



学习目标	特别关注
<p>1. 理解集合之间包含与相等的含义.</p> <p>2. 能识别给定集合的子集、真子集, 并能判断给定集合间的关系.</p> <p>3. 在具体情境中, 了解空集的含义.</p>	<p>1. 集合间关系的判断. (难点)</p> <p>2. 本节内容常与函数、不等式相结合.</p> <p>3. 符号“\in和\subseteq”、“a和$\{a\}$”、“$\{0\}$和\emptyset”的区别. (易混点)</p>



用适当的符号(\in , \notin)填空:

(1) 1 ___ $\{x|x^2-3x+2=0\}$;

(2) 0 ___ \mathbb{N} ;

(3) a ___ $\{a, b, c, d\}$;

(4) 2 ___ $\{x|x^2-2=0\}$;

(5) $\sqrt{3}$ ___ $\{x|x \leq \sqrt{2}\}$;

(6) $\{1\}$ ___ $\{\{1\}, 2, 3\}$

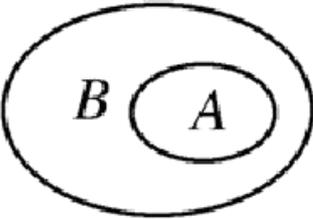
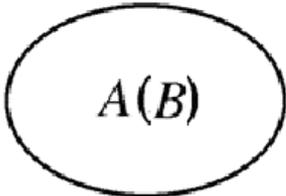
答案: (1) \in (2) \in (3) \in (4) \notin (5) \notin (6) \in .



走进教材

1. 子集、真子集、集合相等的概念

概念	定义	符号表示	图形表示
子集	如果集合 A 中 <u>任意一个</u> 元素都是集合 B 中的元素，就说这两个集合有 <u>包含</u> 关系，称集合 A 为集合 B 的子集.	$A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)	

真子集	如果集合 $A \subseteq B$ ，但存在元素 $x \in B$ ，且 $x \notin A$ ，则称集合 A 是集合 B 的真子集.	$A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$)	
集合相等	如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ ，那么就说明集合 A 与集合 B 相等.	$A = B$	

2.空集

(1)定义：不含任何元素的集合，叫做空集.

(2)用符号表示为： \emptyset .

(3)规定：空集是任何集合的子集.

3. 子集的有关性质

(1)任何一个集合是它本身的子集，即 $A \subseteq A$.

(2)对于集合 A, B, C ，如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$ ，那么 $A \subseteq C$.



1. 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, $B = \{x | 0 < x < 1\}$, 则()

A. $A > B$

B. $A \subsetneq B$

C. $B \subsetneq A$

D. $A \subseteq B$

答案: C

2. 下列四个集合中, 是空集的是()

A. $\{x|x+3=3\}$

B. $\{(x, y)|y^2=-x^2, x, y\in\mathbf{R}\}$

C. $\{x|x^2\leq 0\}$

D. $\{x|x^2-x+1=0, x\in\mathbf{R}\}$

解析： 选项A所代表的集合是 $\{0\}$ 并非空集；选项B中的属性 $x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ ，且 $y = 0$ ，选项B所代表的集合是 $\{(0,0)\}$ 并非空集；选项C中属性 $x^2 \leq 0$ ，而 $x^2 \geq 0$ ，即得 $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ ，选项C所代表的集合是 $\{0\}$ 并非空集，选项D中的方程 $x^2 - x + 1 = 0$ 的 $\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$ ，即无实数根。

答案： D

3. 下列各式正确的是_____.

- (1) $\{a\} \subseteq \{a\}$; (2) $\{1,2,3\} = \{3,1,2\}$; (3) $\emptyset \subsetneq \{0\}$;
(4) $0 \subseteq \{0\}$; (5) $\{1\} \subsetneq \{x|x \leq 5\}$; (6) $\{1,3\} \subsetneq \{3,4\}$.

解析：

题号	正误	原因
(1)	√	任何一个集合都是它本身的子集.
(2)	√	两集合中的元素是一样的, 符合集合相等的定义.
(3)	√	空集是任何非空集合的真子集.

(4)	×	元素0是集合{0}中的一个元素，故应为 $0 \in \{0\}$.
(5)	√	$\because 1 < 5, \therefore 1 \in \{x x \leq 5\}. \therefore \{1\} \subseteq \{x x < 5\}$. 又 $\because \{1\} \neq \{x x \leq 5\}, \therefore \{1\} \not\subseteq \{x x < 5\}$.
(6)	×	$\because 1 \in \{1,3\}$, 但 $1 \notin \{3,4\}$, $\therefore \{1,3\} \not\subseteq \{3,4\}$. “ \neq ”是“真包含于”的意思.

答案： (1)(2)(3)(5)

4. 已知集合 $A = \{(x, y) | x + y = 2, x, y \in \mathbf{N}\}$, 试写出 A 的所有子集.

解析: $\because A = \{(x, y) | x + y = 2, x, y \in \mathbf{N}\}$,

$\therefore A = \{(0, 2), (1, 1), (2, 0)\}$.

$\therefore A$ 的子集有: \emptyset , $\{(0, 2)\}$, $\{(1, 1)\}$, $\{(2, 0)\}$, $\{(0, 2), (1, 1)\}$, $\{(0, 2), (2, 0)\}$, $\{(1, 1), (2, 0)\}$, $\{(0, 2), (1, 1), (2, 0)\}$.



典例导航

题型

一

集合间关系的判断

例1

已知集合 $M = \{x | x = 1 + a^2, a \in \mathbb{N}_+\}$, $P = \{x | x = a^2 - 4a + 5, a \in \mathbb{N}_+\}$, 试判断 M 与 P 的关系.

思路点拨

先把两集合中元素变成统一的表达式，然后再判断.

[解题过程] 方法一：(1)对于任意 $x \in M$ ，
则 $x = 1 + a^2 = (a + 2)^2 - 4(a + 2) + 5$ ，

$\because a \in \mathbf{N}_+$ ， $\therefore a + 2 \in \mathbf{N}_+$ ，

$\therefore x \in P$ ，由子集定义知 $M \subseteq P$ 。

(2) $\because 1 \in P$ ，此时 $a^2 - 4a + 5 = 1$ ，

即 $a = 2 \in \mathbf{N}_+$ ，而 $1 \notin M$ ，

因 $1 + a^2 = 1$ 在 $a \in \mathbf{N}_+$ 时无解。

综合(1)、(2)知， $M \subsetneq P$ 。

方法二：取 $a = 1, 2, 3, 4, \dots$ ，

可得 $M = \{2, 5, 10, 17, \dots\}$ ， $P = \{2, 1, 5, 10, 17, \dots\}$ 。

$\therefore M \subsetneq P$ 。

[题后感悟] 要判断两个集合之间的关系，主要看两个集合元素之间的关系，本例中集合 M 中的任一元素 $x=1+a^2$ 都可以写成集合 P 中的元素所具有的形式 $(a+2)^2-4(a+2)+5$ ，从而证明 $M\subseteq P$ ，但要说明集合 M 是 P 的真子集，还必须在 P 中找到一个不在 M 中的元素.

↓ 变式训练

1. 已知集合 $M = \{x | x = 1 + a^2, a \in \mathbb{R}\}$, $P = \{x | x = a^2 - 4a + 5, a \in \mathbb{R}\}$, 试判断 M 与 P 的关系.

解析: $\because a \in \mathbb{R}, \therefore x = 1 + a^2 \geq 1,$

$$x = a^2 - 4a + 5 = (a - 2)^2 + 1 \geq 1.$$

$$\therefore M = \{x | x \geq 1\}, P = \{x | x \geq 1\}.$$

$$\therefore M = P.$$

题型二  子集、真子集的概念及应用

例2 

写出满足 $\{a, b\} \subsetneq A \subseteq \{a, b, c, d\}$ 的所有集合 A .

思路点拨

解答本题可根据子集、真子集的概念求解.

[解题过程] 由题设可知，一方面 A 是集合 $\{a, b, c, d\}$ 的子集，另一方面 A 又真包含集合 $\{a, b\}$ ，故集合 A 中至少含有两个元素 a, b ，且含有 c, d 两个元素中的一个或两个.

故满足条件的集合有 $\{a, b, c\}$ ， $\{a, b, d\}$ ， $\{a, b, c, d\}$.

[题后感悟] (1)正确区分子集与真子集概念是解题的关键.

(2)写一个集合的子集时,按子集中元素个数多少,以一定顺序来写避免发生重复和遗漏现象.

(3)集合中含有 n 个元素,则此集合有 2^n 个子集,记住这个结论可以提高解答速度,其中要注意 \emptyset 和集合本身易漏掉.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/556233242141010034>