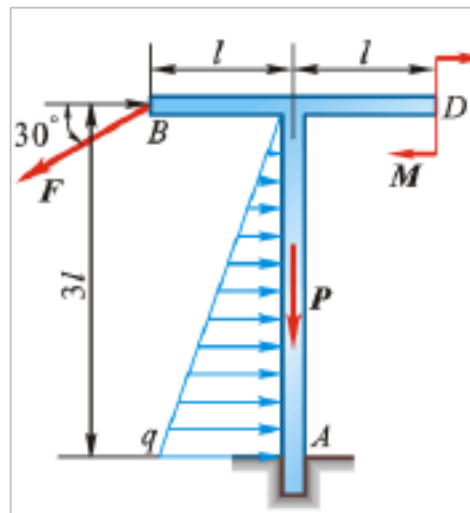


## 理论力学 期末考试试题

1-1、自重为  $P=100\text{kN}$  的 T 字形钢架 ABD,置于铅垂面内,载荷如图所示。其中转矩  $M=20\text{kN}\cdot\text{m}$ ,拉力  $F=400\text{kN}$ ,分布力  $q=20\text{kN}/\text{m}$ ,长度  $l=1\text{m}$ 。试求固定端 A 的约束力。



解：取 T 型刚架为受力对象，画受力图。

其中  $F_1 = \frac{1}{2}q \times 3l = 30\text{kN}$

$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} + F_1 - F \sin 60^\circ = 0$

$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} - P - F \cos 60^\circ = 0$

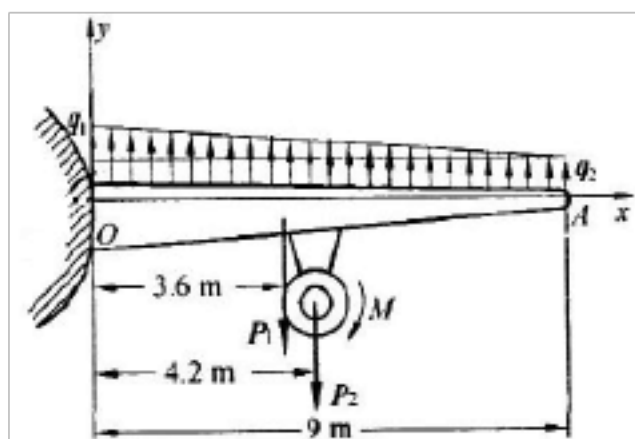
$\sum M_A = 0$

$M_A - M - F_1 \cdot l + F \cos 60^\circ \cdot l + F \sin 60^\circ \cdot 3l = 0$

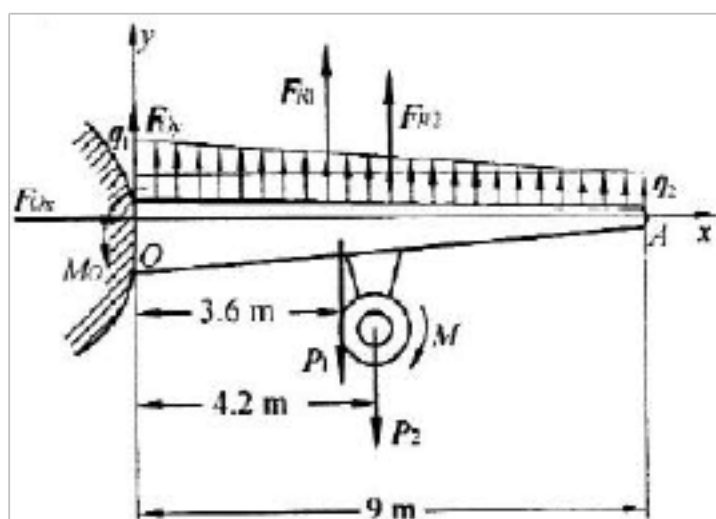
$F_{Ax} = 316.4\text{kN} \quad F_{Ay} = 300\text{kN}$

$M_A = -1188\text{kN}\cdot\text{m}$

1-2 如图所示,飞机机翼上安装一台发动机,作用在机翼 OA 上的气动力按梯形分布:  $q_1=60\text{kN}/\text{m}$ ,  $q_2=40\text{kN}/\text{m}$ ,机翼重  $p_1=45\text{kN}$ ,发动机重  $p_2=20\text{kN}$ ,发动机螺旋桨的反作用力偶矩  $M=18\text{kN}\cdot\text{m}$ 。求机翼处于平衡状态时,机翼根部固定端 O 所受的力。



解：



解 研究机翼,把梯形载荷分解为一三角形载荷与一矩形载荷,其合力分别为

$$F_{R1} = \frac{1}{2}(q_1 - q_2) \cdot 9 = 90 \text{ kN}, \quad F_{R2} = 9 \cdot q_2 = 360 \text{ kN}$$

分别作用在距离 O 点 3 m 与 4.5 m 处,如图所示,由

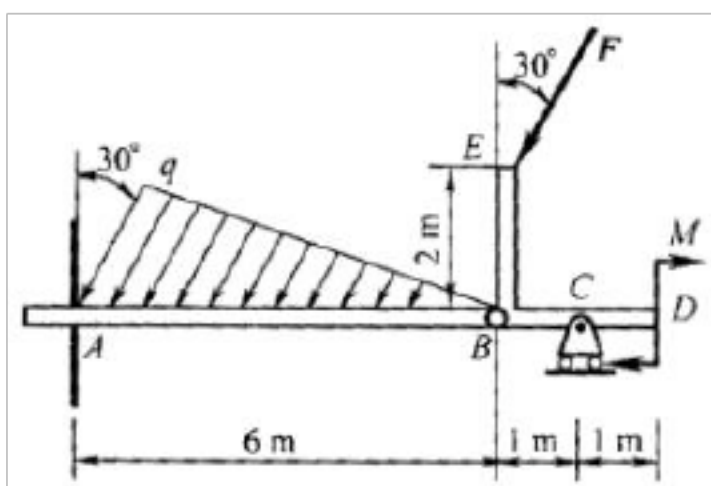
$$\sum X = 0, \quad F_{Ox} = 0$$

$$\sum Y = 0, \quad F_{Oy} - P_1 - P_2 + F_{R1} + F_{R2} = 0$$

$$\sum M_O(F) = 0, \quad M_O - 3.6P_1 - 4.2P_2 - M + 3F_{R1} + 4.5F_{R2} = 0$$

$$\text{解得 } \underline{F_{Ox} = 0}, \quad \underline{F_{Oy} = -385 \text{ kN}}, \quad \underline{M_O = -1626 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

1-3 图示构件由直角弯杆 EBD 以及直杆 AB 组成,不计各杆自重,已知  $q=10\text{kN/m}$ ,  $F=50\text{kN}$ ,  $M=6\text{kN}\cdot\text{m}$ , 各尺寸如图。求固定端 A 处及支座 C 的约束力。



解 先研究构架 EBD 如图(b), 由

$$\Sigma X = 0, \quad F_{Bx} - F \sin 30^\circ = 0$$

$$\Sigma Y = 0, \quad F_{By} + F_{NC} - F \cos 30^\circ = 0$$

$$\Sigma M_B(F) = 0, \quad F_{NC} \cdot 1 - M + 2F \sin 30^\circ = 0$$

解得  $F_{Bx} = 25 \text{ kN}, F_{By} = 87.3 \text{ kN}, F_{NC} = -44 \text{ kN}$

再研究 AB 梁如图(a), 由

$$\Sigma X = 0, \quad -\frac{1}{2}q \cdot 6 \sin 30^\circ + F_{Ax} - F_{Bx} = 0$$

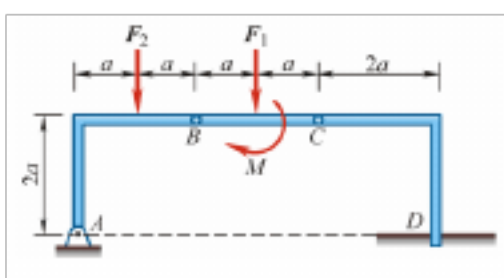
$$\Sigma Y = 0, \quad F_{Ay} - \frac{1}{2}q \cdot 6 \cos 30^\circ - F_{By} = 0$$

$$\Sigma M_A(F) = 0, \quad M_A - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot q \cos 30^\circ - 6F_{By} = 0$$

解得  $F_{Ax} = 40 \text{ kN}, F_{Ay} = 113.3 \text{ kN}, M_A = 575.8 \text{ kN} \cdot \text{m}$

此题也可先研究 EBD, 求得  $F_{NC}$  之后, 再研究整体, 求 A 处反力, 这样可减少平衡方程数, 但计算量并未明显减少。

1-4 已知: 如图所示结构,  $a, M=Fa, F_1=F_2=F$ , 求: A, D 处约束力.



解:

以BC为研究对象，受力如图所示。

$$\sum M_B = 0 \quad F_Q \cdot 2a - F_1 a - M = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{By} + F_{Cy} - F_1 = 0$$

→  $F_{Cy} = F \quad F_{By} = 0$

以AB为研究对象，受力如图所示。

$$\sum M_A = 0 \quad F_{Bx}' \cdot 2a - F_{By}' \cdot 2a - F_2 a = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} - F_{Bx}' = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} - F_{By}' - F_2 = 0$$

→  $F_{Bx}' = F_{Ax} = \frac{1}{2} F \quad F_{Ay} = F$

再分析BC。

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Cx} + F_{Bx} = 0$$

→  $F_{Cx} = -\frac{1}{2} F$

以AB为研究对象，受力如图所示。

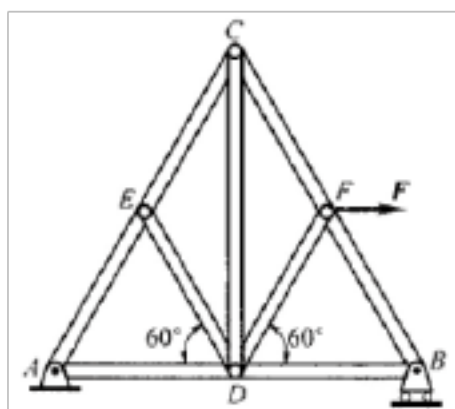
$$\sum F_x = 0 \quad F_{Dx} - F_{Cx}' = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Dy} - F_{Cy}' = 0$$

$$\sum M_D = 0 \quad M_D + F_Q' \cdot 2a + F_{Cx}' \cdot 2a = 0$$

→  $F_{Dx} = -\frac{1}{2} F \quad F_{Dy} = F \quad M_D = -Fa$

1-5、平面桁架受力如图所示。ABC 为等边三角形，且 AD=DB。求杆 CD 的内力。



解 整体受力如图(a), 由  $\sum M_A(F) = 0$ ,

$$F_{NB} \cdot AB - F \cdot \frac{1}{2}AB \cdot \sin 60^\circ = 0$$

解得  $F_{NB} = \frac{\sqrt{3}}{4}F$

将桁架截开, 研究右边部分, 如图(b)所示, 由

$$\sum M_D(F) = 0, \quad F_{FC} \cdot DB \cdot \sin 60^\circ + F_{NB} \cdot DB - F \cdot DF \cdot \sin 60^\circ = 0$$

解得  $F_{FC} = \frac{1}{2}F$

再研究节点 C, 如图(c), 由

$$\sum X = 0, \quad (F_{CF} - F_{CE})\sin 30^\circ = 0$$

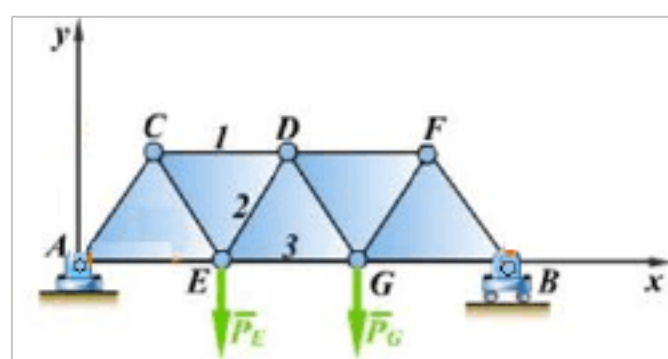
$$\sum Y = 0, \quad -(F_{CF} + F_{CE})\cos 30^\circ - F_{CD} = 0$$

解得  $F_{CD} = -\frac{\sqrt{3}}{2}F = -0.866F$  (压)

本题最简单的解法是, 首先断定 DE 杆为零杆, 再截取  $\triangle BDF$  来研究, 只由一个方程  $\sum M_B(F) = 0$ , 即可解出  $F_{CD}$ , 读者不妨一试。

题 3.57 图

1-6、如图所示的平面桁架, A 端采用铰链约束, B 端采用滚动支座约束, 各杆件长度为 1m。在节点 E 和 G 上分别作用载荷  $F_E = 10\text{kN}$ ,  $F_G = 7\text{kN}$ 。试计算杆 1、2 和 3 的内力。



解：

取整体, 求支座约束力。

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} = 0$$

$$\sum M_B = 0 \quad 2P_E + P_G - 3F_{Ay} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} + F_{By} - P_E - P_G = 0$$

→  $F_{Ay} = 9\text{kN} \quad F_{By} = 8\text{kN}$

用截面法,取桁架左边部分.

$$\sum M_E = 0 \quad -F_1 \cdot 1 \cdot \cos 30^\circ - F_{Ay} \cdot 1 = 0$$

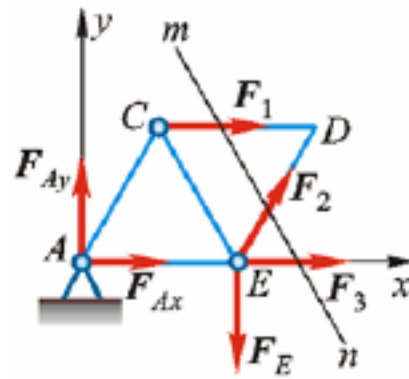
$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} + F_2 \cdot \sin 60^\circ - P_B = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_1 + F_3 + F_2 \cos 60^\circ = 0$$

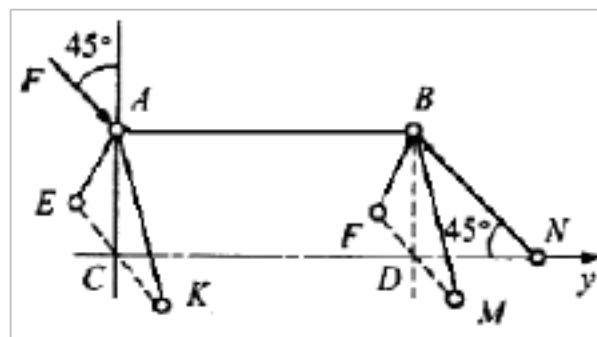
$$F_1 = 10.4 \text{kN (压)}$$

$$F_2 = 1.15 \text{kN (拉)}$$

$$F_3 = 9.81 \text{kN (拉)}$$



2-1 图示空间力系由 6 根桁架构成。在节点 A 上作用力 F，此力在矩形 ABDC 平面内，且与铅直线成  $45^\circ$  角。 $\triangle EAK = \triangle FBM$ 。等腰三角形 EAK，FBM 和 NDB 在顶点 A，B 和 D 处均为直角，又  $EC = CK = FD = DM$ 。若  $F = 10 \text{kN}$ ，求各杆的内力。



解 节点 A、B 受力分别如图所示。对节点 A，由

$$\Sigma X = 0, \quad F_1 \sin 45^\circ - F_2 \sin 45^\circ = 0$$

$$\Sigma Y = 0, \quad F_3 + F \sin 45^\circ = 0$$

$$\Sigma Z = 0, \quad -F_1 \cos 45^\circ - F_2 \cos 45^\circ - F \cos 45^\circ = 0$$

解得  $F_1 = F_2 = -5 \text{ kN}(\text{压}), \quad F_3 = -7.07 \text{ kN}(\text{压})$

再对节点 B，由

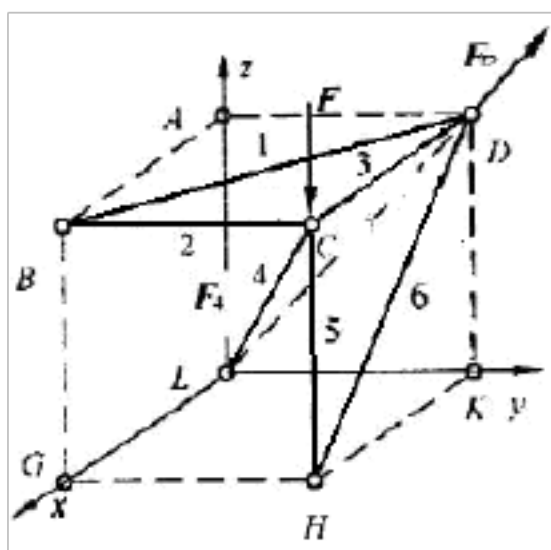
$$\Sigma X = 0, \quad F_4 \sin 45^\circ - F_5 \sin 45^\circ = 0$$

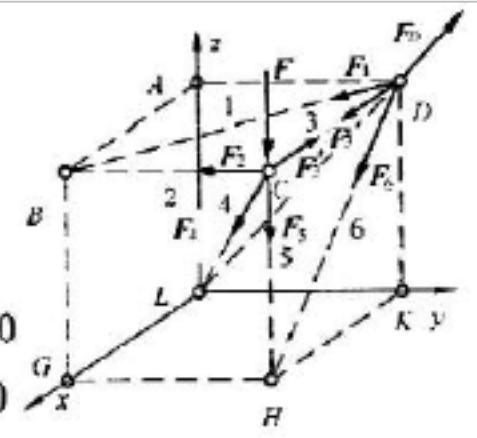
$$\Sigma Y = 0, \quad F_6 \sin 45^\circ - F_3 = 0$$

$$\Sigma Z = 0, \quad -F_4 \cos 45^\circ - F_5 \cos 45^\circ - F_6 \cos 45^\circ = 0$$

解得  $F_4 = 5 \text{ kN}(\text{拉}), F_5 = 5 \text{ kN}(\text{拉}), F_6 = -10 \text{ kN}(\text{压})$

2-2 杆系由铰链连接，位于正方形的边和对角线上，如图所示。在节点 D 沿对角线 LD 方向作用力  $F_D$ 。在节点 C 沿 CH 边铅直向下作用力 F。如铰链 B，L 和 H 是固定的，杆重不计，求各杆的内力。





求 各杆的内力。

解 先研究节点 D ,由

$$\Sigma Y = 0, -F_1 \cos 45^\circ + F_D \cos 45^\circ = 0$$

$$\Sigma Z = 0, -F_6 \cos 45^\circ + F_D \sin 45^\circ = 0$$

$$\Sigma X = 0, F_1 \sin 45^\circ + F_3 + F_6 \sin 45^\circ = 0$$

题 4.30 图

解得  $F_1 = F_D$ (拉),  $F_6 = F_D$ (拉),  $F_3 = -\sqrt{2}F_D$ (压)

然后研究节点 C ,由

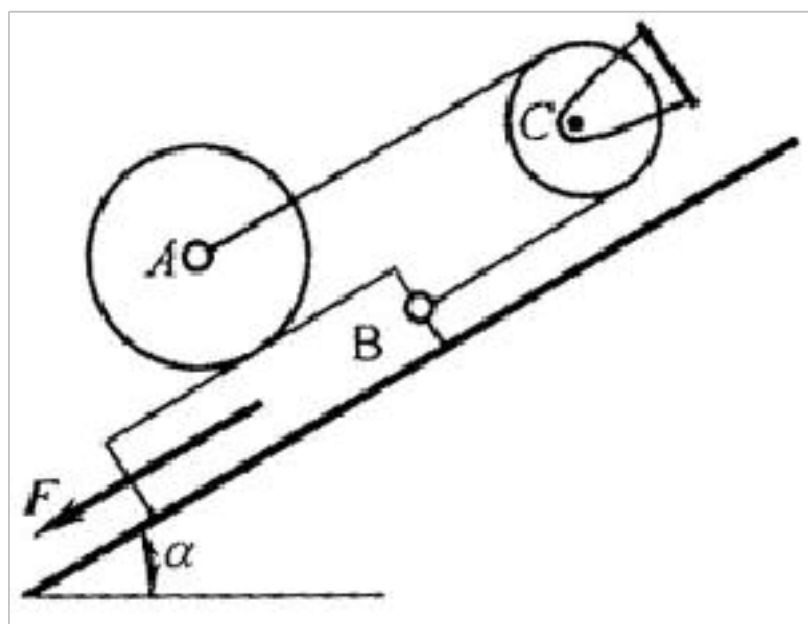
$$\Sigma X = 0, -F_3 - F_4 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cos 45^\circ = 0$$

$$\Sigma Y = 0, -F_2 - F_4 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sin 45^\circ = 0$$

$$\Sigma Z = 0, -F_5 - F - F_4 \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

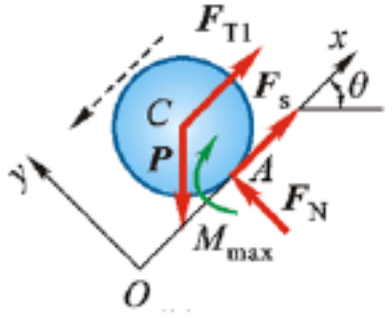
得  $F_4 = \sqrt{6}F_D, F_2 = -\sqrt{2}F_D, F_5 = -(F + \sqrt{2}F_D)$

2-3 重为  $P_1 = 980 \text{ N}$  , 半径为  $r = 100 \text{ mm}$  的滚子 A 与重为  $P_2 = 490 \text{ N}$  的板 B 由通过定滑轮 C 的柔绳相连。已知板与斜面的静滑动摩擦因数  $f_s = 0.1$ 。滚子 A 与板 B 间的滚阻系数为  $\delta = 0.5 \text{ mm}$  , 斜面倾角  $\alpha = 30^\circ$  , 柔绳与斜面平行 , 柔绳与滑轮自重不计 , 铰链 C 为光滑的。求拉动板 B 且平行于斜面的力 F 的大小。

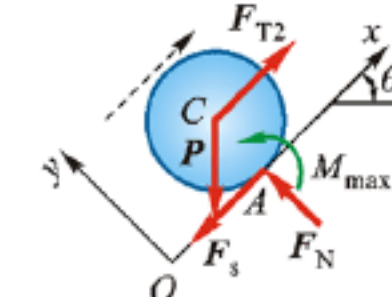




(1) 设圆柱O有向下滚动趋势, 取圆柱O

$$\begin{aligned} \Sigma M_A = 0 \\ P \sin \theta \cdot R - F_{T1} \cdot R - M_{\max} = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \quad F_N - P \cos \theta = 0 \\ \text{又} \quad M_{\max} = \delta F_N \\ F_{T1} = P(\sin \theta - \frac{\delta}{R} \cos \theta) \end{aligned}$$


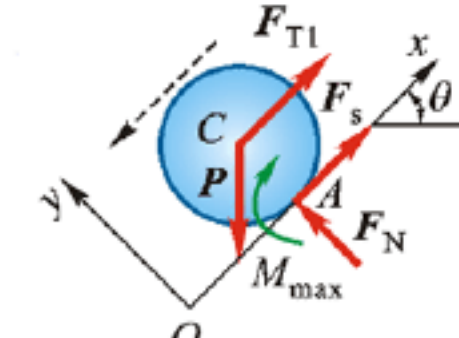
设圆柱O有向上滚动趋势, 取圆柱O

$$\begin{aligned} \Sigma M_A = 0 \\ P \sin \theta \cdot R - F_{T2} \cdot R + M_{\max} = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \quad F_N - P \cos \theta = 0 \\ \text{又} \quad M_{\max} = \delta F_N \end{aligned}$$


$$F'_{T \max} = P(\sin \theta + \frac{\delta}{R} \cos \theta) \quad F_s \leq f_s F_{N1} = f_s P \cos \theta$$

系统平衡时  $P(R \sin \theta - \delta \cos \theta) \leq M_B \leq P(R \sin \theta + \delta \cos \theta)$

(2) 设圆柱O有向下滚动趋势.

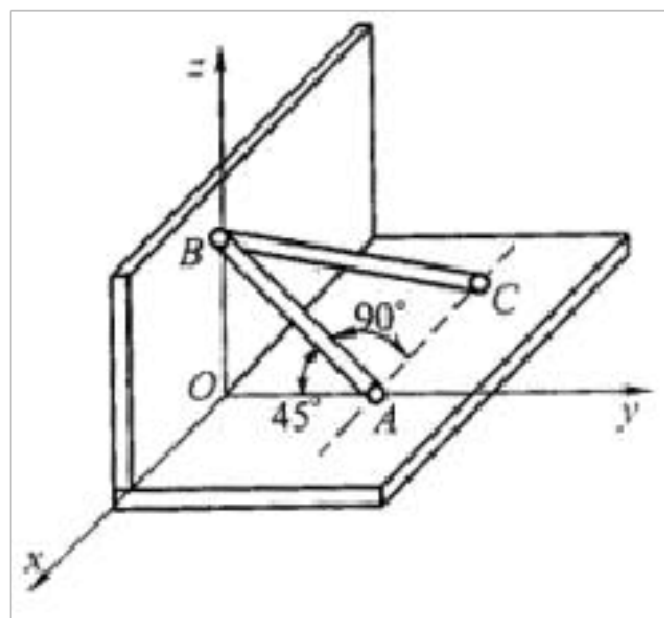
$$\begin{aligned} \Sigma M_C = 0 \quad F_s \cdot R - M_{\max} = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \quad F_N - P \cos \theta = 0 \\ \text{又} \quad M_{\max} = \delta F_N \\ F_s = \frac{\delta}{R} P \cos \theta \end{aligned}$$


只滚不滑时, 应有  $F_s \leq f_s F_N = f_s P \cos \theta$  则  $f_s \geq \frac{\delta}{R}$

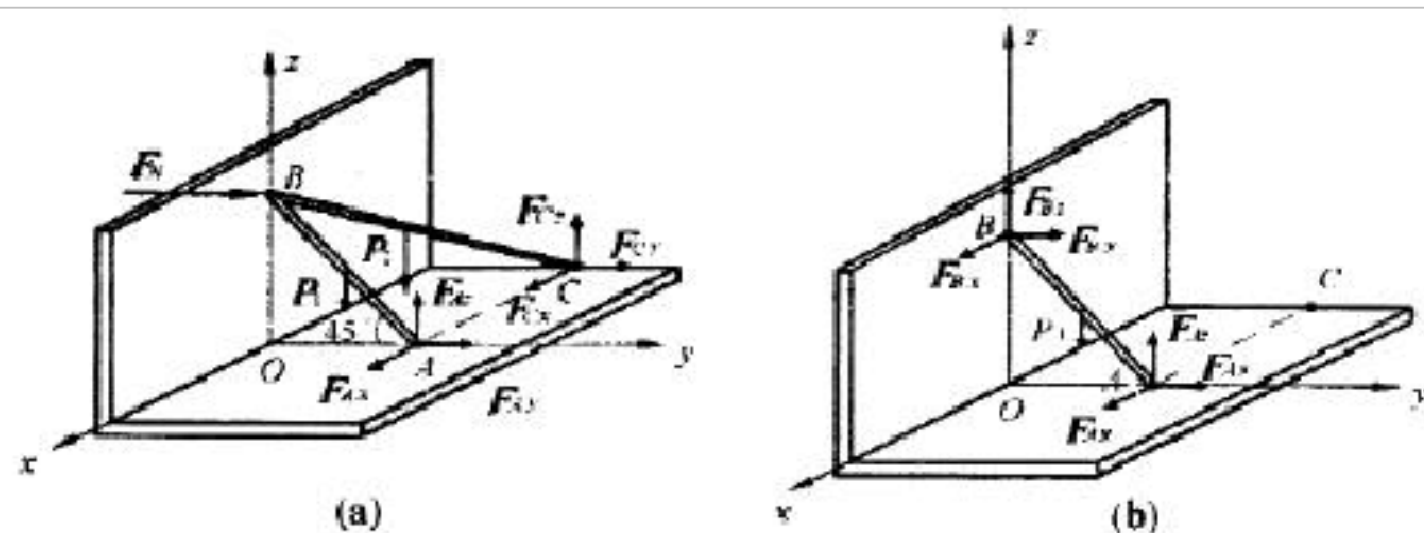
同理, 圆柱O有向上滚动趋势时得  $f_s \geq \frac{\delta}{R}$

圆柱匀速纯滚时,  $f_s \geq \frac{\delta}{R}$ .

2-4 两个均质杆 AB 和 BC 分别重  $P_1$  和  $P_2$ , 其端点 A 和 C 用球铰固定在水平面, 另一端 B 由球铰链相连接, 靠在光滑的铅直墙上, 墙面与 AC 平行, 如图所示。如 AB 与水平线的交角为  $45^\circ$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ , 求 A 和 C 的支座约束力以及墙上点 B 所受的压力。



解 先研究 AB 杆, 受力如图(b), 由



题 4.27 图

$$\sum M_z(F) = 0, \quad -F_{Ax} \cdot OA = 0 \quad \text{得 } \underline{F_{Ax} = 0}$$

再取 AB、CD 两杆为一体来研究, 受力如图(a)所示, 由

$$\sum M_{AC}(F) = 0, \quad (P_1 + P_2) \frac{AB}{2} \cos 45^\circ - F_N \cdot AB \sin 45^\circ = 0$$

$$\sum X = 0, \quad F_{Ax} + F_{Cx} = 0$$

$$\sum M_y(F) = 0, \quad F_{Cx} \cdot AC - P_2 \frac{1}{2} \cdot AC = 0$$

$$\sum Z = 0, \quad F_{Ax} + F_{Cx} - P_1 - P_2 = 0$$

$$\sum M_z(F) = 0, \quad -(F_{Ax} + F_{Cx}) \cdot OA - F_{Cy} \cdot AC = 0$$

$$\sum Y = 0, \quad F_{Ay} + F_{Cy} + F_N = 0$$

解得 
$$\underline{F_N = \frac{1}{2}(P_1 + P_2), F_{Cx} = 0, F_{Cz} = \frac{1}{2}P_2,}$$

$$\underline{F_{Ax} = P_1 + \frac{1}{2}P_2, F_{Cy} = 0, F_{Ay} = -\frac{1}{2}(P_1 + P_2)}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/508041075011006051>