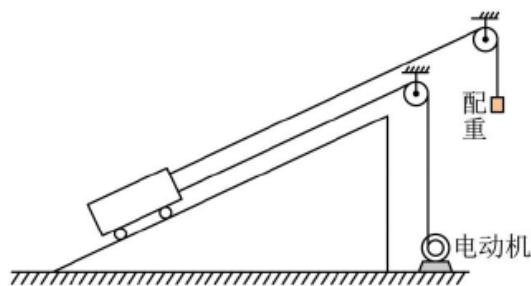
(2)解题时，首先确定初、末状态，然后分析状态变化过程中哪种形式的能量减少，哪种形式的能量增加，求出减少的能量总和 $\Delta E_{\text{减}}$ 与增加的能量总和 $\Delta E_{\text{增}}$ ，最后由 $\Delta E_{\text{减}} = \Delta E_{\text{增}}$ 列式求解.

【真题汇编】

1. (2022·山东·高考真题) 某粮库使用额定电压 $U = 380\text{V}$ ，内阻 $R = 0.25\ \Omega$ 的电动机运粮。如图所示，配重和电动机连接小车的缆绳均平行于斜坡，装满粮食的小车以速度 $v = 2\text{m/s}$ 沿斜坡匀速上行，此时电流 $I = 40\text{A}$ 。关闭电动机后，小车又沿斜坡上行路程 L 到达卸粮点时，速度恰好为零。卸粮后，给小车一个向下的初速度，小车沿斜坡刚好匀速下行。已知小车质量 $m_1 = 100\text{kg}$ ，车上粮食质量 $m_2 = 1200\text{kg}$ ，配重质量 $m_0 = 40\text{kg}$ ，取重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$ ，小车运动时受到的摩擦阻力与车及车上粮食总重力成正比，比例系数为 k ，配重始终未接触地面，不计电动机自身机械摩擦损耗及缆绳质量。求：

(1) 比例系数 k 值；

(2) 上行路程 L 值。



【答案】(1) $k = 0.1$ ；(2) $L = \frac{67}{185}\text{m}$

【解析】

(1) 设电动机的牵引绳张力为 T_1 ，电动机连接小车的缆绳匀速上行，由能量守恒定律有

$$UI = I^2R + T_1v$$

解得

$$T_1 = 7400\text{N}$$

小车和配重一起匀速，设绳的张力为 T_2 ，对配重有

$$T_2 = m_0g = 400\text{N}$$

设斜面倾角为 θ ，对小车匀速有

$$T_1 + T_2 = (m_1 + m_2)g \sin \theta + k(m_1 + m_2)g$$

而卸粮后给小车一个向下的初速度，小车沿斜坡刚好匀速下行，有

$$m_1 g \sin \theta = m_0 g + k m_1 g$$

联立各式解得

$$\sin \theta = 0.5, \quad k = 0.1$$

(2) 关闭发动机后小车和配重一起做匀减速直线运动，设加速度为 a ，对系统由牛顿第二定律有

$$(m_1 + m_2) g \sin \theta + k(m_1 + m_2) g - m_0 g = (m_1 + m_2 + m_0) a$$

可得

$$a = \frac{370}{67} \text{ m/s}^2$$

由运动学公式可知

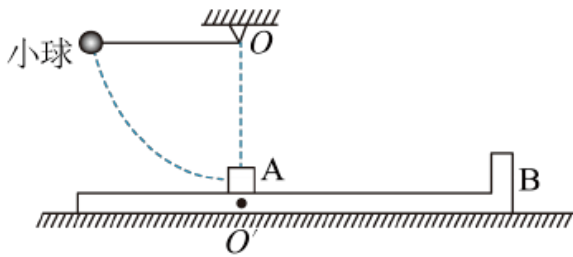
$$v^2 = 2aL$$

解得

$$L = \frac{67}{185} \text{ m}$$

2. (2022·山东·高考真题) 如图所示，“L”型平板 B 静置在地面上，小物块 A 处于平板 B 上的 O' 点， O' 点左侧粗糙，右侧光滑。用不可伸长的轻绳将质量为 M 的小球悬挂在 O' 点正上方的 O 点，轻绳处于水平拉直状态。将小球由静止释放，下摆至最低点与小物块 A 发生碰撞，碰后小球速度方向与碰前方向相同，开始做简谐运动（要求摆角小于 5° ），A 以速度 v_0 沿平板滑动直至与 B 右侧挡板发生弹性碰撞。一段时间后，A 返回到 O 点的正下方时，相对于地面的速度减为零，此时小球恰好第一次上升到最高点。已知 A 的质量 $m_A = 0.1 \text{ kg}$ ，B 的质量 $m_B = 0.3 \text{ kg}$ ，A 与 B 的动摩擦因数 $\mu_1 = 0.4$ ，B 与地面间的动摩擦因数 $\mu_2 = 0.225$ ， $v_0 = 4 \text{ m/s}$ ，取重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。整个过程中 A 始终在 B 上，所有碰撞时间忽略不计，不计空气阻力，求：

- (1) A 与 B 的挡板碰撞后，二者的速度大小 v_A 与 v_B ；
- (2) B 光滑部分的长度 d ；
- (3) 运动过程中 A 对 B 的摩擦力所做的功 W_f ；
- (4) 实现上述运动过程， $\frac{M}{m_A}$ 的取值范围（结果用 $\cos 5^\circ$ 表示）。



【答案】 (1) $v_A = 2 \text{ m/s}$ ， $v_B = 2 \text{ m/s}$ ；(2) $d = \frac{7}{6} \text{ m}$ ；(3) $-\frac{3}{65} \text{ J}$ ；(4) $\frac{4\sqrt{2}\pi}{45} < \frac{M}{m_A} < \frac{4\sqrt{2}\pi}{45(1-\sqrt{1-\cos 5^\circ})}$

【解析】

(1) 设水平向右为正方向，因为 O' 点右侧光滑，由题意可知 A 与 B 发生弹性碰撞，故碰撞过程根据动量守恒和能量守恒有

$$m_A v_0 = m_A v_A + m_B v_B$$
$$\frac{1}{2} m_A v_0^2 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

代入数据联立解得

$$v_A = -2\text{m/s} , (\text{方向水平向左})$$

$$v_B = 2\text{m/s} , (\text{方向水平向右})$$

即 A 和 B 速度的大小分别为 $v_A = 2\text{m/s}$, $v_B = 2\text{m/s}$ 。

(2) 因为 A 物体返回到 O 点正下方时，相对地面速度为 0，A 物体减速过程根据动能定理有

$$-\mu_1 m_A g x_0 = 0 - \frac{1}{2} m_A v_A^2$$

代入数据解得

$$x_0 = 0.5\text{m}$$

根据动量定理有

$$-\mu_1 m_A g t_2 = 0 - m_A v_A$$

代入数据解得

$$t_2 = 0.5\text{s}$$

此过程中 A 减速的位移等于 B 物体向右的位移，所以对于此过程 B 有

$$\mu_2 (m_A + m_B) g = m_B a_1$$

$$x_0 = v_B t_1 - \frac{1}{2} a_1 t_1^2$$

联立各式代入数据解得

$$t_1 = \frac{1}{3}\text{s} , t_1' = 1\text{s} (\text{舍去})$$

故根据几何关系有

$$d = v_A t_1 + x_0$$

代入数据解得

$$d = \frac{7}{6}\text{m}$$

(3) 在 A 刚开始减速时，B 物体的速度为

$$v_2 = v_B - a_1 t_1 = 1\text{m/s}$$

在 A 减速过程中，对 B 分析根据牛顿运动定律可知

$$\mu_1 m_A g + \mu_2 (m_A + m_B) g = m_B a_2$$

解得

$$a_2 = \frac{13}{3} \text{ m/s}^2$$

B 物体停下来的时间为 t_3 ，则有

$$0 = v_2 - a_2 t_3$$

解得

$$t_3 = \frac{3}{13} \text{ s} < t_2 = 0.5 \text{ s}$$

可知在 A 减速过程中 B 先停下来了，此过程中 B 的位移为

$$x_B = \frac{v_2^2}{2a_2} = \frac{3}{26} \text{ m}$$

所以 A 对 B 的摩擦力所做的功为

$$W_f = -\mu_1 m_A g x_B = -\frac{3}{65} \text{ J}$$

(4) 小球和 A 碰撞后 A 做匀速直线运动再和 B 相碰，此过程有

$$t_0 = \frac{d}{v_0} = \frac{7}{24} \text{ s}$$

由题意可知 A 返回到 O 点的正下方时，小球恰好第一次上升到最高点，设小球做简谐振动的周期为 T ，摆长为 L ，则有

$$T = 4(t_0 + t_1 + t_2) = \frac{9}{2} \text{ s}$$

由单摆周期公式 $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ 解得，小球到悬挂点 O 点的距离

$$L = \frac{81g}{16\pi^2} \text{ (m)}$$

小球下滑过程根据动能定理有

$$MgL = \frac{1}{2} Mv^2$$

当碰后小球摆角恰为 5° 时，有

$$MgL(1 - \cos 5^\circ) = \frac{1}{2} Mv_1^2$$

解得

$$v = \sqrt{2gL} = \frac{90\sqrt{2}}{4\pi} \text{ m/s}, \quad v_1 = \sqrt{2gL(1 - \cos 5^\circ)} = \frac{90\sqrt{2(1 - \cos 5^\circ)}}{4\pi} \text{ m/s}$$

小球与 A 碰撞过程根据动量守恒定律有

$$Mv = Mv_1 + m_A v_0$$

小球与 A 碰后小球速度方向与碰前方向相同，开始做简谐运动（要求摆角小于 5° ），则要求

$$0 < v_1' < v_1$$

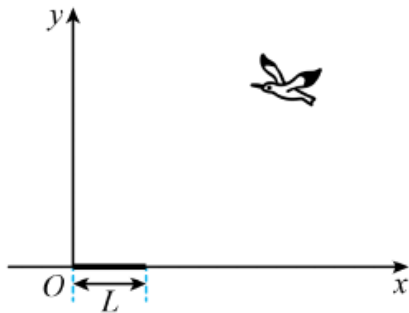
故要实现这个过程的范围为

$$\frac{4\sqrt{2}\pi}{45} < \frac{M}{m_A} < \frac{4\sqrt{2}\pi}{45(1-\sqrt{1-\cos 5^\circ})}$$

3. (2021·山东·高考真题) 海鸥捕到外壳坚硬的鸟蛤(贝类动物)后, 有时会飞到空中将它丢下, 利用地面的冲击打碎硬壳。一只海鸥叼着质量 $m=0.1\text{kg}$ 的鸟蛤, 在 $H=20\text{m}$ 的高度、以 $v_0=15\text{m/s}$ 的水平速度飞行时, 松开嘴巴让鸟蛤落到水平地面上。取重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$, 忽略空气阻力。

(1) 若鸟蛤与地面的碰撞时间 $\Delta t=0.005\text{s}$, 弹起速度可忽略, 求碰撞过程中鸟蛤受到的平均作用力大小 F ; (碰撞过程中不计重力)

(2) 在海鸥飞行方向正下方的地面上, 有一与地面平齐、长度 $L=6\text{m}$ 的岩石, 以岩石左端为坐标原点, 建立如图所示坐标系。若海鸥水平飞行的高度仍为 20m , 速度大小在 $15\text{m/s} \sim 17\text{m/s}$ 之间, 为保证鸟蛤一定能落到岩石上, 求释放鸟蛤位置的 x 坐标范围。



【答案】(1) 500N ; (2) $[34\text{m}, 36\text{m}]$

【解析】

(1) 设鸟蛤落地前瞬间的速度大小为 v , 竖直分速度大小为 v_y , 据自由落体运动规律可得

$$v_y = \sqrt{2gH} = 20\text{m/s}$$

$$t = \frac{v_y}{g} = 2\text{s}$$

则碰撞前鸟蛤的合速度为

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = 25\text{m/s}$$

在碰撞过程中, 以鸟蛤为研究对象, 取速度方向为正方向, 由动量定理得

$$-F\Delta t = 0 - mv$$

联立解得碰撞过程中鸟蛤受到的平均作用力大小为

$$F = 500\text{N}$$

(2) 若释放鸟蛤的初速度为 $v_1=15\text{m/s}$, 设击中岩石左端时, 释放点的 x 坐标为 x_1 , 击中右端时, 释放点

的 x 坐标为 x_2 ，得

$$x_1 = v_1 t, \quad x_2 = x_1 + L$$

联立，代入数据得

$$x_1 = 30\text{m}, \quad x_2 = 36\text{m}$$

若释放鸟蛤时的初速度为 $v_2 = 17\text{m/s}$ ，设击中岩石左端时，释放点的 x 坐标为 x_1' ，击中右端时，释放点的 x 坐标为 x_2' ，得

$$x_1' = v_2 t, \quad x_2' = x_1' + L$$

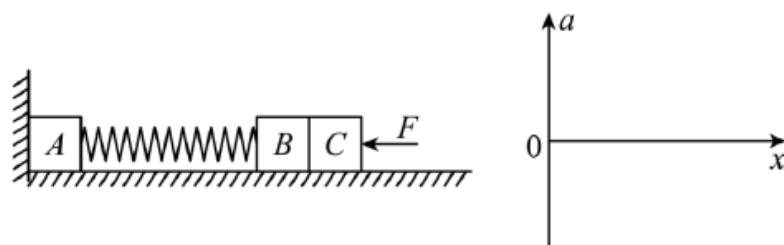
联立，代入数据得

$$x_1' = 34\text{m}, \quad x_2' = 40\text{m}$$

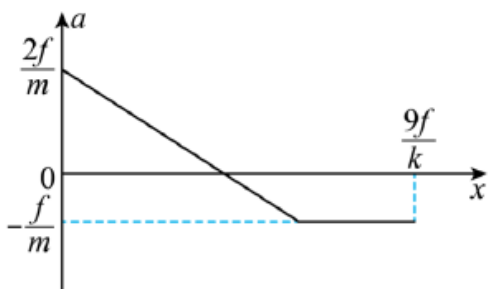
综上所述可得 x 坐标区间为 $[34\text{m}, 36\text{m}]$ 。

4. (2021·山东·高考真题) 如图所示，三个质量均为 m 的小物块 A、B、C，放置在水平地面上，A 紧靠竖直墙壁，一劲度系数为 k 的轻弹簧将 A、B 连接，C 紧靠 B，开始时弹簧处于原长，A、B、C 均静止。现给 C 施加一水平向左、大小为 F 的恒力，使 B、C 一起向左运动，当速度为零时，立即撤去恒力，一段时间后 A 离开墙壁，最终三物块都停止运动。已知 A、B、C 与地面间的滑动摩擦力大小均为 f ，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，弹簧始终在弹性限度内。(弹簧的弹性势能可表示为： $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ ， k 为弹簧的劲度系数， x 为弹簧的形变量)

- (1) 求 B、C 向左移动的最大距离 x_0 和 B、C 分离时 B 的动能 E_k ；
- (2) 为保证 A 能离开墙壁，求恒力的最小值 F_{\min} ；
- (3) 若三物块都停止时 B、C 间的距离为 x_{BC} ，从 B、C 分离到 B 停止运动的整个过程，B 克服弹簧弹力做的功为 W ，通过推导比较 W 与 fx_{BC} 的大小；
- (4) 若 $F = 5f$ ，请在所给坐标系中，画出 C 向右运动过程中加速度 a 随位移 x 变化的图像，并在坐标轴上标出开始运动和停止运动时的 a 、 x 值 (用 f 、 k 、 m 表示)，不要求推导过程。以撤去 F 时 C 的位置为坐标原点，水平向右为正方向。



【答案】(1) $x_0 = \frac{2F-4f}{k}$ 、 $E_k = \frac{F^2-6fF+8f^2}{k}$; (2) $F_{\min} = (3 + \frac{\sqrt{10}}{2})f$; (3) $W < fx_{BC}$; (4)



【解析】

(1) 从开始到 B、C 向左移动到最大距离的过程中，以 B、C 和弹簧为研究对象，由功能关系得

$$Fx_0 = 2fx_0 + \frac{1}{2}kx_0^2$$

弹簧恢复原长时 B、C 分离，从弹簧最短到 B、C 分离，以 B、C 和弹簧为研究对象，由能量守恒得

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = 2fx_0 + 2E_k$$

联立方程解得

$$x_0 = \frac{2F-4f}{k}$$

$$E_k = \frac{F^2-6fF+8f^2}{k}$$

(2) 当 A 刚要离开墙时，设弹簧得伸长量为 x ，以 A 为研究对象，由平衡条件得

$$kx = f$$

若 A 刚要离开墙壁时 B 得速度恰好等于零，这种情况下恒力为最小值 F_{\min} ，从弹簧恢复原长到 A 刚要离开墙得过程中，以 B 和弹簧为研究对象，由能量守恒得

$$E_k = \frac{1}{2}kx^2 + fx$$

结合第 (1) 问结果可知

$$F_{\min} = (3 \pm \frac{\sqrt{10}}{2})f$$

根据题意舍去 $F_{\min} = (3 - \frac{\sqrt{10}}{2})f$ ，所以恒力得最小值为

$$F_{\min} = (3 + \frac{\sqrt{10}}{2})f$$

(3) 从 B、C 分离到 B 停止运动，设 B 的路程为 x_B ，C 的位移为 x_C ，以 B 为研究对象，由动能定理得

$$-W - fx_B = 0 - E_k$$

以 C 为研究对象，由动能定理得

$$-fx_C = 0 - E_k$$

由 B、C 得运动关系得

$$x_B > x_C - x_{BC}$$

联立可知

$$W < fx_{BC}$$

(4) 小物块 B、C 向左运动过程中，由动能定理得

$$5fx_1 - 2fx_1 - \frac{1}{2}kx_1^2 = 0$$

解得撤去恒力瞬间弹簧弹力为

$$kx_1 = 6f$$

则坐标原点的加速度为

$$a_1 = \frac{kx_1 - 2f}{2m} = \frac{6f - 2f}{2m} = \frac{2f}{m}$$

之后 C 开始向右运动过程 (B、C 系统未脱离弹簧) 加速度为

$$a = \frac{kx - 2f}{2m}$$

可知加速度随位移 x 为线性关系，随着弹簧逐渐恢复原长， x 减小， a 减小，弹簧恢复原长时，B 和 C 分离，之后 C 只受地面的滑动摩擦力，加速度为

$$a_2 = -\frac{f}{m}$$

负号表示 C 的加速度方向水平向左；从撤去恒力之后到弹簧恢复原长，以 B、C 为研究对象，由动能定理得

$$\frac{1}{2}kx_1^2 - 2fx_1 = \frac{1}{2} \cdot 2mv^2$$

脱离弹簧瞬间后 C 速度为 v ，之后 C 受到滑动摩擦力减速至 0，由能量守恒得

$$fx_2 = \frac{1}{2}mv^2$$

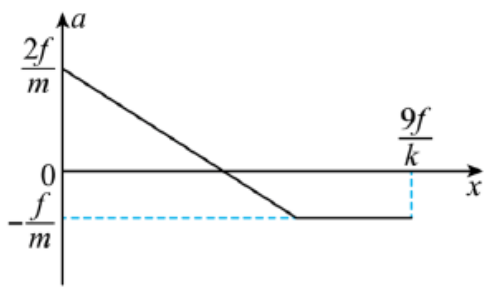
解得脱离弹簧后，C 运动的距离为

$$x_2 = \frac{1}{2}x_1$$

则 C 最后停止的位移为

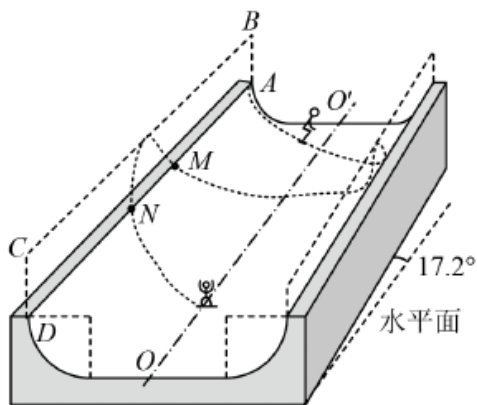
$$x_1 + x_2 = \frac{3}{2}x_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{6f}{k} = \frac{9f}{k}$$

所以 C 向右运动的图象为

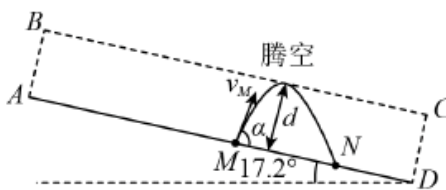


5. (2020·山东·高考真题) 单板滑雪 U 型池比赛是冬奥会比赛项目, 其场地可以简化为如图甲所示的模型: U 形滑道由两个半径相同的四分之一圆柱面轨道和一个中央的平面直轨道连接而成, 轨道倾角为 17.2° 。某次练习过程中, 运动员以 $v_M=10 \text{ m/s}$ 的速度从轨道边缘上的 M 点沿轨道的竖直切面 $ABCD$ 滑出轨道, 速度方向与轨道边缘线 AD 的夹角 $\alpha=72.8^\circ$, 腾空后沿轨道边缘的 N 点进入轨道。图乙为腾空过程左视图。该运动员可视为质点, 不计空气阻力, 取重力加速度的大小 $g=10 \text{ m/s}^2$, $\sin 72.8^\circ=0.96$, $\cos 72.8^\circ=0.30$ 。求:

- (1) 运动员腾空过程中离开 AD 的距离的最大值 d ;
 (2) M 、 N 之间的距离 L 。



图甲



图乙

【答案】 (1) 4.8 m; (2) 12 m

【解析】

(1) 在 M 点, 设运动员在 $ABCD$ 面内垂直 AD 方向的分速度为 v_1 , 由运动的合成与分解规律得

$$v_1 = v_M \sin 72.8^\circ \quad ①$$

设运动员在 $ABCD$ 面内垂直 AD 方向的分加速度为 a_1 , 由牛顿第二定律得

$$mg \cos 17.2^\circ = ma_1 \quad ②$$

由运动学公式得

$$d = \frac{v_1^2}{2a_1} \quad ③$$

联立①②③式, 代入数据得

$$d = 4.8 \text{ m} \quad ④$$

(2)在 M 点, 设运动员在 $ABCD$ 面内平行 AD 方向的分速度为 v_2 , 由运动的合成与分解得

$$v_2 = vM \cos 72.8^\circ \quad (5)$$

设运动员在 $ABCD$ 面内平行 AD 方向的分加速度为 a_2 , 由牛顿第二定律得

$$mg \sin 17.2^\circ = ma_2 \quad (6)$$

设腾空时间为 t , 由运动学公式得

$$t = \frac{2v_1}{a_1} \quad (7)$$

$$L = v_2 t + \frac{1}{2} a_2 t^2 \quad (8)$$

联立①②⑤⑥⑦⑧式, 代入数据得

$$L = 12 \text{ m} \quad (9)$$

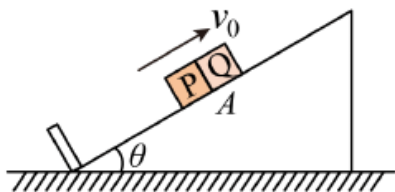
6. (2020·山东·高考真题) 如图所示, 一倾角为 θ 的固定斜面的底端安装一弹性挡板, P 、 Q 两物块的质量分别为 m 和 $4m$, Q 静止于斜面上 A 处。某时刻, P 以沿斜面向上的速度 v_0 与 Q 发生弹性碰撞。 Q 与斜面间的动摩擦因数等于 $\tan \theta$, 设最大静摩擦力等于滑动摩擦力。 P 与斜面间无摩擦, 与挡板之间的碰撞无动能损失。两物块均可以看作质点, 斜面足够长, Q 的速度减为零之前 P 不会与之发生碰撞。重力加速度大小为 g 。

(1)求 P 与 Q 第一次碰撞后瞬间各自的速度大小 v_{P1} 、 v_{Q1} ;

(2)求第 n 次碰撞使物块 Q 上升的高度 h_n ;

(3)求物块 Q 从 A 点上升的总高度 H ;

(4)为保证在 Q 的速度减为零之前 P 不会与之发生碰撞, 求 A 点与挡板之间的最小距离 s 。



【答案】(1) P 的速度大小为 $\frac{3}{5}v_0$, Q 的速度大小为 $\frac{2}{5}v_0$; (2) $h_n = (\frac{7}{25})^{n-1} \cdot \frac{v_0^2}{25g}$ ($n=1, 2, 3, \dots$); (3) $H = \frac{v_0^2}{18g}$;

(4) $s = \frac{(8\sqrt{7}-13)v_0^2}{200g \sin \theta}$

【解析】

(1) P 与 Q 的第一次碰撞, 取 P 的初速度方向为正方向, 由动量守恒定律得

$$mv_0 = mv_{P1} + 4mv_{Q1} \quad (1)$$

由机械能守恒定律得

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_{P1}^2 + \frac{1}{2} \cdot 4mv_{Q1}^2 \quad (2)$$

联立①②式得

$$v_{P1} = -\frac{3}{5}v_0 \quad \text{③}$$

$$v_{Q1} = \frac{2}{5}v_0 \quad \text{④}$$

故第一次碰撞后 P 的速度大小为 $\frac{3}{5}v_0$ ， Q 的速度大小为 $\frac{2}{5}v_0$

(2) 设第一次碰撞后 Q 上升的高度为 h_1 ，对 Q 由运动学公式得

$$0 - v_{Q1}^2 = 2 \cdot (-2g \sin \theta) \cdot \frac{h_1}{\sin \theta} \quad \text{⑤}$$

联立①②⑤式得

$$h_1 = \frac{v_0^2}{25g} \quad \text{⑥}$$

设 P 运动至与 Q 刚要发生第二次碰撞前的位置时速度为 v_{02} ，第一次碰后至第二次碰前，对 P 由动能定理得

$$\frac{1}{2}mv_{02}^2 - \frac{1}{2}mv_{P1}^2 = -mgh_1 \quad \text{⑦}$$

联立①②⑤⑦式得

$$v_{02} = \frac{\sqrt{7}}{5}v_0 \quad \text{⑧}$$

P 与 Q 的第二次碰撞，设碰后 P 与 Q 的速度分别为 v_{P2} 、 v_{Q2} ，由动量守恒定律得

$$mv_{02} = mv_{P2} + 4mv_{Q2} \quad \text{⑨}$$

由机械能守恒定律得

$$\frac{1}{2}mv_{02}^2 = \frac{1}{2}mv_{P2}^2 + \frac{1}{2} \cdot 4mv_{Q2}^2 \quad \text{⑩}$$

联立①②⑤⑦⑨⑩式得

$$v_{P2} = -\frac{3}{5} \times \frac{\sqrt{7}}{5}v_0 \quad \text{⑪}$$

$$v_{Q2} = \frac{2}{5} \times \frac{\sqrt{7}}{5}v_0 \quad \text{⑫}$$

设第二次碰撞后 Q 上升的高度为 h_2 ，对 Q 由运动学公式得

$$0 - v_{Q2}^2 = 2 \cdot (-2g \sin \theta) \cdot \frac{h_2}{\sin \theta} \quad \text{⑬}$$

联立①②⑤⑦⑨⑩⑬式得

$$h_2 = \frac{7}{25} \cdot \frac{v_0^2}{25g} \quad \text{⑭}$$

设 P 运动至与 Q 刚要发生第三次碰撞前的位置时速度为 v_{03} ，第二次碰后至第三次碰前，对 P 由动能定理得

$$\frac{1}{2}mv_{03}^2 - \frac{1}{2}mv_{P2}^2 = -mgh_2 \quad \text{⑮}$$

联立①②⑤⑦⑨⑩⑬⑮式得

$$v_{03} = \left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right)^2 v_0 \quad (16)$$

P 与 Q 的第三次碰撞，设碰后 P 与 Q 的速度分别为 v_{P3} 、 v_{Q3} ，由动量守恒定律得

$$mv_{03} = mv_{P3} + 4mv_{Q3} \quad (17)$$

由机械能守恒定律得

$$\frac{1}{2}mv_{03}^2 = \frac{1}{2}mv_{P3}^2 + \frac{1}{2} \cdot 4mv_{Q3}^2 \quad (18)$$

联立①②⑤⑦⑨⑩⑬⑮⑰⑱式得

$$v_{P3} = -\frac{3}{5} \times \left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right)^2 v_0 \quad (19)$$

$$v_{Q3} = \frac{2}{5} \times \left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right)^2 v_0 \quad (20)$$

设第三次碰撞后 Q 上升的高度为 h_3 ，对 Q 由运动学公式⑩得

$$0 - v_{Q3}^2 = 2 \cdot (-2g \sin \theta) \cdot \frac{h_3}{\sin \theta} \quad (21)$$

联立①②⑤⑦⑨⑩⑬⑮⑰⑱⑳式得

$$h_3 = \left(\frac{7}{25}\right)^2 \cdot \frac{v_0^2}{25g} \quad (22)$$

总结可知，第 n 次碰撞后，物块 Q 上升的高度为

$$h_n = \left(\frac{7}{25}\right)^{n-1} \cdot \frac{v_0^2}{25g} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (23)$$

(3) 当 P 、 Q 达到 H 时，两物块到此处的速度可视为零，对两物块运动全过程由动能定理得

$$0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -(m+4m)gH - \tan \theta \cdot 4mg \cos \theta \cdot \frac{H}{\sin \theta} \quad (24)$$

解得

$$H = \frac{v_0^2}{18g} \quad (25)$$

(4) 设 Q 第一次碰撞至速度减为零需要的时间为 t_1 ，由运动学公式得

$$v_{Q1} = 2gt_1 \sin \theta \quad (26)$$

设 P 运动到斜面底端时的速度为 v_{P1}' ，需要的时间为 t_2 ，由运动学公式得

$$v_{P1}' = v_{P1} + gt_2 \sin \theta \quad (27)$$

$$v_{P1}'^2 - v_{P1}^2 = 2sg \sin \theta \quad (28)$$

设 P 从 A 点到 Q 第一次碰后速度减为零处匀减速运动的时间为 t_3

$$v_{02} = (-v_{P1}) - gt_3 \sin \theta \quad (29)$$

当 A 点与挡板之间的距离最小时

$$t_1 = 2t_2 + t_3 \quad (30)$$

联立②⑥⑦⑲⑳⑳式，代入数据得

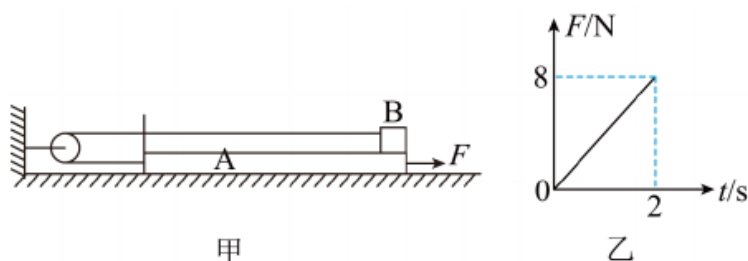
$$s = \frac{(8\sqrt{7}-13)v_0^2}{200g \sin \theta}$$

③

【突破练习】

1. (2022·山东·威海市教育教学研究中心二模) 如图甲所示, 质量 $M = 1.5\text{kg}$ 的木板 A 放在粗糙的水平地面上, 在木板 A 左端固定一带孔的轻挡板, 右端放置质量 $m = 0.5\text{kg}$ 的小木块 B , 用一根不可伸长的轻绳通过光滑的定滑轮穿过挡板上的小孔后, 分别与 A 、 B 相连。开始时 A 、 B 静止, 现用水平向右的拉力 F 作用在 A 上, 已知拉力 F 随时间 t 的变化规律如图乙所示, 2s 末轻绳与 A 、 B 脱离, 此时撤去拉力 F , B 恰好与挡板发生碰撞, 最终 B 停在 A 上且距离挡板 0.06m 。已知 A 、 B 间的动摩擦因数 $\mu_1 = 0.2$, A 与地面间的动摩擦因数 $\mu_2 = 0.1$, B 与挡板碰撞时间极短, 重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$, 最大静摩擦力等于滑动摩擦力。求:

- (1) A 、 B 刚要发生相对滑动时, 拉力 F 的大小;
- (2) 撤去拉力 F 时, A 的速度大小;
- (3) B 与挡板碰撞的过程中, A 、 B 及挡板组成的系统损失的机械能。



【答案】(1) $F = 4\text{N}$; (2) $v = 1\text{m/s}$; (3) $\Delta E = 0.72\text{J}$

【解析】

(1) 刚好相对滑动时, 对 B

$$T = \mu_1 mg$$

对 A

$$F = \mu_1 mg + \mu_2 (M + m)g + T$$

解得

$$F = 4\text{N}$$

(2) AB 相对滑动后至碰撞前, 对 B

$$I_T - \mu_1 mgt_1 = mv$$

对 A

$$I_F - \mu_1 mgt_1 - \mu_2 (M + m)gt_1 - I_T = Mv$$

$$I_F = Ft$$

解得

$$v = 1\text{m/s}$$

(3) AB 碰撞后至相对静止, 对 B

$$\mu_1 mg = ma_1$$

解得

$$a_1 = 2\text{m/s}^2$$

对 A

$$\mu_2 (M + m)g - \mu_1 mg = Ma_2$$

解得

$$a_2 = \frac{2}{3}\text{m/s}^2$$

根据速度关系

$$v_1 - a_1 t_2 = v_2 - a_2 t_2$$

根据动量守恒定律得

$$(M - m)v = mv_1 + Mv_2$$

$$x_1 = v_1 t_2 - \frac{1}{2} a_1 t_2^2$$

$$x_2 = v_2 t_2 - \frac{1}{2} a_2 t_2^2$$

$$\Delta x = x_1 - x_2$$

根据能量守恒定律

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}Mv_2^2$$

联立解得

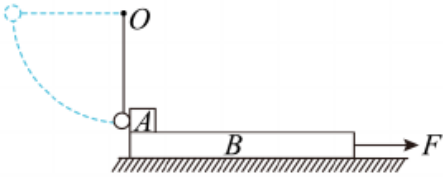
$$\Delta E = 0.72\text{J}$$

2. (2022·山东·三模) 如图所示, 质量 $m_B = 6\text{kg}$ 、长 $L = 4\text{m}$ 的木板 B 静止于光滑水平面上, 质量 $m_A = 3\text{kg}$ 的物块 A 停在 B 的左端。质量 $m = 2\text{kg}$ 的小球用长 $l = 1.25\text{m}$ 的轻绳悬挂在固定点 O 上。将轻绳拉直至水平位置后由静止释放小球, 小球在最低点与 A 发生弹性碰撞, 碰撞时间极短可忽略。A 与 B 之间的动摩擦因数 $\mu = 0.1$, 取重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$, 不计空气阻力。

(1) 求轻绳对小球的最大拉力;

(2) 求木板 B 的最大速度;

(3) 若在小球和 A 碰撞的同时, 立即给 B 施加一个水平向右的拉力 $F = 15\text{N}$, 求 A 相对 B 向右滑行的最大距离。



【答案】(1) 60N; (2) $\frac{2}{3}$ m/s; (3) 2m

【解析】

(1) 小球下摆到最低点与 A 碰撞前瞬间速度最大，所需向心力最大，轻绳的拉力最大。设此时小球速度大小为 v_0 ，由机械能守恒定律得

$$mgl = \frac{1}{2}mv_0^2$$

解得

$$v_0 = 5\text{m/s}$$

根据牛顿第二定律有

$$T_{\max} - mg = m\frac{v_0^2}{l}$$

解得轻绳对小球的最大拉力为

$$T_{\max} = 60\text{N}$$

(2) 小球与 A 碰撞过程中，小球与 A 组成的系统动量守恒，机械能守恒，以水平向右为正方向，设碰后小球与 A 的速度分别为 v 和 v_1 ，则

$$\begin{aligned} mv_0 &= mv + m_A v_1 \\ \frac{1}{2}mv_0^2 &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m_A v_1^2 \end{aligned}$$

解得

$$v_1 = 4\text{m/s}$$

假设 A 能从 B 上滑离，分离时速度分别为 v_A 、 v_B ，则有

$$\begin{aligned} m_A v_1 &= m_A v_A + m_B v_B \\ \frac{1}{2}m_A v_1^2 - \left(\frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 \right) &= \mu m_A g L \end{aligned}$$

解得

$$\begin{aligned} v_A &= \frac{8}{3}\text{m/s} \\ v_B &= \frac{2}{3}\text{m/s} \end{aligned}$$

另一组解不合实际故舍去。所以假设成立，木板 B 的最大速度为 $\frac{2}{3}$ m/s

(3) A 滑上木板后先向右做匀减速运动，加速度大小为

$$a_A = \mu g = 1\text{m/s}^2$$

设 B 此时向右做匀加速运动的加速度大小为 a_B ，根据牛顿第二定律有

$$F + \mu m_A g = m_B a_B$$

解得

$$a_B = 3\text{m/s}^2$$

当两者速度相同时，A 相对 B 向右滑行的距离最大，根据运动学公式有

$$v_1 - a_A t = a_B t$$

解得

$$t = 1\text{s}$$

t 时间内 A、B 的位移大小分别为

$$x_A = v_1 t - \frac{1}{2} a_A t^2 = 3.5\text{m}$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 = 1.5\text{m}$$

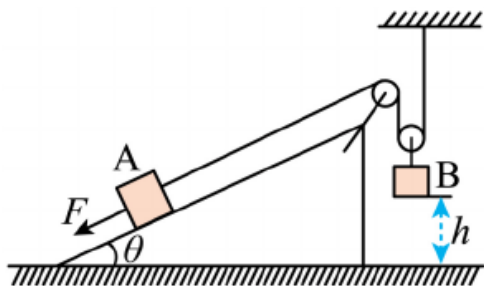
A 相对 B 滑行的最大距离为

$$\Delta x = x_A - x_B = 2\text{m}$$

3. (2022·山东临沂·三模) 如图所示，固定在水平地面上的斜面体上有一木块 A (到定滑轮的距离足够远)，通过轻质细线和滑轮与铁块 B 连接，细线的另一端固定在天花板上，在木块 A 上施加一沿斜面向下的作用力 $F = 1.5\text{N}$ ，使整个装置处于静止状态。已知连接光滑定滑轮两边的细线均竖直，木块 A 和光滑定滑轮间的细线和斜面平行，木块 A 与斜面间的动摩擦因数 $\mu = 0.25$ ，斜面的倾角 $\theta = 37^\circ$ ，铁块 B 下端到地面的高度 $h = 0.75\text{m}$ ，木块 A 的质量 $m = 0.5\text{kg}$ ，铁块 B 的质量 $M = 1\text{kg}$ ，不计空气阻力，不计滑轮受到的重力，设最大静摩擦力等于滑动摩擦力，取重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$ ， $\sin 37^\circ = 0.6$ ， $\cos 37^\circ = 0.8$ 。

(1) 求木块 A 受到的摩擦力；

(2) 撤去力 F ，设铁块 B 落地后不反弹，求木块 A 能沿斜面上滑的最大距离。



【答案】(1) 0.5N ，方向沿斜面向下；(2) 1.75m

【解析】

(1) 假设绳子拉力为 T_0 ，对木块 A，根据受力平衡可得

$$F + f + mg \sin \theta = T_0$$

对铁块 B 和动滑轮，根据受力平衡可得

$$2T_0 = Mg$$

联立解得

$$f = 0.5\text{N}$$

木块 A 受到的摩擦力大小为 0.5N，方向沿斜面向下；

(2) 撤去力 F ，设木块 A 向上加速的加速度为 a_A ，铁块 B 向下加速的加速度为 a_B ，根据牛顿第二定律可得

$$T - mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = ma_A$$

$$Mg - 2T = Ma_B$$

又

$$a_A = 2a_B$$

联立解得

$$a_A = \frac{4}{3}\text{m/s}^2$$

当铁块 B 落地时，木块 A 向上通过的位移为

$$x_1 = 2h = 1.5\text{m}$$

设此时木块 A 的速度为 v_1 ，则有

$$2ax_1 = v_1^2$$

解得

$$v_1 = \sqrt{2ax_1} = \sqrt{2 \times \frac{4}{3} \times 1.5\text{m}} / \text{s} = 2\text{m/s}$$

铁块 B 落地后，木块 A 继续向上做匀减速运动的加速度大小为 a_2 ，则有

$$mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta = ma_2$$

解得

$$a_2 = 8\text{m/s}^2$$

木块 A 继续向上运动的位移为

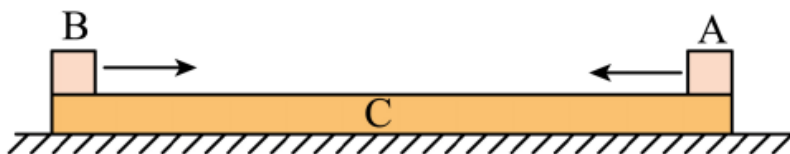
$$x_2 = \frac{v_1^2}{2a_2} = \frac{2^2}{2 \times 8}\text{m} = 0.25\text{m}$$

木块 A 能沿斜面上滑的最大距离为

$$x = x_1 + x_2 = 1.75\text{m}$$

4. (2022·山东淄博·二模) 如图所示, 两小滑块 A 和 B 的质量分别为 $m_A = 1\text{kg}$ 和 $m_B = 5\text{kg}$, 放在静止于光滑水平地面上的长为 $L=1\text{m}$ 的木板 C 两端, 两者与木板间的动摩擦因数均为 $\mu = 0.5$, 木板的质量为 $m=4\text{kg}$ 。某时刻 A、B 两滑块开始相向滑动, 初速度大小均为 $v_0 = 3\text{m/s}$ 。在滑块 B 与木板 C 共速之前, 滑块 A、滑块 B 能够相遇, 重力加速度取 $g = 10\text{m/s}^2$ 。

- (1) 滑块 A、B 相遇时木板 C 的速度多大?
- (2) 若滑块 A、B 碰撞后不再分开, 请通过计算说明滑块 A、B 能否从木板 C 上滑下。
- (3) 整个过程中, 由于滑块 A、B 和木板 C 之间的摩擦产生的总热量是多少?



【答案】(1) $v_c = 1\text{m/s}$; (2) 不能从板 C 上滑下; (3) $Q = 13.13\text{J}$

【解析】

(1) 在 A、B 碰前, 对 A 分析

$$\mu m_A g = m_A a_A \quad \text{①}$$

对 B 分析

$$\mu m_B g = m_B a_B \quad \text{②}$$

对 C 分析

$$\mu m_B g - \mu m_A g = m a_C \quad \text{③}$$

对 A、B、C 由运动学公式有

$$x_A = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} a_A t_1^2 \quad \text{④}$$

$$x_B = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} a_B t_1^2 \quad \text{⑤}$$

$$x_C = \frac{1}{2} a_C t_1^2 \quad \text{⑥}$$

又

$$x_B - x_C + x_A + x_C = L \quad \text{⑦}$$

A、B 相遇时有

$$v_c = a_c \cdot t_1 \quad \text{⑧}$$

由①~⑧得

$$v_c = 1\text{m/s}$$

(2) A、B 相遇时 A 与 C 的相对位移大小

$$\Delta x_1 = x_A + x_C = 0.6\text{m}$$

A、B 碰前速度为

$$v_A = v_0 - a_A t_1 \quad \textcircled{9}$$

$$v_B = v_0 - a_B t_1 \quad \textcircled{10}$$

A、B 碰撞过程中有

$$m_B v_B - m_A v_A = (m_A + m_B) v_{AB} \quad \textcircled{11}$$

碰后 AB 一起向前减速，板 C 则向前加速，若三者能够共速，且发生的相对位移为 Δx_2

对 ABC 系统由有

$$m_B v_B - m_A v_A + m v_C = (m_A + m_B + m) v_{共} \quad \textcircled{12}$$

$$\mu(m_A + m_B)g\Delta x_2 = \frac{1}{2}(m_A + m_B)v_{AB}^2 + \frac{1}{2}m v_C^2 - \frac{1}{2}(m_A + m_B + m)v_{共}^2 \quad \textcircled{13}$$

由⑨~⑬得

$$\Delta x_2 = \frac{1}{225}\text{m}$$

因 $\Delta x_2 < \Delta x_1$ ，故 AB 不能从板 C 上滑下；

(3) A、B 相遇时 B 与 C 的相对位移

$$\Delta x_3 = x_B - x_C = 0.4\text{m}$$

A、B 与 C 因摩擦产生的热量为

$$Q = \mu m_A g \Delta x_1 + \mu m_B g \Delta x_3 + \mu(m_A + m_B)g \Delta x_2$$

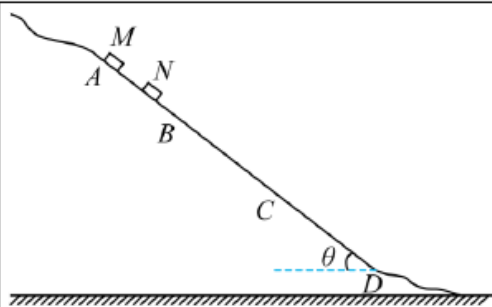
解得

$$Q = 13.13\text{J}$$

5. (2022·山东·高三专题练习) 如图所示，在一倾角为 $\theta=37^\circ$ 的山坡 AD 上发生了泥石流，有可视为质点的两水泥板 M、N 以同一速度 $v_0=10\text{m/s}$ 沿山坡 AB 段匀速下滑，此过程中两水泥板相距 $l_1=20\text{m}$ 。M 从经过 B 点开始到速度再次变为 v_0 的过程中运动了 $s=36\text{m}$ ，用时 $t=6\text{s}$ ，M 的速度再次变为 v_0 时，M、N 间的距离为 $l_2=28\text{m}$ 。两水泥板在 BC 段和 CD 段滑行时受到的阻力分别为其重力的 k_1 倍和 k_2 倍，且 $k_1 > k_2$ 。重力加速度 g 取 10m/s^2 ， $\sin 37^\circ=0.6$ ， $\cos 37^\circ=0.8$ ，求：

(1) k_1 和 k_2 的值；

(2) 整个下滑过程中，水泥板 M、N 之间的最小距离 x 。



【答案】(1) 0.8; 0.2; (2) $\frac{20}{3}$ m

【解析】

(1) M、N 运动情况相同，设经过同一位置时，M 比 N 运动时间滞后 Δt ，有

$$\Delta t = \frac{l_1}{v_0}$$

解得

$$\Delta t = 2\text{s}$$

由题意知，两水泥板在 BC 段做匀减速直线运动，在 CD 段做匀加速直线运动。设两水泥板在 BC 段加速度为 a_1 ，在 CD 段加速度为 a_2 。当 M 速度再次为 v_0 时（M 处于 CD 段），N 在其下方 l_2 处，水泥板到 C 点时速度为 v ，有

$$l_2 = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a_2 \Delta t^2$$

解得

$$a_2 = 4\text{m/s}^2$$

M 从速度 v_0 减小为 v 再到增大为 v_0 过程中，设 M 在 BC 段运动的时间为 t_1 ，在 CD 段运动的时间为 t_2 ，有

$$s = \frac{v + v_0}{2} t$$

解得

$$v = 2\text{m/s}$$

又

$$t_2 = \frac{v_0 - v}{a_2}$$

解得

$$t_2 = 2\text{s}$$

即

$$t_1 = t - t_2$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/617134133142006036>