

江西省抚州市 2023-2024 学年高一上学期学生学业质量监

测数学试题卷

学校: _____ 姓名: _____ 班级: _____ 考号: _____

一、单选题

1. 已知 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x | 0 < x < 6\}$, 则下列说法正确的是 ()

A. $A \cap B = \emptyset$

B. $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

C. $A \subseteq B$

D. $A \cup B = [0, 6)$

2. 若 $a, b \in \mathbb{R}$, 则 “ $a \geq b$ ” 是 “ $\ln a \geq \ln b$ ” 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. 设 $a = \log_3 2$, $b = 3^{0.5}$, $c = \frac{1}{2}$ 则 ()

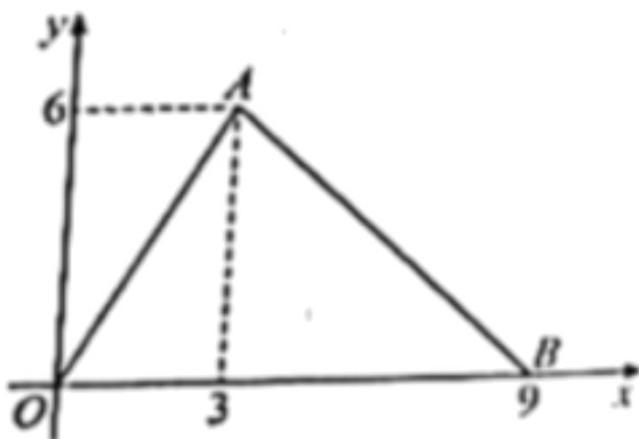
A. $c < a < b$

B. $b < c < a$

C. $a < b < c$

D. $a < c < b$

4. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象为折线 OAB , 则 $f\left(f\left(\frac{5}{2}\right)\right) =$ ()



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

5. 从甲袋中摸出一个红球的概率是 $\frac{1}{3}$ ，从乙袋中摸出一个红球的概率是 $\frac{1}{4}$ ，从两袋各

摸出一个球，下列结论错误的是（ ）

A. 2个球都是红球的概率为 $\frac{1}{12}$

B. 2个球中恰有1个红球的概率为 $\frac{5}{12}$

C. 至少有1个红球的概率为 $\frac{1}{2}$

D. 2个球不都是红球的概率为 $\frac{1}{2}$

6. 若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[0,2]$ ，则函数 $g(x)=\frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域是

A. $[0,2]$

B. $[0,1)$

C. $[0,1)\cup(1,4]$

D. $[0,1)\cup(1,2]$

7. 若函数 $f(x)=\log_a x (a>0$ 且 $a\neq 1)$ 在区间 $[a,4a^2]$ 上的最大值比最小值多2，则 $a=$

()

A. 4或 $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$

B. 4或 $\frac{1}{4}$

C. 2或 $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

D. 2或 $\frac{1}{2}$

8. 已知定义在区间 $[1,4]$ 上的函数 $f(x)=\ln(4e^x+3x-a)$ ，若存在 $m\in[1,3]$ 时，

$f(f(m))=m$ 成立，则实数 a 的取值范围为（ ）

A. $[1,2)$

B. $[1,4e+3)$

C. $[1,e+2)$

D. $[3e+3,4e+3)$

二、多选题

9. 下列选项中说法正确的是 ()

- A. 若用分层随机抽样的方法抽得两组数据的平均数分别为 8, 12, 若这两组数据的平均数是 10, 则这两组数据的权重比值为 1
- B. 一组数据 3, 3, 4, 5, 6, x , 9, 10 的 60% 分位数是 6, 则实数 x 的取值范围是 $[6, 10]$
- C. 一组数据的平均数为 \bar{x} , 将这组数据中的每一个数都加 2, 所得的一组新数据的平均数为 $\bar{x} + 2$
- D. 一组数据的方差为 s^2 , 将这组数据中的每一个数都乘 2, 所得的一组新数据的方差为 $2s^2$

10. 若方程 $x^2 + 3x + \lambda = 0$ 在区间 $(-2, 0)$ 上有实数根, 则实数 λ 的取值可以是 ()

- A. 0 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{9}{4}$

11. 下列结论正确的是 ()

- A. 函数 $f(x) = 2a^{-x+1} + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象过定点 $(1, 3)$
- B. $a < 0$ 是方程 $3^{-|x|} + a = 0$ 有两个实数根的充分不必要条件
- C. $y = e^x$ 的反函数是 $y = f(x)$, 则 $f(1) = 0$
- D. 定义在 $[m-7, 1-2m]$ 上的奇函数 $f(x)$, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x$, 则 $f(m) = -48$

12. 若正实数 a, b 满足 $2a + b = 2$, 则下列结论中正确的有 ()

- A. $\frac{1}{a^2} + \frac{4}{b^2}$ 的最小值为 8.

B. $\frac{1}{4a+b} + \frac{1}{2a+2b}$ 的最小值为 $\frac{2}{3}$

C. $2\sqrt{a} + \sqrt{2b}$ 的最大值为 $2\sqrt{2}$.

D. $b^2 + 2a^2$ 的最小值为 $\frac{2}{3}$.

三、填空题

13. 幂函数 $f(x) = (2m^2 + m - 2)x^{2m-1}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 则实数 m 的值为_____.

14. 在用二分法求方程 $x^2 = 3$ 的正实数根的近似解 (精确度 0.001) 时, 若我们选取初

始区间是 $[1, 7]$, 为达到精确度要求至少需要计算的次数是_____.

15. 若 $x \in A$, 且 $\frac{1}{x} \in A$, 则称 A 是“伙伴关系集合”在集合

$M = \left\{ -1, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 5 \right\}$ 的所有非空子集中任选一个集合, 则该集合是“伙伴关系

集合”的概率为_____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\ln(x-1)|, & x > 1 \\ -x^2 - 2x + 3, & x \leq 1 \end{cases}$, 函数 $g(x) = 2[f(x)]^2 + (1-2m)f(x) - m$, 若

函数 $g(x)$ 有 5 个零点, 则实数 m 的取值范围是_____.

四、解答题

17. 已知函数 $f(x) = \frac{9^x - a}{9^x + 1}$ ($a \in \mathbf{R}$) 为定义域上的奇函数.

(1) 求实数 a 的值;

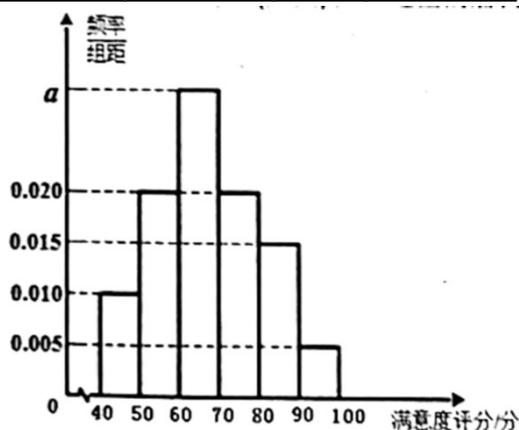
(2)若 $f(m) = \frac{1}{3}$, 试用 m 表示 $\log_3 8$.

18. 2023年9月23日, 中国农历象征收获的秋分时节, 第19届亚洲运动会在浙江杭州隆重开幕. 杭州基础设施全面升级、城市面貌焕然一新、民生服务格局大变. 为了解杭州老百姓对城市基础设施升级工作满意度, 从该地的 A, B 两地区分别随机调查了40户居民, 根据大家对城市基础设施升级工作的满意度评分(单位: 分), 得到 A 地区的居民满意度评分的频率分布直方图(如图)和 B 地区的居民满意度评分的频数分布表(如表1).

满意度评分	[50, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)	[90, 100]
频数	2	8	14	10	6

表2

满意度评分	低于70分	[70, 90)	[90, 100]
满意度等级	不满意	满意	非常满意



(1)根据居民满意度评分, 将居民的满

意度分为三个等级(如表2), 估计哪个地区的居民满意度等级为不满意的可能性大, 说明理由.

(2)将频率看作概率, 从 A, B 两地区居民中各随机抽查1户居民进行调查, 求至少有一户居民评分满意度等级为“非常满意”的概率

19. 已知函数 $y = (a-1)x^2 - ax + 1$

(1)是否存在实数 a 使得关于 x 的不等式 $y \geq 0$ 的解集为 \mathbb{R} , 若存在. 求实数 a 的值或取

值范围，若不存在，请说明理由；

(2)若关于 x 的不等式 $y \leq 0$ 的解集是 P ，集合 $Q = \{x | 0 < x < 1\}$ ，若 $P \cap Q = \emptyset$ ，求实数 a 的取值范围.

20. 临川菜梗是江西临川的传统民间特产，以“不怕辣”而著称，相传宋神宗熙宁年间王安石出任平章事（宰相），平时爱以家乡菜梗招待同僚进餐，美誉传至宋神宗，于是命（再想）家乡进贡来，尝后大悦御批为“天下一绝”. 近日，临川一家食品店的店员对每天的菜梗销售情况盘点后发现：该商品在过去的一个月（以30天计），

每件的销售价格 $P(x)$ （单位：元）与时间 x （单位：天）的函数关系近似满足

$P(x) = 10 + \frac{1}{x}$ ，日销售量 $Q(x)$ （单位：件）与时间 x （单位：天）的部分数据如下表

所示：

x	10	15	20	25	30
Q	170	175	180	175	170

(1)给出以下四种函数模型：① $Q(x) = ax + b$ ；② $Q(x) = a|x - m| + b$ ；③ $Q(x) = a \cdot b^x$ ；

④ $Q(x) = a \cdot \log_b x$. 请你根据上表中的数据，从中选择最合适的一种函数模型来描述日

销售量 $Q(x)$ 与时间 x 的变化关系，并求出该函数的解析式；

(2)设该店临川菜梗的日销售收入为 $f(x)$ （单位：元），求 $f(x)$ 的最小值.

21. 已知定义域为 $I = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 的函数 $f(x)$ 满足对任意 $x_1, x_2 \in I$ ，都有

$$f(x_1 x_2) = x_1 f(x_2) + x_2 f(x_1)$$

(1)求证： $f(x)$ 是奇函数；

(2)设 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ ，且当 $x > 1$ 时， $g(x) < 0$ ，求不等式 $g(x-3) > g(1-x)$ 的解集.

22. 对于区间 $[a, b] (a < b)$ ，若函数 $y = f(x)$ 同时满足：① $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上是单调函数，

②函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[a, b]$ 时, 值域也为 $[a, b]$, 则称区间 $[a, b]$ 为函数 $f(x)$ 的“保值”区间.

(1)求函数 $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{13}{4}$ 的所有“保值”区间.

(2)函数 $y = \frac{(2+t)x - t^2}{x}$ 的一个“保值”区间为 $[m, n]$, 当 t 变化时, 求 $n - m$ 的最大值.

参考答案:

1. D

【分析】由集合的关系和运算对选项一一判断即可得出答案.

【详解】对于 A, 因为 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{x | 0 < x < 6\}, A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 所以 A 错误;

对于 B, 因为 $B = \{x | 0 < x < 6\} \neq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 所以 B 错误,

对于 C, 因为 $0 \in A, 0 \notin B$, 所以集合 A 不是集合 B 的子集, 所以 C 错误;

对于 D, 因为 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{x | 0 < x < 6\}$, 所以 $A \cup B = [0, 6)$, 所以 D 正确.

故选: D.

2. B

【分析】利用对数的性质、必要不充分条件的定义判断可得答案.

【详解】 $\because \ln a \geq \ln b, \therefore a \geq b > 0, a \geq b > 0 \Rightarrow a \geq b$,

当 $a = -1, b = -2$ 时, $a > b$, 但 $\ln a \geq \ln b$ 不成立.

故选: B.

3. A

【分析】利用对数函数、指数函数的单调性比较大小可得答案.

【详解】 $\log_3 \sqrt{3} < \log_3 2 < \log_3 3 \Rightarrow \frac{1}{2} < a < 1, 3^{0.5} > 3^0 \Rightarrow b > 1, c = \frac{1}{2}, \therefore c < a < b$.

故选: A.

4. B

【分析】由待定系数法求出 $x \in [0, 3], x \in (3, 6]$ 的解析式, 再代入求解即可.

【详解】因为 $(0, 0), (3, 6), (9, 0)$ 在函数 $y = f(x)$ 的图象上,

当 $x \in [0, 3]$ 时, 设解析式为 $y = kx + b$

$$\therefore \begin{cases} 0 = 0 + b \\ 6 = 3k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ k = 2 \end{cases}, \text{ 即 } y = 2x,$$

当 $x \in (3, 6]$ 时, 设解析式为 $y = mx + n$,

$$\therefore \begin{cases} 0 = 9m + n \\ 6 = 3m + n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -1, \text{ 即 } y = -x + 9, \\ n = 9 \end{cases}$$

$$\therefore f\left(\frac{5}{2}\right) = 2 \times \frac{5}{2} = 5, f\left(f\left(\frac{5}{2}\right)\right) = f(5) = -5 + 9 = 4,$$

$$\text{即 } f\left(f\left(\frac{5}{2}\right)\right) = 4.$$

故选: B.

5. D

【分析】根据独立事件乘法公式计算 2 个球都是红球的概率可判断 A; 根据独立事件乘法公式、互斥事件加法公式计算可判断 B; 根据对立事件的概率计算可判断 CD.

【详解】记从甲袋中摸出一个红球的事件为 A , 从乙袋中摸出一个红球的事件为 B , 且

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, A, B \text{ 相互独立,}$$

对于 A 选项, 2 个球都是红球的事件为 AB , 则有 $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$, 故 A

正确;

对于 B 选项, 2 个球中恰有 1 个红球的事件为 $A\bar{B} + \bar{A}B$,

$$\text{则 } P(A\bar{B} + \bar{A}B) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{4} = \frac{5}{12}, \text{ 故 B 正确;}$$

对于 C 选项, 至少有 1 个红球的事件的对立事件是 \overline{AB} ,

$$\text{则 } P(\overline{AB}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2},$$

所以至少有 1 个红球的概率为 $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, 故 C 正确;

对于 D 选项, 2 个球不都是红球的事件是事件 AB 的对立事件, 其概率为 $1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$,

故 D 不正确.

故选: D.

6. B

【分析】根据抽象函数中复合函数之间的关系先求出 $f(2x)$ 的定义域, 再结合解析式求出

$g(x)$ 的定义域即可

【详解】由于函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$, 所以 $0 \leq 2x \leq 2$, 即 $0 \leq x \leq 1$, 所以函数 $f(2x)$ 的定义

域是 $[0, 1]$. 又 $x-1 \neq 0$, 即 $x \neq 1$, 所以函数 $g(x)$ 的定义域为 $[0, 1)$.

故选 B

【点睛】本题考查抽象函数的定义域求法与应用问题, 考查解不等式, 属于基础题

7. A

【分析】对参数 a 的取值分类讨论, 根据对数函数单调性, 求得最值, 结合题意, 即可求得参数值.

【详解】由题意 $a < 4a^2$ 解得 $a > \frac{1}{4}$ 或 $a < 0$ (舍去),

①当 $a > 1$ 时, 函数 $f(x) = \log_a x$ 在定义域内为增函数,

则由题意得 $\log_a(4a^2) - \log_a a = 2$,

所以 $\log_a 4a = 2$ 即 $a^2 = 4a$, 解得 $a = 4$ 或 $a = 0$ (舍去);

②当 $\frac{1}{4} < a < 1$ 时, 函数 $f(x) = \log_a x$ 在定义域内为减函数,

则由题意得 $\log_a a - \log_a (4a^2) = 2$,

所以 $\log_a \frac{1}{4a} = 2$ 即 $a^2 = \frac{1}{4a}$, 解得 $a = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$;

综上所述可得: $a = 4$ 或 $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$.

故选: A.

8. D

【分析】由 $f(x)$ 的单调性及 $f(f(m)) = m$, 得到 $f(x) = x$ 在区间 $[1, 3]$ 有解, 分离出参数 a 即可求解.

【详解】由题意知 $f(x) = \ln(4e^x + 3x - a), x \in [1, 4]$. 设 $g(x) = 4e^x + 3x - a$. 则

$f(x) = \ln g(x)$. 因为 $g(x)$ 在 \mathbb{R} 上单调递增, 故 $f(x)$ 在 $[1, 4]$ 上单调递增.

设 $n = f(m), m = f(n)$.

若 $m \geq n$, 则可得 $n \geq m, \therefore m = n. \therefore f(x) = x$ 在区间 $[1, 3]$ 有解.

$\therefore \ln(4e^x + 3x - a) = x$ 在区间 $[1, 3]$ 上有解, 且 $4e^x + 3x - a > 0, x \in [1, 4]. \therefore a = 4e^x + 3x$ 在区间

$[1, 3]$ 上有解,

且 $a < 4e^x + 3x$ 在区间 $[1, 4]$ 恒成立.

$\therefore a \in [3e + 3, 4e + 3)$.

故选: D.

9. AC

【分析】利用分层随机抽样设两组数据的权重为 ω_1, ω_2 ，得 $\omega_1 \times 8 + \omega_2 \times 12 = 10$ 且 $\omega_1 + \omega_2 = 1$ ，即可对 A 判断；根据百分位数知识可对 B 判断；利用平均数及方差知识可对 C、D 判断.

【详解】A 选项：设两组数据的权重为 ω_1, ω_2 ，由 $\omega_1 \times 8 + \omega_2 \times 12 = 10$ ，又 $\omega_1 + \omega_2 = 1$ ，可解

$$\text{得 } \omega_1 = \omega_2 = \frac{1}{2},$$

所以这两组数据的权重比值为 1，故 A 正确；

B 选项：因为 $8 \times 60\% = 4.8$ ，所以这组数据的 60% 分位数是从小到大第 5 项数据 6，则

$x \geq 6$ ，故 B 错误；

C 选项：将一组数据中的每一个数都加 2，则新数据的平均数为原来数据平均数加 2，故 C 正确；

D 选项：将一组数据中的每一个数都乘 2，则新数据的方差为原来数据方差的 $2^2 = 4$ 倍，故

D 错误；

故选：AC.

10. BCD

【分析】转化为 $\lambda = -x^2 - 3x$ 在 $(-2, 0)$ 上有解，利用配方法求出 $-x^2 - 3x$ 的值域可得答案.

【详解】由题意 $\lambda = -x^2 - 3x$ 在 $(-2, 0)$ 上有解，

$$\because x \in (-2, 0), \therefore \lambda = -x^2 - 3x = -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \in \left(0, \frac{9}{4}\right].$$

故选：BCD.

11. AC

【分析】求出指数型函数恒过的定点可判断 A；由充分条件和必要条件的定义可判断 B；

由反函数的性质可判断 C；由奇函数的定义域关于原点对称求出 $m = -6$ ，再由奇函数的性

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/507104122125006043>