

摘要

近年来，中国新能源汽车产业处于高速发展期，2016~2022 年新能源汽车连续六年产销量全球第一。随着电动汽车数量的快速增长，作为新能源汽车配套基础设施的充电桩数量也呈现高速增长趋势，2020 年全国充电桩保有量已经达到 480 万个。基础设施的建设是一个建造周期长、耗费财力的过程，在面对高速扩张的充电需求时充电桩设施依然能够尽可能满足需求十分重要，因此需要科学的手段对充电桩设施进行合理的规划。

为了深入研究充电桩的设施选址问题，提升充电桩选址的合理性，充分考虑充电需求的不确定性，本文以电动汽车为研究对象，通过建立多情景的方式解决充电需求的随机分布，以最大化充电桩组合能够满足的充电需求为目标，建立了两阶段随机规划模型，将电动汽车用户的路径选择行为、车辆行驶里程等因素融入模型的决策过程中。在基于用户最短路径行为的模型中，第一阶段以充电桩设施能够覆盖充电需求最大化为目标，以充电桩设施数量上限为约束条件；第二阶段引入条件风险值这一概念，以多个最坏情景的平均覆盖需求量最大化为目标，以道路弧和充电桩之间的对应关系为约束条件构建模型。在基于用户偏差路径行为的模型中，考虑了用户的偏差路径程度、车辆本身的行驶里程数，扩展了基于最短路径行为的模型，使模型本身更加贴近用户现实路程中遇到的充电问题。针对本文构建的随机规划模型，采用样本平均近似方法和两阶段法来求解。接着，通过灵敏度测试和数值分析来表现各种因素的变化对模型结果的影响。

最后，为了验证所提模型的现实有效性，本文以成都市温江区某区域的实际道路网为研究对象进行了实例测试。结果表明如果要建立有限数量的充电站，本文的模型在一些评估风险的重要指标上明显优于确定性模型，这意味着相比确定性模型，本文的模型会满足更多的电动汽车充电需求。从管理

的角度来讲，在建设充电桩的初期考虑风险，有利于应对未来充电需求的不确定性，进而保证充电桩的长久平稳运营。

关键词：随机规划；风险厌恶；条件风险值；充电桩

Abstract

In recent years, China's new energy vehicle (EV) industry is in a period of rapid development, and the annual sales of new energy vehicles from 2016 to 2022 ranked first in the world for six consecutive years. With the rapid growth of the number of electric vehicles, the number of charging stations, as supporting infrastructure for new energy vehicles, also shows a rapid growth trend. In 2020, the number of charging stations in China has reached 4.8 million. The construction of infrastructure is a process with a long construction period and cost of money. It is very important for charging station facilities to meet the demand as far as possible when facing the charging demand of rapid expansion. Therefore, it is necessary to make reasonable planning of charging station facilities by scientific means.

In order to further study the facility location problem of charging stations, improve the rationality of charging station site selection, and fully consider the uncertainty of charging demand, this paper takes electric vehicles as the research object, solves the random distribution of charging demand by establishing a multi-scenario approach, and establishes a two-stage stochastic programming model with the goal of maximizing the charging demand that can be met by the combination of charging stations. Factors such as route choice behavior of EV users and vehicle driving distance are integrated into the decision-making process of the model. In the model based on user shortest path behavior, the first stage takes the maximum charging demand covered by charging station facilities as the goal, and the upper limit of the number of charging station facilities as the constraint condition. In the second stage, the concept of conditional risk value is introduced, aiming at maximizing the average coverage demand of multiple worst-case scenarios, the model is constructed with the corresponding relationship between road arc and charging station as the constraint condition. In the model based on the user's deviated path behavior, the degree of the user's deviated path and the mileage of the vehicle itself are considered, and the model based on the shortest path behavior is extended,

so that the model itself is closer to the charging problems encountered by the user in the real journey. For the stochastic programming model constructed in this paper, sample average approximation method and two-stage method are used to solve the problem. Then, sensitivity test and numerical analysis are used to show the influence of various factors on the model results.

Finally, in order to verify the effectiveness of the proposed model, the actual road network in Wenjiang District of Chengdu City is tested as an example. The results show that if a limited number of charging stations are to be built, the model in this paper is significantly better than the deterministic model in some important indicators of risk assessment, which means that compared with the deterministic model, the model in this paper will meet more EV charging demands. From the perspective of management, considering risks at the initial stage of building charging stations is conducive to dealing with the uncertainty of future charging demands, thus ensuring the long-term and stable operation of charging stations.

Key words: stochastic programming; Risk aversion; Conditional risk value; Charging station

目录

摘要.....	1
Abstract.....	1
目录.....	1
1 绪论.....	1
1.1 研究背景	1
1.2 电动汽车以及充电桩介绍	3
1.2.1 电动汽车类型.....	3
1.2.2 充电桩类型.....	4
1.2.2 充电站的选址原则.....	5
1.3 研究意义	6
1.4 研究内容	7
1.5 研究方法以及技术路线	8
1.6 本文结构	11
2 充电桩设施选址研究现状.....	13
2.1 确定性问题	13
2.2 鲁棒优化	17
2.3 随机优化	18
3 风险厌恶情景下基于最短路径的充电桩选址模型.....	23
3.1 条件风险价值的阐述	23
3.2 模型假设	24
3.3 模型建立	24

3.4 模型变化与求解	26
3.5 实验结果对比	28
3.6 灵敏度分析	32
4 风险厌恶情形下考虑偏差路径的随机规划模型构建	37
4.1 多路径生成算法概述	37
4.1 模型假设	38
4.2 模型建立	39
4.3 模型变化与求解	41
4.4 仿真实验结果对比	43
4.5 灵敏度分析	49
5 基于成都温江某区域的实例测试	55
5.1 城市基本信息	55
5.2 选址规划区域	56
5.3 模型选址结果	57
5.3.1 实验结果对比	58
5.3.2 灵敏度分析	61
6 总结与展望	71
6.1 总结	71
6.2 展望	72
参考文献	74
附录	81
后记	90
致谢	91

1 绪论

1.1 研究背景

(1) 低碳环保促进电动汽车产业发展

近年来，化石燃料的开发和使用造成空气污染、自然资源减少、温室效应和全球变暖，保护地球的环境，保护人类赖以生存的环境成为全球面临的主要问题。根据美国环保局的数据，车辆每消耗一加仑汽油就会产生 8887 克二氧化碳，柴油车每消耗一加仑柴油就会产生 10180 克二氧化碳。因此，提高燃料效率以减少废气排放已经成为一个重要的议题。许多国家利用公路税或能源税等财政政策来减少车辆的购买。截止 2021 年我国汽车保有量为 3.02 亿辆，其中燃油车占 97.2%，年消耗汽柴油约 2.6 亿多吨。油耗每下降 1%，即可减排二氧化碳 750 吨。因此，数量庞大的油车不仅造成了交通拥堵现象越来越严重，还使得我国的空气污染处境每况日下。

(2) 政策推动电动汽车产业发展

为了促进本国新能源汽车产业的发展，各国政府都在出台相关政策促进汽车产业的更新迭代。美国于 2022 年开始实施新能源汽车税收抵免，从 2027 年开始，只有在美国组装的、电池容量至少为 50kWh 的新能源汽车才有资格获得 7500 美元的基本税收抵免；2019 年，德国政府发布了《电动基础设施总体规划》，提出到 2030 年，建成 100 万个公共充电桩。2022 年，德国每辆纯电动汽车可以得到 5.0 万—5.8 万元人民币补贴金额，每辆插电式混合动力汽车可以得到 5400 元—1.1 万元人民币补贴金额；2022 年 3 月 25 日，英国政府发布《电动汽车基础设施战略》，到 2030 年将电动汽车充电站的数量增加 10 倍至 30 万个。在此背景下，我国新能源汽车同样得到了大力支持，目前正处于加速发展期。在 2020 年 11 月 2 日，国务院印发了《新

能源汽车产业发展规划(2021—2035年)》，国务院指出，不仅国际新能源产业在发展，我国的新能源产业也在不断壮大，突破了新能源汽车三大主要领域的核心技术关口，提升了产业核心竞争力。伴随着纯电动汽车的市场份额不断提升，公共交通工具在逐步替换新能源汽车，电池作为新能源汽车的核心也在大规模商用，与汽车配套的智能驾驶技术也在完善当中，新能源汽车充电桩设施也在快速建设中。截止至2020年全年中国新能源汽车产销量累计分别完成136.6万辆和136.7万辆。可以预见，电动汽车的高速发展仍在继续。

作为新能源汽车的基础设施，充电桩的发展同样也得到了政策倾斜和大量资金的注入。《“十三五”国家战略性新兴产业发展规划》等产业政策为充电桩行业的发展提供了明确、广阔的市场前景。按照国网电动车及中国汽车工业协会等机构预测，预计2020年至2025年累计市场份额超千亿元，未来十年充电桩市场总投资额近万亿元，到2030年我国充电桩市场规模将增长30倍。截至2021年9月底，全国222.3万台充电基础设施中有104.4万台是公共充电桩，117.9万台是私人充电桩。

(3) 科学规划充电桩设施的重要性

电动汽车的最大行驶里程数目前已经成为司机“里程焦虑”的一个来源。用户认为如果在旅途中需要停车充电，等待电动汽车充满电的过程会增加路途时间并可能耽误行程。因此，用户不仅可能会担心在到达目的地之前就没电了，还可能担心路途中不仅需要充一次电。尽管随着新技术的发展，电动汽车的里程数会不断变得更加长甚至超过燃油车的里程数，目前最新的电动汽车里程数可以达到700多公里，但是充电桩作电动汽车的配套基础设施，若出现与电动汽车发展不协调的情况，充电桩同样会成为影响用户选择电动汽车的重要因素。数量不足、规划不合理的充电桩设施会显著降低用户选择电动汽车的意愿。当前，推动充电桩设施的合理规划与布局，让充电桩做好电动汽车配套基础设施的角色，使其能够与电动汽车产业协调发展，成为发展的重点之一。如何合理规划充电桩设施选址，使研究结果能够更加贴合实际生活，促使充电桩能够被高效利用，是亟待研究的课题。

综上所述，充电桩基础设施的建设已经得到了很多政策和资金的支持，充电桩数量的增长同样会带来用户不满意充电速度、充电排队和充电桩闲置

并存等问题。为了科学解决这些问题，合理规划充电基础设施，国内外愈来愈多的学者开始关注充电桩的选址问题。其中大多数的研究都基于经典区位理论，将电动汽车的特性纳入其优化模型中，以确定电动汽车充电桩的位置。按照决策准则进行划分，充电桩选址问题可归结为最大流覆盖问题、最小化建设成本问题以及最大化社会福利问题等等。本文着眼于最大化流覆盖问题，在经典选址模型的基础上，建立随机优化模型来研究充电桩的选址问题。

1.2 电动汽车以及充电桩介绍

1.2.1 电动汽车类型

电动汽车是指由汽车车载电池作为能量来源，驱动电机为车轮提供动力的车辆，其本身符合各种交通安全法规。电动汽车的类型包括：纯电动汽车（BEV）、混合动力汽车（HEV）和燃料电池汽车（FCEV）。前两个都是以电机驱动车轮行驶，使用动力电池，而且有外部的充电插口。燃料电池汽车也是电动汽车的一个类型，也是以电能驱动车辆行驶。

纯电动汽车是完全由可充电电池提供电力来源并驱动电机提供动力。早在19世纪，英国人就发明了世界上最初可以实际使用的电动汽车，但当时城市里电车的使用多由于内燃机技术还相当落后。在20世纪，由于内燃机技术的不断进步，电动汽车被逐渐淘汰。直至今日，锂电池技术的高速发展以及碳中和计划的提出，纯电动汽车产业开始爆发式增长。

混合动力汽车是至少有两种能源提供方式，包括但不限于电力、汽油和压缩天然气。当前混合动力汽车多指油电混合动力汽车（Hybrid Electric Vehicle, HEV）。在目前的技术水平下，混合动力汽车不仅有纯电动汽车污染小、低噪声、成本低的特点，也具有燃料汽车动力性能好、工作时间长、适应性好的特点。在未来，随着电池技术的进一步发展和绿色环保的理念被更多人接受，混合动力汽车的发展会逐步放缓。

燃料电池汽车是同过燃料电池里面材料的燃烧产生电力来驱动电机。车载燃料电池装置所使用的燃料为高纯度氢气或含氢燃料经重整所得到的高含氢重整气。同纯电动汽车相比，其最大的不同是动力来源不同。燃料电池汽

车所用的电力是燃料电池的燃烧产生的,电动汽车所用的电力来自车载蓄电池的放电。因此,燃料电池汽车的关键是燃料电池的研发和组装。

1.2.2 充电桩类型

(1) 普通充电桩。慢速充电通常被认为是普通充电桩的主要充电方式,其主要特点就是电流不高,一般以传统的恒压、恒流的方式进行充电。慢速充电桩构造简单,建造和运营成本都比较低,进一步导致其充电价格低廉,并且这种缓慢的充电速度能够最大限度保持电池的正常容量而不至于降低过快。普通充电桩保证了电池的健康是以牺牲充电时间为代价,因为恒压恒流,所以充电时间被延长至 8 小时,早期的慢速充电桩充电时间能够达到十几个小时。这对于有紧急充电需求的用户来说是完全不能满足其需求的。一般慢速充电桩多建于学校、小区、工业园区附近,目标用户都是有大量时间为电动汽车充电。

(2) 快速充电桩使用的大电流能够在短时间内为电动汽车提供充电服务,与慢速充电方式相比时间的缩短是极其明显的,在较大电流条件下,充电 10-30 分钟即可快速提升电池电量,满足用户在短时间需要快速充电继续行驶的需求。用户得到方便和快速的同时,由于快速充电在大部分时间内都是大电流、高电压,因此动力电池的电池容量会变低,长时间使用快速充电会减少电池的寿命。从经济角度来看,快速充电桩设备会很贵,运营成本更高,用户充电花费会更多。大部分快速充电桩都建设在商场、高速休息站等人流量密集区域。

(3) 电池更换站的工作模式是将电动汽车上已经耗尽电量的可拆卸电池组拿下并换上充满电的电池组。换点技术相比快速充电桩实际充电时间更短,整个服务过程大约耗时 5-10 分钟,且电池可在指定维修服务点进行定期维护和保修,缺点是投资成本高,主要包括昂贵的机械装置和电池组,并且需要购买或租赁很大的空间来对电池组进行储存,使得其建设成本远高于慢速充电站和快速充电站的建设成本。

1.2.2 充电站的选址原则

电动汽车充电站的选址并不是没有逻辑可循，充电桩作为城市基础设施在规划的过程中会考虑诸多的因素，例如建设和运营成本、区位位置、充电需求量、不同人群分布。例如城市CBD地区作为上班族聚集地，每日人流量和车流量极大，在此区域选择合适的地方建设充电桩可以保证在很长的时间内充电桩可以持续运营。除此之外，充电桩的地址需要有相应的电网配套设施，要在不影响原有城市规划的基础上进行科学选址，如果没有电网的配套充电桩的建设会增加很多不必要的麻烦。综合来看，充电桩地址选择的重要原则是让运营商在建造成本和后期运营维护成本尽量达到最小，满足尽可能多的需求，使用户的满意度尽量达到最大。本文列举了具体的选址原则如下：

(1) 充电桩设施的候选地址选择需要与城市规划相契合，特别是特殊车辆的充电桩。与专车专道的逻辑相似，特殊的车辆应该有其专用的充电桩，因此专用的充电桩应该建设在专用的停车场内，可以合理利用公共资源。其它专用电动汽车充电站应该建设在与之对应的充电站；

(2) 结合实际人群的充电需求分布，统筹人群的地理位置，计算出贴合实际的充电桩可服务的半径范围；

(3) 充电站应布设在道路网上车流相对密集处，便于服务尽可能多的电动汽车的充电需求；

(4) 深入了解并契合城市电网不同时期的建设规划，建设的充电桩数量应与所在区域的输电额度相匹配，充电桩应当具有高可靠性、高电能质量等方面的特点；

(5) 规划充电地址时，可以将现有的市政设施与充电桩结合，在不浪费建设材料以及公共服务资源的前提下，促进城市整体资源的高效利用；

(6) 尽可能远离一些不适宜建设电动汽车充电设施的场所，安全、合规是规划充电桩的必要前提。

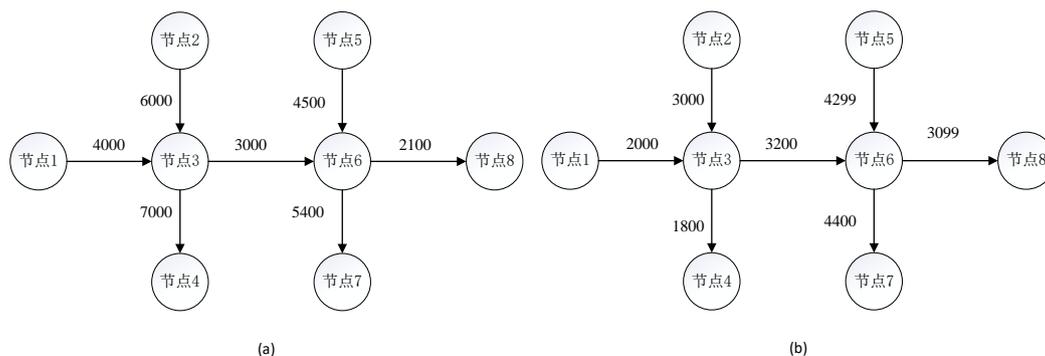
1.3 研究意义

(1) 理论意义

经典的充电桩选址问题已得到大量研究。本文考虑不确定充电需求，针对充电桩选址问题，面向风险厌恶的决策者，创新地引入金融风险管理领域的条件风险值这一风险测度，建立风险厌恶的充电桩选址优化模型，并运用对偶理论求得问题的精确解，达到帮助管理者在不断扩展充电桩数量的过程中尽可能选择能够满足大多数需求的充电桩组合。该问题可归结为一个风险厌恶的随机优化问题，目前该领域研究较少，因此本文的研究成果有助于丰富该领域的研究体系，尤其是关于如何对不确定因素进行建模、对风险厌恶态度进行描述、对两阶段问题进行模型变换，以及如何通过统计学方法分析模型的有效性和合理性等。这些问题不仅在设施选址中存在，而且是优化领域中具有一般性的问题，因此本文的研究成果具有可推广性。

(2) 现实意义

确定性充电桩选址模型根据给定充电需求量，通过对模型求解得到最优的充电桩位置。但在现实世界中，常常有各种不确定的因素导致充电需求量与预测值大相径庭，例如不确定的用户选择、不确定的充电需求、不确定的出行时间。此时根据传统的期望模型求得的最优解做出选址决策并不能有效的覆盖尽可能多的充电需求，这对于充电桩的运营商来说意味着更大的资金风险，也不利于运营商对后续的充电桩设施进行维护。本文为了说明引入条件风险值这一风险测度后充电桩选址问题与传统的不同，给出如图 1-1 所示的例子。线段上面数字表示需要充电的电动汽车数量。解 1 和解 2 期望覆盖电动车数量都是 7500 辆，但如果决策者是风险中立的态度，那么会选择节点 3 作为充电桩的位置，毕竟解 1 有 50% 的概率能够覆盖 10000 辆电动汽车；如果决策者是风险厌恶态度，则会选择节点 6 作为充电桩位置，因为节点 6 相比节点 3 能够更加稳妥的覆盖 7500 辆电动汽车。综上，本文考虑到了决策者的风险厌恶态度，提出的模型和方法更贴合实际情况，能够帮助决策者做出更为可靠、稳健的选址决策，研究成果对于充电桩运营商或者政府规划都具有现实意义。



解1: 选择节点3作为充电桩

50%概率(a)情景中覆盖10000辆车, 50%概率(b)情景中覆盖5000辆

解2: 选择节点6作为充电桩

50%概率(a)情景中覆盖7500辆车, 50%(b)概率情景中覆盖7499辆

图 1-1 风险态度对充电桩选址决策的影响示例

1.4 研究内容

本文以风险厌恶的充电桩选址问题为研究对象, 考虑用户充电需求具有不确定性的情形, 利用电动汽车充电需求的预估场景并利用概率分布函数来模拟充电需求量的变动, 在决策者是风险厌恶的前提下提出随机优化模型并求得精确解, 以达到最大化能覆盖的充电需求量的条件风险价值之目的。

(1) 风险厌恶情景下基于最短路径的充电桩选址模型

本文采用传统的随机规划方法, 通过概率分布函数来描述充电需求量, 其中的概率分布函数是假设直接给定的。由于充电桩行业仍在快速发展, 未来充电需求难以直接预估, 而充电桩作为基础设施建设, 投入大并且位置固定。在此种不确定情形下, 决策者往往具有风险厌恶的态度, 故本文提出基于最短路径的充电桩选址模型。该模型旨在确定充电桩的位置, 使得其在较差场景下仍然能较大地满足电动汽车的充电需求。

由于本文建立的数学模型中包含条件风险值, 导致所建立的模型为不能直接求解的 $max - min$ 优化模型。为了解决这一问题, 拟利用对偶理论对模型进行等价变换, 同时根据多面顶点分析法来证明相关模型变换的合理性, 在决策者是风险厌恶型的假设前提下, 将原本两阶段的优化问题转变为可以直接求解的单阶段混合整数线性规划问题。最后, 将该模型与传统的最大化

期望覆盖需求模型应用于仿真道路网上进行测试，进行计算与数值比较分析，揭示它们之间的关系，讨论在何种情况下适合应用何种模型以及影响因素是如何推动模型结果的改变。

(2) 风险厌恶情景下基于偏差路径的充电桩选址模型

基于最短路径的充电桩选址模型较为理想的考虑用户的路径选择行为，认为用户一定会选择最短路径，且默认用户的车量行驶里程数是完全覆盖路径长度，但实际上用户在行驶过程中会遇到车辆行驶里程数不够按照最短路径到达充电桩的情况，那么为了能够充电会选择偏离原本的最短路径选择最近能够去充电桩的道路。因此，本文还构建了基于偏差路径的充电桩选址模型，将路径偏差程度、车辆最大行驶里程数等因素加入模型并进行求解。对模型的变换和最终的求解都与基于最短路径的模型一致。最终，会将基于偏差路径的充电桩选址模型应用于仿真道路网上，通过对计算结果进行数值分析来揭示不同因素的变化对结果的影响。

(3) 基于成都温江某区域的实例测试

将选址模型应用于成都温江区的充电站选址中，通过模型求解，生成选址模型方案及充电汽车充电站选择方案，以证明该模型的可行性。并通过对案例中参数的改变、及充电情景中参数的变化说明不同参数及充电需求概率函数的改变对选址结果的影响。

1.5 研究方法以及技术路线

本文采用的研究方法如下：

(1) 文献分析法：查阅中国知网、万方、谷歌学术等专业文献数据库，了解前人学者在充电桩选址问题上的研究现状，分析当前电动汽车充电站选址研究中存在的问题与不足，总结文献从哪个角度入手进行创新，构建模型的目标函数以及约束条件，为后续提出自己的模型和解决方法打下基础。

(2) 数学建模法：本文充分考虑管理者的风险厌恶的态度，在此基础上提出合理的假设，构建含有条件风险的两阶段随机规划模型。

(3) 算例分析法：本文选取了相应的算例来验证模型的有效性以及在实践中的可行性，同时设置了不同的参数环境进行仿真以进行灵敏度分析。

(4) 定性与定量相结合的方法。总结归纳影响充电桩设施选址的一些因素，找出主要因素，将这些主要影响因素纳入模型之中考虑，建立相应的数学函数表达模型。接着进行数据实验，对数据结果进行多维度的分析，数字化的展现能够更好地刻画两个模型满足充电需求能力的差异，论证本文的模型更加科学合理。

基于对上述的研究方法，本文拟采用如图 1-2 所示的研究思路。首先以经典的充电桩选址模型为基础，通过概率分布函数来模拟充电需求的变动，然后引入金融风险管理领域的“条件风险值”作为决策准则，用于刻画决策者风险厌恶的态度，接着建立风险厌恶型充电桩选址随机优化模型，并利用对偶理论进行模型变换。如遇到问题则重新调整以上相应步骤，并总结归纳出现问题的根本原因，直到最终解决问题。

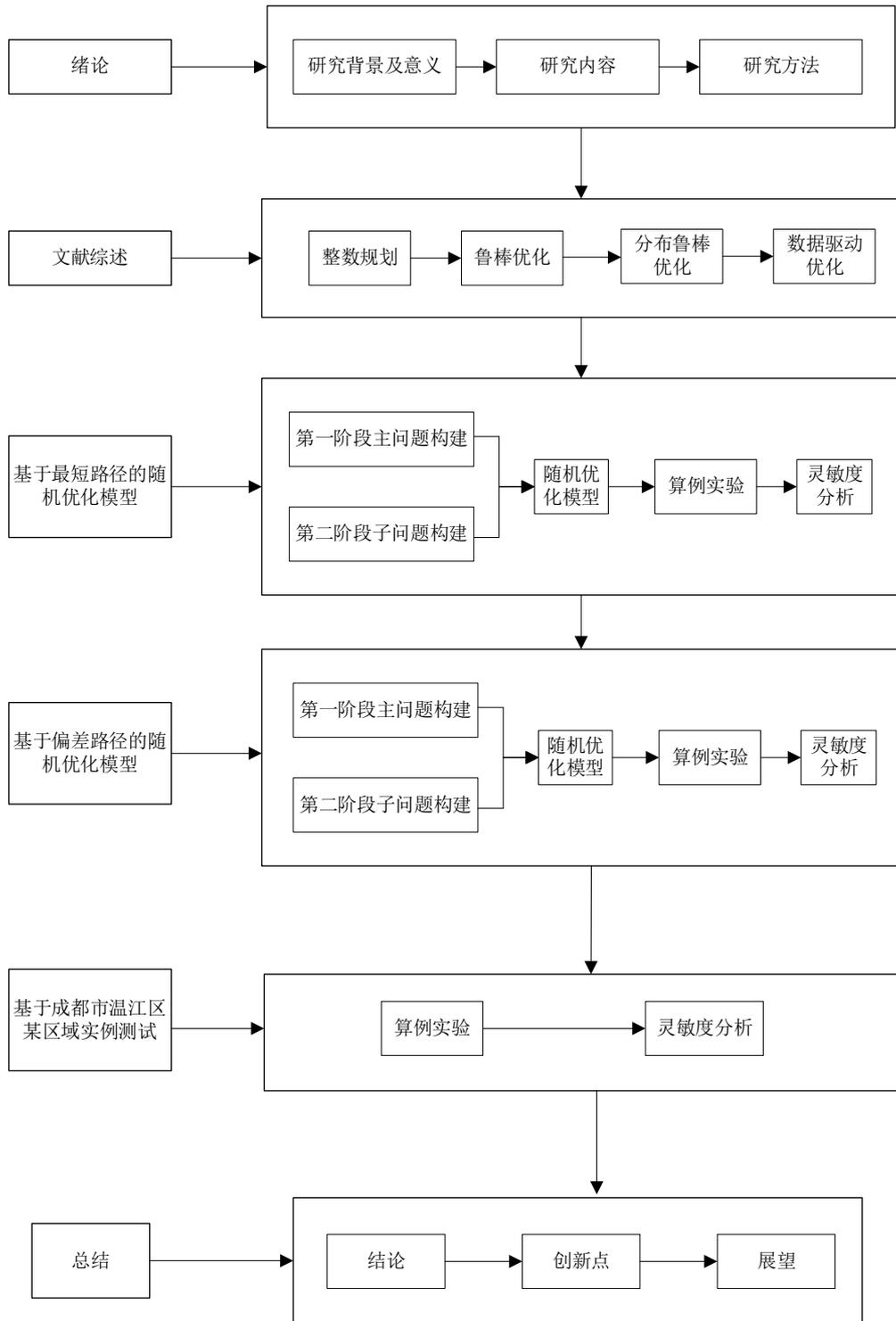


图 1-2 本文基本思路和方法

1.6 本文结构

第一章绪论。首先，从研究背景出发解释电动汽车充电站选址问题研究目的及意义。接着，介绍电动汽车和充电桩设施选址的相关知识，包括电动汽车和充电桩的种类简介、充电桩选址的一些规则。最后，明确研究内容和技术路线。

第二章充电桩设施选址研究现状。通过前期大量的文献整理和归纳工作，总结目前国内外学者在充电桩设施选址问题上的看待问题的角度、数学模型、方法论，提炼出当前研究不足之处，发掘本文对充电桩设施选址问题的切入点。

第三章风险厌恶情景下基于最短路径的充电桩选址模型。在苏福尔斯克的仿真道路网中，本文设定道路网上存在不确定的电动汽车充电需求，通过考虑城市规划者或者充电桩运营商在充电桩大规模建设期间保持风险规避的态度对充电桩设施进行布局，以最大化充电桩设施组合能够满足充电需求为目标，建立了充电站选址的两阶段随机规划模型，应用对偶理论对模型进行变化并采用 SAA 方法对模型进行求解。本章最后将模型应用于苏福尔斯仿真道路网进行测试，通过数值分析来揭示参数的改变对模型结果的影响。

第四章风险厌恶情景下基于最短路径的充电桩选址模型。基于第三章的研究，考虑到实际出行中，用户在行程中可能需要不止进行一次充电行为并且由于当前车辆剩余里程数的影响，用户会存在偏离原本的最优路线先去充电，然后继续当前原本的行程。这种情况下，用户即使会偏离原本的路线也不会让偏离程度无限扩大，每个人都会存在一种对延长路径的最大容忍度。如果偏离程度过高，用户也许会取消当前行程。本章考虑了用户的种种行为，设立了模型假设，建立了风险厌恶情形下考虑偏差路径的随机规划模型，通过对偶理论对模型进行变化，采用 SAA 方法对模型进行求解。本章最后将模型应用于苏福尔斯仿真道路网进行测试，通过数值分析来揭示参数的改变对模型结果的影响。

第五章基于成都温江某区域的实例测试。以成都市温江区某个区域为测试对象，进行算例分析。首先介绍了成都市的城市发展状况和电动汽车行业

的发展现状，然后选定成都市温江区的某个区域作为测试道路网。运用本文所提及的考虑偏差路径的随机规划模型，确定模型参数，得出最优选址方案及充电站的数量，最后对模型中的多个参数进行灵敏度分析，得出相关结论。

第六章结论与展望。这部分在对本文研究工作进行全面总结与反思的基础上提出了对下一步研究工作的展望。

2 充电桩设施选址研究现状

2.1 确定性问题

经典的基于最大化流量覆盖的模型主要由国外学者提出并研究，最早是基于节点假设的模型，其加油需求都是集中于某一交通节点。与基于节点假设不用，基于流量的模型假设加油需求是集中于道路弧上并且以车流的形式经过加油设施。车流捕获选址模型（FCLM）是由 Hodgson 提出的经典的基于流的模型，该模型源于最大覆盖的概念，其目标是定位设施以捕捉尽可能多的交通流，这为处理电动汽车加油站选址问题奠定了基础^[1]。要凯华和李晓等人改进了车流捕获选址模型，考虑司机的出行需求、配电安全性和建设成本因素并引入了 Voronoi 图模型，通过冯洛诺伊图和三点定园模型进行选址，最后使用贪婪算法和弗洛伊德算法求解充电桩选址模型^[2]。然而，该模型的一个缺点是其假设一个单独的加油设施如果存在于一条道路上，那么该加油设施就可以捕捉到一条路径上的所有车流，而不用考虑车辆的行驶距离。实际上，现实生活中车量的行驶距离有限，如果没有多次的充电加油行为是没办法走完里程数较长的行程。为此，Kuby 和 Lim 提出了一种基于车流捕获选址模型的车流加油选址模型（FRLM）。在车流捕获选址模型中，目标仍然是捕获尽可能多的汽车流^[3]。然而，只有当路径上的加油站组合能够确保车辆在不耗尽燃油的情况下完成行程时才能捕捉到流量。因此，与车流捕获选址模型相比，车流加油选址模型是一个更现实的选择。

当然 Kuby 和 Lim 不仅从问题层面改进了车流捕获选址模型，还提出了一个新的可以为给定路径加油的所有节点组合的算法并且证明了贪心算法是次优。后来在流动加油位置模型的基础上又通过允许候选站点沿着弧扩展了该问题^[4]，一共提出了三种方法沿弧添加候选站点来扩展车流加油选址模型：一是路径上的单个站点可以服务路径；二是需要在起点和终点两个顶点建立设施；三是使用添加节点分散问题通过最小-最大和最大-最小方法沿弧线散步候选站点，并且证明了最后一种方法的解决方案更加合理。因为站点位于

节点上的最优性条件仅适用于流量拦截问题，而不适用于距离受限的车流加油选址问题。Capar 等人则在基于弧的问题上扩展了新的车流动加油选址模型，其求解效率比之前的模型更高^[5]，从管理学的角度来看，Capar 等人也提供了一些新的见解，例如在战略关键位置设立充电基础设施可以促进电动汽车的推广；车辆行驶范围会在刚开始成为关键考虑因素且会促成一个个充电设施集群出现，当车辆行驶里程数增长时，里程数会将这些充电集群连接起来成为一个大的充电设施网络。

一些研究人员提出一些新的模型，扩展了车流加油选址模型，他们假设客户为了给他们的车辆加油，会偏离预先计划的行程。因此，偏离最短路径的充电桩选址模型称之为偏差-车流加油选址模型（DFRLM）^[6]。当加油网络稀疏时，这种假设可以更好地反映驾驶员的行为，由于文中提出最大允许偏差范围和特定的偏差惩罚函数会对选址结果有明显的影响，因此路径偏差距离必须是电动车车主们可以接受的。由于偏差-车流量加油选址模型的预处理时间过长，Kim 和 Kuby 紧接着提出了一种求解大规模道路网络问题的网络变换启发式算法，这种变换允许有限的非简单路径在路径的起点或终点以单循环的形式存在，从而允许在事先生成所有可能的偏离路线的情况下进行偏离路线的挑选，并且进一步证明在大规模的道路网络上驾驶员的路径偏差一样会对覆盖的需求产生重大影响^[7]。Xu 等人则在充电逻辑的基础上，扩展了偏差-车流加油选址模型，在有限的预算下确定充电桩的最佳位置，以最大限度的减少驾驶员的里程焦虑。首先开发了一个更为精简的线性规划模型，该模型相比之前的模型不需要在数据输入方面考虑预设充电路径和充电桩的组合。同时使用一种有效的外近似方法进行求解，并对模型进行扩展考虑了例如充电时间和成本等诸多因素^[8]。朱书研和杨斌改进了偏差-车流加油选址模型加入了电动车进入充电站后的等待时间，提出了一个双目标混合整数线性规划模型，在最大化覆盖充电需求和最小化平均等待时间两个目标之间的平衡作为充电桩选址和设定最大容量的指标^[9]。Hosseini 等人在偏差-车流加油选址模型的基础上提出了新的模型定容偏差路径选址模型(CDFRLP)，即电动汽车的容量限制以及驾驶员可能不得不偏离其预定的最短路径以获得加油服务的事实是影响选址问题的两个重要方面，因此考虑每个车站加油的车辆数量有限，并假定客户在需要是会偏离了他们预先的计划。其次，提出

了一种基于迭代的启发式算法来解决大型实例，可以在合理的时间内找到高质量的近最优解^[10]。上述学者的研究表明流量惩罚函数、偏差距离、车辆行驶范围和设施容量都是影响设施最佳位置和覆盖水平的有效因素。

与传统的车流加油选址模型不同，Wang 和 Lin 提出了一种基于流量的集合覆盖模型，用于经济地设置快速加油站例如电池交换站。该模型基于车辆加油逻辑制定，可以确保电动汽车有足够的燃料在节点之间移动，从而实现可行的路径。该模型也可以在一个阶段求解，即它不需要像原始的流动加油位置模型那样预先确定站的可行组合。此外，这种方法不需要每次充电或充电后的电池水平都是满电状态，因此在不同情况下具有更大的灵活性^[11]。Wang 和 Wang 扩展了 Wang 和 Lin 的模型，并通过结合基于流的集合覆盖模型和经典集合覆盖模型来同时考虑城际（路径车流需求）和城市内旅行（节点需求）提出了一个双目标模型^[12]。Wang 和 Lin 考虑设施预算约束、多种类型的充电站和车辆路径行为扩展了基于流量的集合覆盖模型，提出了具有最大覆盖和集合覆盖特征的更通用的模型，建立了多等级充电桩选址模型以定位多种类型的充电桩。假定消费者会依据可充电时间来选择合适的充电方式，包括慢速充电、快速充电和电池交换站，通过这种方式确定充电位置并最小化建设和充电成本^[13]。

扩展车流加油选址模型的另一个研究方向是考虑随着时间的推移逐步提供充电基础设施。实际上，电动汽车的市场规模并不是一成不变的。相反，它会随着时间的推移而增长，同样也不可能较短的时间内建设大量的充电站，充电服务商将不得不逐步建设充电站。Cavadas 等人解决了在城市环境中不将电动汽车行驶范围作为影响因素来进行电动汽车充电站选址的问题。考虑将一天划分为时间间隔来进一步发展该模型，以便在解中考虑高峰时段的影响。通过扩展已有的线性模型，考虑需求随旅客活动的转移，构造了一个需求最大化的混合整数规划^[14]。

与此同时也有许多国内外学者关注如何最大化经济效益。从国外学者角度来看，Huang 等人开发了一种多路径加油选址模型(MPRLM)。作者认为用户可以利用网络上所有 O-D 对之间的多条偏差路径，而不是仅使用一条最短路径。将模型应用于 25 节点道路网和苏福尔斯仿真道路网中进行检验，最大限度地降低了在道路网络上建立新充电桩的总成本，而不会太大影响用户的

便利性^[15]。Asamer 等人提出了城市出租车车队充电站选址的决策支持方法。作者的模型着眼于获得最佳区域，而不是充电设施的准确位置，在确定选址的最佳区域后，可以从现实角度从区域里选择一个合适的地方用来作为充电桩。模型中环境条件、法律问题、电力容量和可用空间等这些其他因素的限制会影响比较大^[16]。Yang 和 Sun 提出了一种电动汽车充电桩和路径选择模型。提出了两种启发式算法来解决里程限制下的充电桩位置确定和电动汽车路径选择问题，其中先是使用扫描算法求得初始的充电桩位置，进而使用迭代贪婪启发式算法求解，最终使用自适应大邻域搜索启发式方法确定由位置子问题生成的车辆路径^[17]。Schneider 等人则在 Yang 和 Sun 的基础上使用扩展的自适应大邻域搜索算法改进了提出的电池交换站选址问题的解决方案，在降低充电桩数量的基础上保证了覆盖需求量，以此最大限度地降低旅行成本和投资成本^[18]。

国内学者例如杨磊和郝彩霞等设计了分别在不充电、充电、换电三种情景下的路径选择和充电选址模型，改进了遗传算法求解路径规划和选址模型，以达到用电成本、车辆出行固定成本和机会成本总和最小的目的。最终得出结论配送时间充足时，普通充电成本更低；当配送时间不足时，使用快充或者换电模式可以降低成本^[19]。谢远德和张邻针对充电桩定容模型建立了基于 Voronoi 图方法的充电站选址模型，并用实例分析验证规划方法的可行性^[20]。孙智勇和宁爱兵为了最小化充电站建设总费用，设计了上下界子算法以及降阶子算法，基于两种设计的算法得到可以减少模型时间复杂度以及问题规模的分支定界算法^[21]。张强和毛清华改进了充电桩选址中的传统智能优化算法，改进了收敛精度不高等缺陷，提出了飞蛾火焰算法求解模型^[22]。

随着充电桩建设的推进，在选址决策中考虑未来充电需求的不确定性变得愈加必要。因此近年来，不确定充电需求情形下的电动汽车充电桩选址问题逐渐受到学者们的关注。现有文献对不确定性充电桩选址的优化范式主要包括鲁棒优化、随机优化、分布鲁棒优化^[23]。

2.2 鲁棒优化

鲁棒优化假设仅知充电需求可能取值的集合（亦称不确定集），并最小化最坏情况下能够满足的充电需求。1973年 Soyster 将鲁棒优化的思想运用于求解线性规划中的不确定问题中^[24]，为解决设施选址中的不确定问题打开了新的大门。为解决鲁棒优化的过分保守性，Ben-Tal 和 Nemirovski 提出了椭球不确定集^[25]，Bertsimas 和 Sim 提出了预算不确定集^[26]。Mulvey 等人基于情景集优化问题的模型及求解方法^[27]。Baron 针对需求的不确定设计了多周期的鲁棒优化选址模型，将充电需求描述为有界对称的多维盒子内的需求和多维椭球内的需求，最终得到结论：箱型不确定性和椭球形不确定性情况都可以比确定性需求的解有着显著的改善^[28]。Conde 等人建立了一个需求不确定的鲁棒优化模型，用多项式算法对其进行求解，并以最小化目标函数中可能发生的最坏情况损失来确定充电桩设施的具体位置，设施选址问题本身具有多阶段决策的本质^[29]。由于其计算具有复杂性，因此两阶段鲁棒优化应用最为广泛。Schiffe 等人使用客户充电模式集合描述不确定性，将两阶段鲁棒优化应用于设计带有时间窗的充电网络，为了解决大尺寸以及具有大量场景的实例，提出了自适应大领域搜索算法进行车辆路径以及充电桩选址的决策^[30]。

王保华和何世伟采用遗憾最小化准则构建了不确定情况下的物流中心的选址优化模型，利用枚举法和遗传算法进行求解和算例测试^[31]。孔顺飞等人考虑了配电负荷和分布式电源的因素，提出了含主动配电的两阶段鲁棒优化模型，并采用了列生产和 Benders 分解法进行求解^[32]。除了两阶段的鲁棒优化，也有学者致力于设计高效的算法来快速求解问题。罗太波等人克服了求解时间复杂度会随需求点数量的增加而呈指数增长的问题，设计了使最大负荷量的最大后悔值最小的求解算法^[33]。赖志柱等人设计了一种通用的混合蛙跳算法，结合将多目标转变成单目标问题的方法，高效求解选址模型^[34]。虽然某些情况下鲁棒优化能进行充电桩选址以及路径规划的求解，但所得决策可能过度保守，与实际生活中人们对待风险的态度不完全相符。

在鲁棒优化的基础上为了解决优化结果可能过于保守的问题，分布式鲁棒被提出。分布鲁棒优化则是假设仅能获知部分分布函数信息，据此构建概率分布的模糊集，解决了随机规划方法中原始数据不易寻找和数据的随机分布难以确定的问题，与此同时还最小化最坏概率分布情况下期望负效用。从优化问题角度来看：Zhang 等人扩展了经典的偏差路径加油选址模型，认为电动汽车交通流时具有基于均值协方差信息的分布集的特征，因此提出了一种同时考虑不确定电动汽车车流和驾驶员路径选择行为的分布式稳健偏离流加油选址模型(DR-DFRL)，证明了分布式稳健偏离流加油选址模型可以等价地重新表述为一个混合整数非线性优化问题，在此基础上提出了两阶段分布鲁棒优化模型并进一步提出了一种外逼近算法^[35]。Xie 等人将不确定充电需求描述为围绕经验分布的一组不精确分布并通过参数校准不精确性，构建了一个两阶段的选址模型，第一阶段通过蒙特卡罗模拟获得单个车辆需要充电服务的位置，并提供交通需求和电池数据；提出了一个整数规划模型，从潜在的候选者中确定充电站的最优选址；第二阶段提出一个分布式鲁棒优化模型，对每个充电站的可再生能源和储能单元的容量进行了优化^[36]。从优化方法论角度来看：Bertsimas 和 Shtern 利用分布鲁棒优化来提升了 SAA 的样本外性能^{[37][38]}，并在此基础上提出了两阶段样本鲁棒优化的多策略近似方法，相比经典的 SAA 方法其在第一阶段产生的决策可行性渐进更优^[39]。相对于传统的机会约束规划，分布式鲁棒优化可以解决充电桩选址问题中的各种分布本身的不确定性问题。因此，在大数据时代，历史数据越多，经验分布的准确性越高，该范式会得到更快的发展。

2.3 随机优化

随机优化假设充电需求的分布函数给定并最大化所覆盖的充电需求的期望效用。即使分布函数已知，求解随机优化一般也是 NP 难问题^[40]。因此，研究者常用采样平均近似法进行逼近^[41]。最开始的学者在分析中使用随机车流捕获选址模型，他们只是假设在一个小规模的仿真网络里面有几个随机电动汽车流量。Wu 和 Sioshan 则是在车流捕获选址模型的基础上，设计了新的随机车流捕获选址模型(SFCLM)，扩展了不确定情况下的场景数量，以最大

化捕获电动汽车数量期望值为模型目标函数，一共设定了 1000 个场景下的电动汽车数量。最终使用一个基于俄亥俄州中部的案例来表明研究结果，即如果要建造有限数量的充电站，SFCLM 将优于确定性模型^[42]。Sathaye 和 Kelley 使用密度函数表示不确定的充电需求。他们提出了一种连续优化方法来寻找最优站点密度，而不是确定公路网上的精确位置^[43]。由于设施选址问题具有多阶段决策的本质，因此所涉及规划的模型也分为两种，一种是两阶段随机规划：Fazeli 等人提出一个两阶段随机优化模型，将电动汽车停站时间、电池电量、工作日和周末的交通状况等考虑为随机变量。采用样本平均逼近法，渐近收敛于最优解，同时还提出了一种外近似分解算法以解决大规模实例的计算挑战^[44]；Frade 等人最大化需求覆盖为目标，建立了两阶段随机规划模型来确定规划区域内充电站的位置和充电桩所能承受的标准容量^[45]；贾龙等人则是根据电动汽车的电池荷电状态来确定需求的分布。第一阶段考虑充电桩和高速公路出入口之间的距离，采用启发式算法获得候选站址，第二阶段以最小化建设成本和接电网成本确定最优的充电桩建设位置；另一种是多阶段随机优化：Chung 等人基于流动充电站选址模型，提出三种方法建立了充电桩选址战略规划的多周期优化模型并用韩国高速公路进行测试和比较^[46]。Li 等人在 Chung 等人的基础上提出了一种多时段多路径加油选址模型，扩展公共电动汽车的充电网络，以动态满足电动汽车市场增长下的出行需求。模型捕捉了网络拓扑结构中的动态变化，从空间和时间两个维度确定了具有成本效益的站点铺设方案。将多周期选址问题描述为混合整数线性规划问题，并采用基于遗传算法的启发式算法进行求解^[47]。Zhang 和 Kang 在前两者的基础上细化了动态需求的定义，包括将电动汽车流量需求增长定义为路径上充电机会的函数，以及独立于充电基础设施的自然需求增长。开发了多周期电容流量充电设施选址模型，用启发式算法求解并应用于实际道路网进行测试^[48]。

此外，还有其他学者赋予了充电桩选址问题更新颖的背景，例如 Jung 等人提出了排队延迟情景下的选址模型^[49]，提出了一种新的设施定位模型和解决算法，将上层多服务器分配模型与排队延迟和低级调度相结合，并将其具体应用于韩国的一个共享出租车车队，为车队充电站选址提供方案。实验结

果表明，该模型不仅能够定位具有随机动态行程拦截和队列延迟的充电站，并且对队列延迟、出租车服务总运行时间和总体服务水平都有改进；Brandstatter 等人解决了电动汽车共享系统的选址优化问题，在一个预定义的规划期间来最大化从接受旅行中获得的预期利润，并将其应用在维也纳的具体案例中，实验结果证明这种精确算法适用于中等规模的充电桩选址案例中^[50]。Davidov 等人提出了一种基于充电可靠性和服务质量要求的随机优化模型，可用于电动汽车充电基础设施的长期发展规划^[51]。Wang 和 Lin 使用博弈模型分析了充电负荷对充电边际定价（即批发电价）的潜在影响，并表明在现有的充电基础设施下，即使是因为充电引起的小负荷增加，也可能对充电边际定价产生重大不利影响^[52]；Wu 等人建立了集中快速充电控制的两阶段随机方案，采用基于蒙特卡罗的采样方法对模型进行求解^[53]；Gusrialdi 等人研究了高速公路沿线收费网络的最优运行问题，提出了一种结合协同控制策略的分布式调度算法^[54]。

表 2-1 相关代表性文献总结与统计

文献	需求描述	优化范式	优化目标	求解算法	算例验证
Kuby 和 Lim ^[3]	确定值	整数规划	最大化能覆盖的电动车流量	分枝切割法	仿真网络
Yong xi Huang 和 Sheng yin Li	确定值	整数规划	最小化建设成本	单纯形法	仿真网络
Michael 和 Markus ^[50]	随机变量	随机规划	最大化充电桩运营利润	启发式算法	真实道路网络
Fazel 等人 ^[44]	随机变量	随机规划	最大化能覆盖的电动车流量期望值	近似算法	真实道路网
Chung 和 Kwon ^[46]	随机变量	随机规划	最大化能覆盖的电动车流量期望值	分支切割法	真实道路网 仿真网络
Li 和 Mason ^[47]	随机变量	随机规划	最小化建设成本	遗传算法	仿真网络， 真实道路网
Jung 和 Chow ^[49]	随机变量	随机规划	最小化总充电时间	遗传算法	真实道路网络
Gusrialdi 等 ^[54]	均值与协方差	分布鲁棒优化	最小化最坏情况下投资利润	外部近似算法	真实道路网
Bertsimas 和 Shtern ^[39]	不确定性集	分布鲁棒优化	最小化最坏情况下运营成本	外部近似算法	真实道路网

Xie 等人 ^[36]	上下界及均值	分布鲁棒优化	最大化最坏情况下能覆盖的电动车流量	二分法, 标签设定算法	真实道路网
Sanchari 和 Karuna ^[55]	不确定集	鲁棒优化	最小化建设成本	CSO-TLBO 算法	仿真网络, 真实道路网
Schiffer 等 ^[30]	不确定集	鲁棒优化	最小建设成本	自适应大邻域并行搜索算法	真实道路网
杨磊, 郝彩霞 ^[19]	确定值	整数规划	最小化建设成本	遗传算法	仿真网络
严干贵, 刘华南 ^[57]	确定值	整数规划	最小化建设成本	粒子群算法	真实道路网
付凤杰, 方雅秀 ^[56]	确定值	整数规划	最大化运营利润	遗传算法	真实道路网
孔顺飞, 胡志坚 ^[54]	不确定集	鲁棒优化	最小化建设成本	Benders 分解	仿真网络

与随机优化、鲁棒优化用各种方法来模拟不确定变量不同的是, 还有用数据驱动的方法来代替仿真近似。杨珍珍和高自友通过分析海量的位置数据提炼出存在大量充电需求的位置, 同时依据起点和终点位置将地图划分为等间隔的网格, 将有充电需求的位置与网格联系起来并选择充电桩的位置^[59]。Yang 等人用在北京调查得到的数据证明了充电时间、充电站位置等充电站属性对电动汽车驾驶员的决策过程有显著影响。结果还表明, 司机更倾向于选择充电站充电时间短、离起点更近、与行驶方向一致的路线^[60]。Taylor 等人在大量汽车驾驶数据的基础上进行了统计水平的分析, 估计了充电需求的分布并以此进行设施选址的规划^[61]。Ashtari 等人则在 Taylor 的基础上引入的新随机方法更准确地捕获了车辆出发、到达和行驶时间的关系, 以此提高了充电需求预测的准确度^[62]。罗思杰等人则挖掘了电动汽车轨迹数据, 找到了可以提供给电动汽车长时间停留点。对停留点进行地图匹配, 筛选掉在道路上的停留点。然后对非道路区域停留点进行聚类, 将电动车停留密集区域作为充电桩可以建设区域^[60]。除此之外, 还有一些学者着眼于公共电动汽车的充电问题, 采用数据驱动和排队论结合的办法来进行设施选址的规划: 邓昌棉和张勇基于 M/M/K 排队模型提出电动出租车在充电站处排队模型, 建立行驶距离最小的充电站选址优化模型及遗传求解算法^[63]。杨晓东等人收集了北京市 87 辆私家车的行驶轨迹记录, 结合 P 中值模型和贪心算法求解了充电桩选址模型^[64]。高建树和王明强等人在机场推行电动汽车的背景下设计了以最小

化充电桩建设和电动汽车运行费用为目标函数的优化模型，并使用了遗传算法对其进行求解^[59]。

综上所述，经典的随机规划充电桩选址问题(1)忽略了决策者风险态度的影响，(2)一般而言为 NP 难问题，(3)须知未来充电需求的概率分布。为了解决上述难题，本文拟引入金融风险管理领域的条件风险价值这一风险测度，对不确定性需求用概率分布进行描述，继而提出一种风险厌恶情景下的充电桩选址优化模型。探索其在一类设施选址问题中管理学上的表现，完善该领域的理论体系，并在实践方面帮助风险厌恶的决策者做出具有抗风险能力的充电桩选址决策。

3 风险厌恶情景下基于最短路径的充电桩 选址模型

本文的模型在给定的道路网内确定固定数量的充电桩的位置，以最大限度地提高充电站网络可服务的电动汽车的预期数量。假设场景为充电桩基础设施正在建设，因此我们的模型考虑了电动汽车流量的不确定性。此外，本文考虑了有限的电动汽车里程和驾驶员偏离预期最短路径使用充电站的行为。

3.1 条件风险价值的阐述

CVaR(条件风险价值)是在 VaR(风险价值)的基础上发展出来的一种投资风险计量方法。VaR 作为风险计量方法不仅具有概念简单、易于沟通和理解的优点，而且为不同金融工具构成的复杂的投资组合提供了一个统一的、综合性的风险测量框架。然而，许多实证研究表明，VaR 方法具有其本身无法克服的缺陷。因此，Rockafellar 和 Uryasev 等人^[65]在 2000 年提出了 CVaR：指投资组合的损失大于某个给定的 VaR 值的条件下，该投资组合损失的平均值。紧接着他们提出了 CVaR 的非线性凸重构公式^[66]。

本文运用 Rockafellar 和 Uryasev 所提出的 CVaR 公式应用于具体的充电桩选址问题进行模型的构建、变换以及求解。同时本文考虑到在建设充电桩初期，因为基础设施建设初期资金的投入大，为了达到更好的经济效益以保证充电桩的平稳运营，所以在建立模型时加入了条件风险值因素，即在众多模拟的情景下，选择充电桩设施组合能够服务电动汽车数量最少的一些情景，以求这些情景服务数量的均值最大。从管理者角度出发，如果管理者是持较为保守的态度，希望能够提高充电桩组合最低能够覆盖汽车数量，在充电需求快速变化的时期依旧能保证充电桩设施的平稳运营，那么本文的模型对于充电桩建设的计划以及接下来充电桩运营最低成本的初步核算都会提供有力的帮助。

3.2 模型假设

假设 1: 最短路径。每辆电动汽车在道路网上都是沿着最短路径在行驶。

假设 1 说明电动汽车车主们有完善准确的信息，选择最佳的路线到达终点站。即我们通过将最短路径模型应用于道路网络来确定每辆电动汽车在行程链上行驶的路线。由于车载导航的大规模应用以及路线规划技术的愈发成熟，这种选择最短路径为驾驶路线的行为在未来会非常普遍。

假设 2: 途中充电。仅考虑每天最多需要一次电池充电的电动汽车。

假设 2 是基于这样一个事实，即很少有电动汽车会每天充电超过一次用于日常交通。现在的充电技术虽然已经有快充，但大多数人的选择还是在日常出行中选择最多充一次电以便不影响其他的日常活动。同时，对多个加油站进行建模将加大建模和计算复杂性。将我们的方法扩展到包括需要多个加油站的更长行程，可以在未来的研究中进行。

假设 3: 对于电动汽车能够被服务的定义。

我们认为如果电动汽车能够到达路线中的某一点并且此时剩余电量 ≥ 0 ，如果这个点有充电桩那么这个电动汽车能够被充电桩服务。

3.3 模型建立

我们将这个问题表述为两阶段随机线性优化问题。第一阶段确定一定数量的充电桩。这样做的目的是最大限度的增加充电桩网络能够“捕获”的电动车的数量，这里的捕获意味着如果一辆电动车的电量过低，需要去充电桩进行充电之后才能进行一个旅程，在此基础上，这辆车能够完成充电行为，那么这辆车被充电桩捕获并可以进行充电。模型的第二阶段确定有多少车辆可以被充电桩捕获，即能够被充电桩服务。第二阶段建模的场景代表了不确定的电动汽车需求量，以便能够做出决策。本文模型有三个重要的数据输入：(1)路网中不同行程链上的电动汽车流量，这里的电动汽车流量用随机分布函数生成。(2)一组可以建立充电站的候选地点。(3)模拟电动汽车的出行路径，

即关于行程链的假设。我们对行程链的定义与 Kang 等人文章^[67]中介绍的类似。

为了建立基于最短路径的随机规划模型,我们首先介绍如下的参数和集合:

Q : 道路网上行程链索引的集合;

K : 道路网上候选充电桩集合;

N_q : 在行程链 q 上能够服务电动汽车的充电桩集合;

p : 在给定区域内计划建设充电桩的最大数量; 以及

\tilde{f}_q : 行程链 q 上的电动汽车数量

这里的 \tilde{f}_q 是第二阶段的参数,在第一阶段是随机的。我们还定义了决策变量:

x_k : 0-1变量, 如果充电桩在 k 建立则为1, 不然为0; 以及

y_q : 0-1变量, 如果行程链 q 上的电动汽车能够被充电桩服务则为1, 不然为0

接着, 基于最短路径的随机规划模型按如下建立:

$$\max \quad CVaR \ g(x, \tilde{f}) \quad (3-1)$$

$$s. t. \quad \sum_{k \in K} x_k \leq p \quad (3-2)$$

$$x_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in K \quad (3-3)$$

其中:

$$g(x, \tilde{f}) = \max \sum_{q \in Q} \tilde{f}_q y_q \quad (3-4)$$

$$s. t. \quad \sum_{k \in N_q} x_k \geq y_q \quad \forall q \in Q \quad (3-5)$$

$$y_q \in \{0,1\} \quad \forall q \in Q \quad (3-6)$$

第一阶段目标函数(3-1)最大化充电桩网络能够捕获电动汽车数量的 CVaR 值，即最大化充电桩设施组合在最坏情景下满足充电需求的均值。该目标值也由第二阶段问题的最优值来定义，第二阶段的约束包括(3-5)~(3-6)。第一阶段的约束包括：约束(3-2)限制了的充电桩的最大数量；约束(3-3)为整数约束。

3.4 模型变化与求解

模型的求解需要第二阶段中的场景来提供数据，每个场景表示可能的电动汽车数量，但在第一阶段这些场景是未知的。如前面所述，第二阶段的电动汽车数量输入是由分布函数来生成的，与此同时也生成了许多的场景。因此，如果模型包含每个场景，那么模型会很难处理。我们应用了样本近似均值法（SAA）来求解模型，即期望值函数由相应的样本平均函数逼近。求解得到的样本平均优化问题，并重复此过程多次，直到满足停止准则。第二阶段问题由随机抽样产生并确定样本容量大小，以实现第一阶段的目标函数。

为了应用SAA方法，我们首先定义 $f^1, f^2, f^3 \dots f^m$ 作为随机向量 \tilde{f} 中的 m 个数量的随机样本。在考虑了 CVaR 情况后，样本平均函数被定义：

$$\max \min \left\{ \frac{1}{\alpha m} \sum_{\omega=1}^{\alpha m} g(x, f^\omega) z_\omega : z_\omega \in \{0,1\}, \omega \in M, \sum_{\omega=1}^{\alpha m} z_\omega = \alpha m \right\}$$

其中 $M = \{1,2, \dots, m\}$ ，并且定义了一个决策变量：

z_ω ：一个 0-1 变量，如果选择了充电桩组合服务水平最坏的情景之一则为 1，否则为 0。

$$\min \quad \frac{1}{\alpha m} \sum_{\omega=1}^{\alpha m} g(x, f^\omega) z_\omega \quad (3-7)$$

$$s. t. \quad \sum_{\omega=1}^m z_{\omega} = \alpha m \quad (3-8)$$

$$-z_{\omega} \geq -1 \quad \forall \omega \in M \quad (3-9)$$

$$z_{\omega} \geq 0 \quad \forall \omega \in M \quad (3-10)$$

上述式子当中， x 是第一阶段的解，由约束(3-2)~(3-3)来定义，并且 x 对于随机样本 $f^1, f^2, f^3 \dots \dots f^m$ 来说是不变的。目标函数(3-7)表示的是最大化最坏情况服务电动汽车数量的均值。约束(3-8)表示一共选择了 αm 个最坏的情景，其中 α 是一个大于0小于1的实数。接着我们对上述模型求对偶模型并加入之前第二阶段问题的约束：

$$max \quad \alpha m s - \sum_{\omega=1}^m \beta^{\omega} \quad (3-11)$$

$$s. t. \quad s - \beta^{\omega} \leq \frac{1}{\alpha m} \sum_{\omega=1}^m f_q^{\omega} y_q^{\omega} \quad \forall \omega \in M, \forall q \in Q \quad (3-12)$$

$$\sum_{k \in K} x_k \leq p \quad (3-13)$$

$$\sum_{k \in N_q} x_k \geq y_q^{\omega} \quad \forall \omega \in M, \forall q \in Q \quad (3-14)$$

其中 s 和 β^m 分别是约束(3-8)和(3-9)的对偶变量，约束(3-13)~(3-14)分别是第一阶段和第二阶段的约束。对上述模型求解,可以得到 x 和 y 的最优解 x_k^* 、 y_q^* ，代入 $g(x, \tilde{f})$ 可以得到每个情景的充电桩组合能够服务的电动汽车数量，同时也可以得到众多情景中服务电动汽车数量的均值和方差等指标。

3.5 实验结果对比

为了验证该模型并证明其适用性，我们在著名的测试网络苏福尔斯仿真道路网络(如图 3-1 所示)上实现了该模型。圆圈中的数字表示节点索引。节点之间链接上的数字表示不同单位的测试距离。我们将在第一节展示实验结果，在用一个具体的分布函数模拟需求量的情况下，将考虑风险厌恶的随机规划模型的结果与确定性车流捕获选址模型进行对比，以说明我们的模型在 CVaR 和服务水平最小值指标方面比确定性模型更好，也更加容易为实际情况中风险厌恶型管理者提供支持。第二节，本章将进行灵敏度分析的描述，将第一节使用的分布函数扩展到其他类型的随机分布函数来对需求模拟。在此基础上，我们还将模型中的参数改变以证明我们的模型在很多其他需求情况下相比确定性模型依旧有更好的表现。

苏福尔斯网络是一个闭环网络，其中每个节点与至少两个其他节点相互连接。在数值研究中，我们假设所有的节点都是候选的。在用随机分布函数模拟 \tilde{f} ，即电动汽车数量的时候，我们选用了三种分布函数来进行模拟，包括：均匀分布、对数正态分布和两点分布，同时本文设置电动车行驶范围 $R = 160$ 。求解上述的模型包括两个步骤：(1)利用 Dijkstra 算法求得路径点之间的最短路径并利用算法求得每条路径上的合适候选站点集合。(2)使用 Python 计算机编程语言在 Gurobi 数学规划优化器 9.1.0 版本中编程并求解

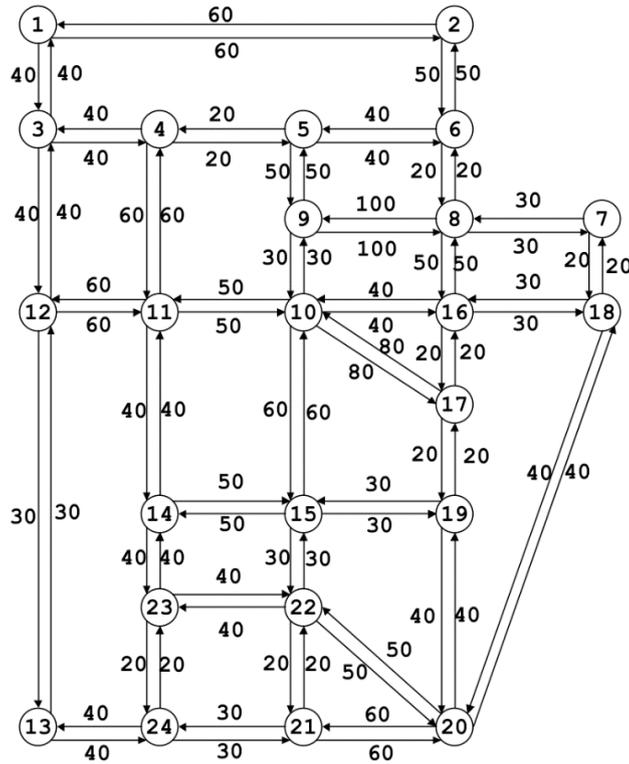


图 3-1 苏福尔斯道路网络

为了建立对照模型，我们定义 $\bar{f}_q = \mathbb{E}[\tilde{f}_q]$ 作为对照模型中需求量的期望值，确定性模型建立如下所示：

$$\max \sum_{q \in Q} \bar{f}_q y_q \quad (3-15)$$

$$s. t. \quad \sum_{k \in N_q} x_k \geq y_q \quad \forall q \in Q \quad (3-16)$$

$$\sum_{k \in K} x_k \leq p \quad (3-17)$$

$$y_q \in \{0,1\} \quad \forall q \in Q \quad (3-18)$$

模型中所用的参数 Q 、 K 、 N_q 、 p 、 x_k 、 y_q 与 3.2 节中描述的一致。目标函数(3-15)根据每个出行链上的预期电动汽车流量，最大化所建充电站网络捕获的电动汽车数量。对照模型的约束对应于确定性的类似约束(3-17)限制了已建车站的数量，约束(3-16)定义了已经在路径上已经建立充电桩的情况下才能捕获的电动汽车，给电动汽车提供服务。约束(3-17)和(3-18)则让确定性模型更加完善。

众所周知，随着 SAA 问题中样本数量不断增加，计算的精度也会提高，但模型的情景数量会呈现指数级增长。因此，精确计算的难度会变得很大，所以我们定义 \bar{f}_q 作为样本均值来代入目标函数(3-15)进行计算。经过大量的计算实验之后。我们决定从训练集中选择 5000 个样本，选择了均匀分布函数来模拟需求量的变化。当我们设置 $\alpha = 0.70$ 时，即一共会随机对 3500 个样本求均值并且最大化均值。其结果如图 3-2 所示：

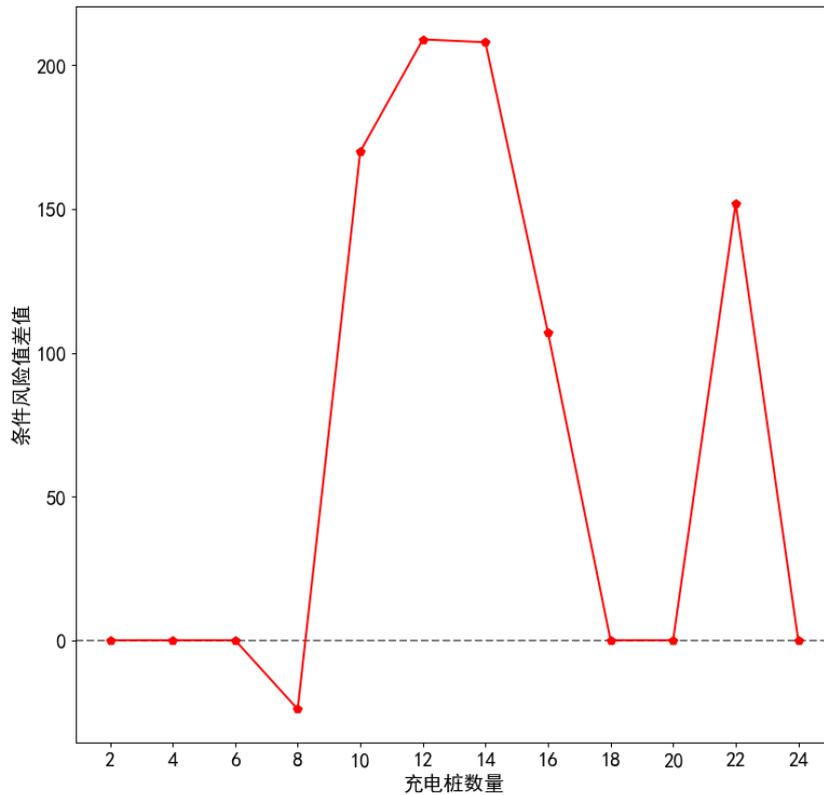


图 3-2 条件风险值指标结果

这里展示的是两个模型在 CVaR 指标上的差异，当差值点的纵坐标值为 0 的时候，表示两个模型在这个指标上几乎没有差异，当点的纵坐标值大于 0

的时候表示风险厌恶模型比确定性模型的表现更好。图 3-2 中显示当 $p=10$ 、12、14、16、22 时差值点都在零轴线上，总体看来，在零轴以上的点比在零轴以下的点多的多。在一共 5000 个样本中对照模型 3500 个最坏情况样本的均值在不同的 p 值情况下比对照模型要更好。特别是当 p 为 12 的时候，模型的差值达到最大。以上是 CVaR 指标的对比情况，图 3-3 展示的是样本中最小值的对比情况：

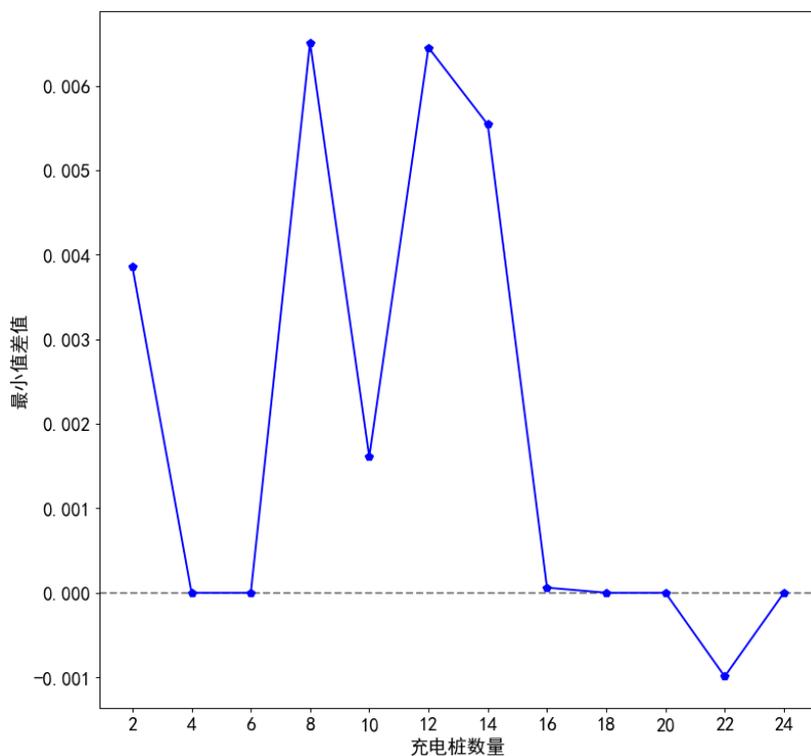


图 3-3 最小指标结果

图 3-2 与图 3-3 相似，如果点在零轴以上那么考虑风险厌恶的随机规划模型在最坏情况下的电动汽车服务比例比对照模型要高。当 $p=2$ 、8、10、12、14 时，考虑风险厌恶的随机规划模型的表现比对照模型要更好，尽管差值看上去不是很大，但如果差值乘以道路网上 552 个 O-D 对（也是苏福尔斯道路网上 O-D 对的总数）上所有的电动汽车总数，那么这个差值会是一个不容忽视的数字。例如当 $p=16$ 时假设网络一共有 20 万辆电动汽车有充电需求，那么考虑风险厌恶的随机规划模型会比对照模型多满足 2000 辆电动汽车的需求。从现实意义的角度来说明，如果管理者希望新建充电桩设施能够服务的最少

汽车数量比较高以此来保障前期平稳运行的话，那么考虑风险厌恶的随机规划模型相比对照模型在提高捕获汽车数量下限方面会表现更好。

3.6 灵敏度分析

当我们改变 a 的值，将 a 设置为 0.85、0.90、0.95 和 1.00 进行实验，用均匀分布函数模拟需求 \widetilde{f}_q 得到图 3-4 的结果。以图 3-4.a 为例，图中展现的是 a 为 0.85 的结果，图中的竖条表达的是当充电桩的总数为 p 时，本文的风险厌恶态度的随机规划模型与确定性模型在 CVaR 指标上的差值，纵坐标的单位是辆，同理其他子图的纵坐标表达的意思是一样。

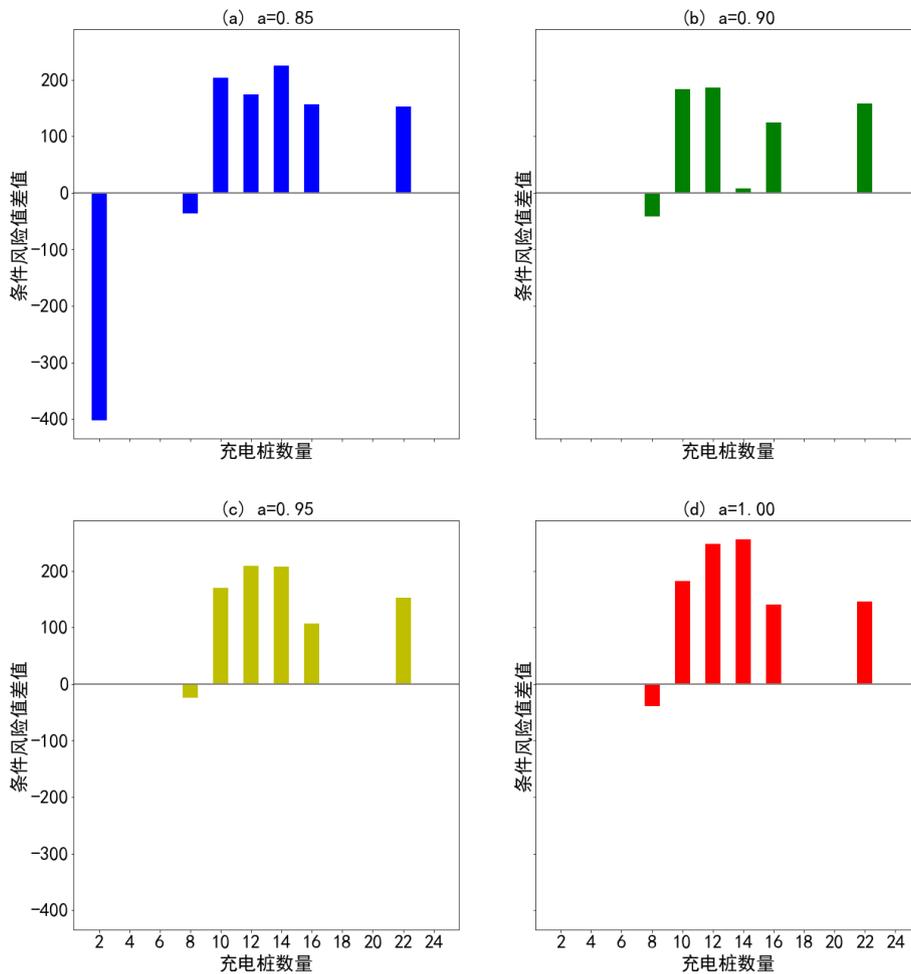


图 3-4 条件风险值指标结果对比

当竖条在零轴以上的时候表示考虑风险厌恶的随机规划模型与对照模型的结果要好，相反条形向下并且在零轴以下的时候，表示考虑风险厌恶的随机规划模型的结果值比对照模型的结果值要小。特别的，竖条的高度代表了差值的大小，例如图 3-4.a 中当 $p=14$ 时的竖条相比其他在零轴以上的竖条更加高，这就意味着 $p=14$ 时是考虑风险厌恶的随机规划模型在 CVaR 指标上表现最好的时候。同理，竖条向下且延伸的很长，意味着对照模型比考虑风险厌恶的随机规划模型要表现的更好。最后指出，当一个 p 值对应的位置没有竖条就说明此时两者并没有差异。

从图 3-4 整体来看，在 CVaR 指标中，无论 α 取四个值中的任意一个， $p=10、12、14、16、22$ 时本文的模型比确定性模型表现要好很多。特别的，当 $\alpha = 0.85$ 且 $p = 2$ 时本文的模型表现并没有确定性模型好。总体上来看本文的模型在大部分 p 值的情况下要比对照模型表现更好。在另一个最小值指标上的实验结果如图 3-5 所示，整体上看，当 $p=8、10、12、14、16$ 时本文的模型比确定性模型表现要好，也就是说考虑风险厌恶的随机规划模型比对照模型的表现这一指标上同样好很多。

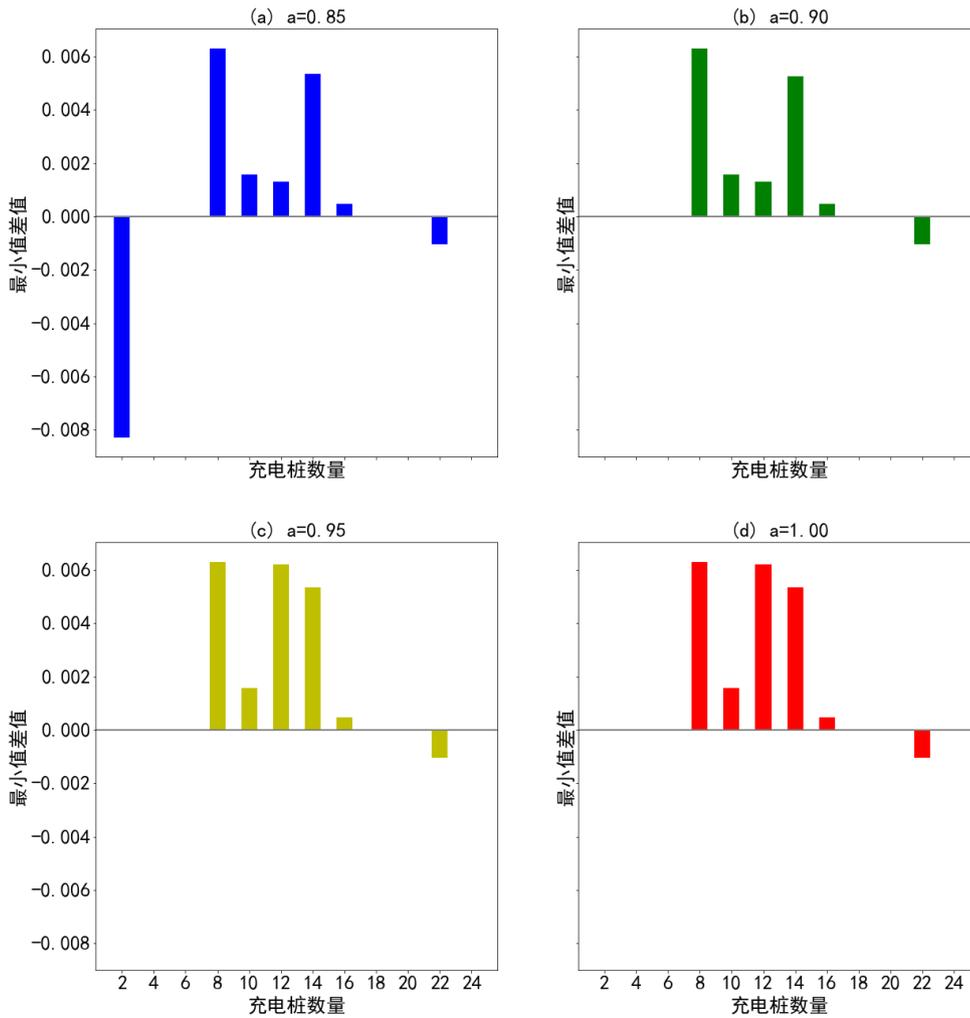


图 3-5 最小值指标结果对比

我们不仅使用了均匀分布函数来进行实验，还使用了对数正态分布函数来进行实验，并将其结果用图 3-6 和图 3-7 展示出来。其中可以很明显的看出，在用对数正态分布函数来模拟随机充电需求量的情况下，当 $p=8、10、12、14、16$ 时， α 取不同的 4 个值，考虑风险厌恶态度的模型比确定性模型在条件风险值的指标上表现的更好。从管理学角度来讲，管理者在运用本文提出的模型建设充电桩基础设施后，即使是处于充电需求比较低迷的时期，设施组合也能够服务更多的电动汽车数量。同理，如图 3-7 所示当 $p=6、14、16$ 时，在设施能够服务电动汽车数量最小值的指标上，本文的模型表现的比确定性模型要好，当 p 为其他值时，本文表现也基本和确定性模型一样。综合

所有 p 的取值，本文模型表现在绝大部分情况都比确定性模型要好。这也意味着充电需求量的更加稳定以及运营充电桩设施组合的风险更低。

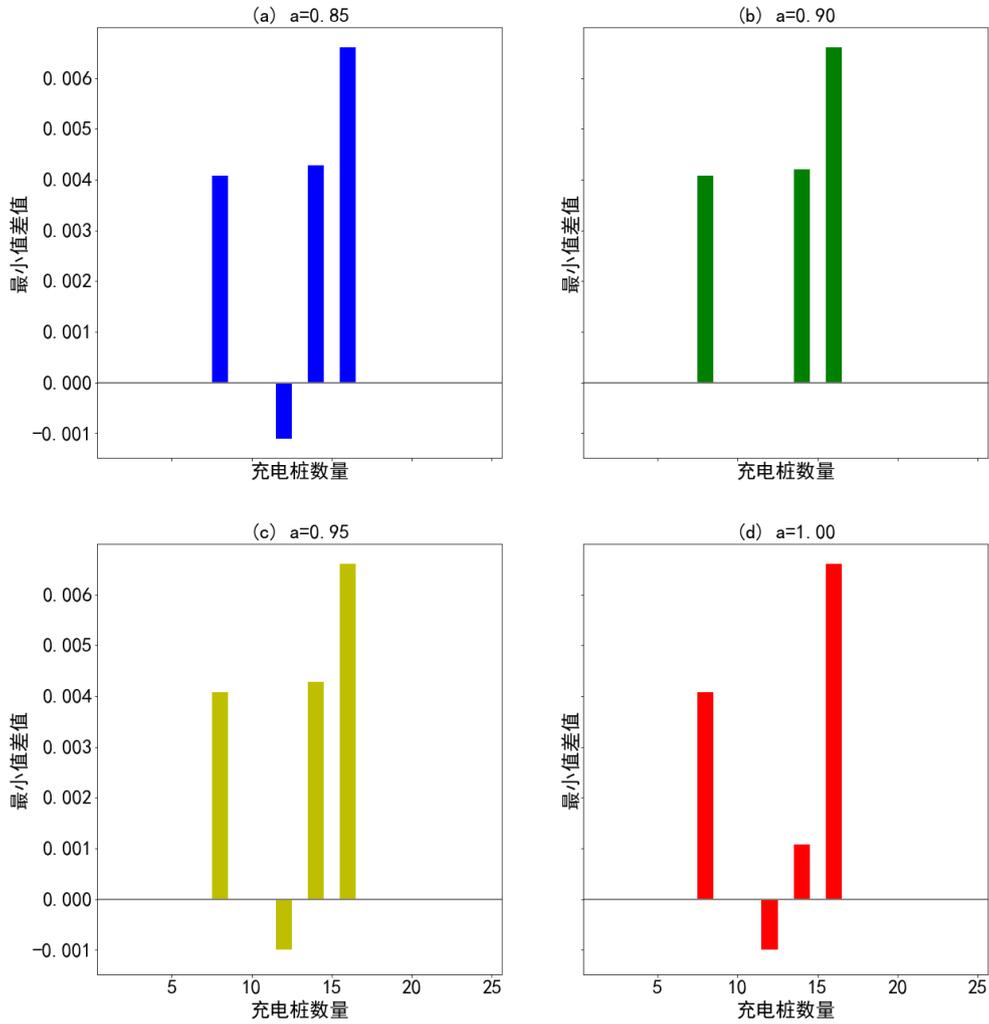


图 3-6 最小值指标结果对比

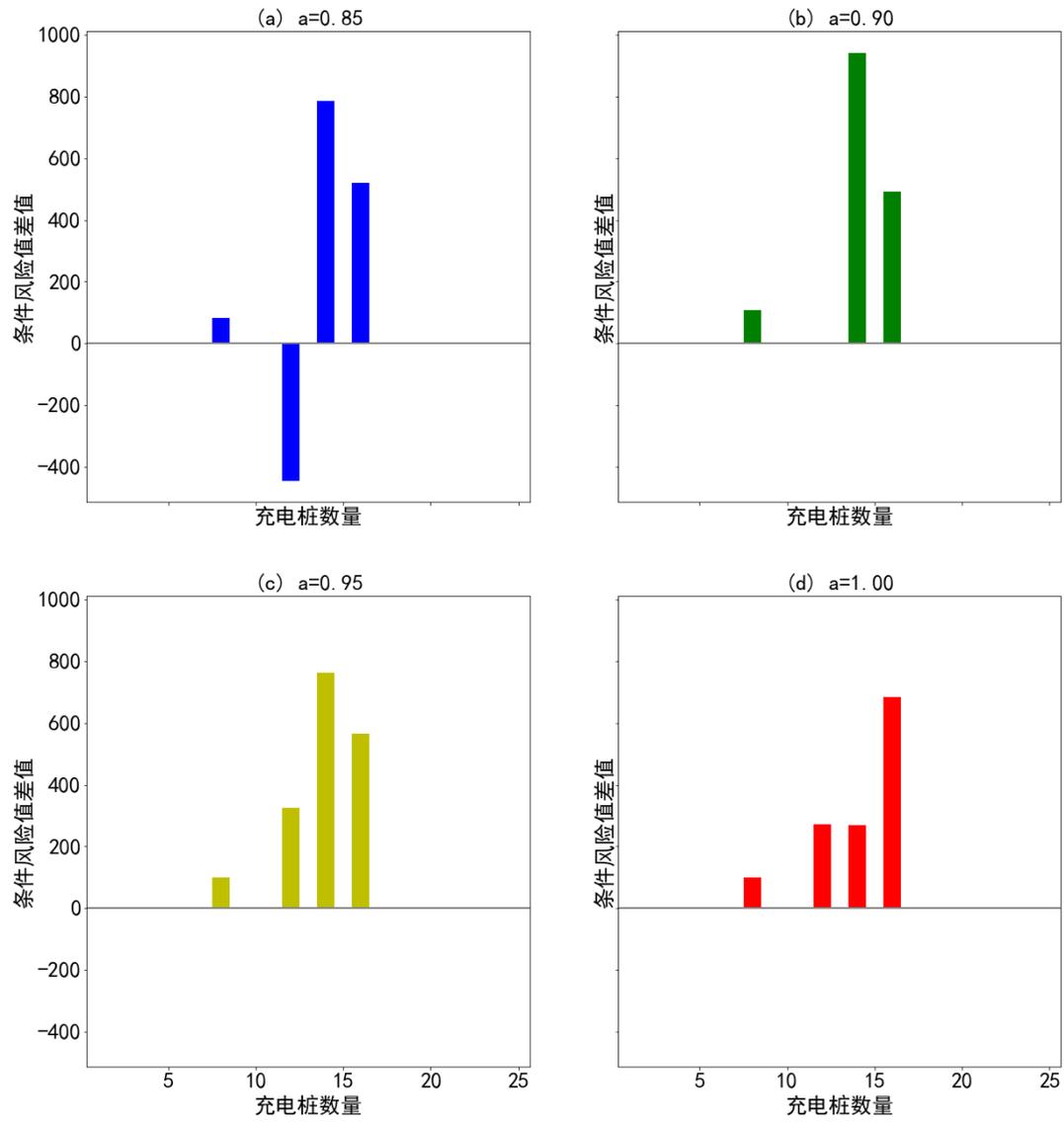


图 3-7 条件风险值指标结果对比

4 风险厌恶情形下考虑偏差路径的随机规划模型构建

4.1 多路径生成算法概述

O-D 对之间的多条路径反映了驾驶员偏离最短路径的容错程度，偏离路径可以是第 2、3、...、 k 条最短路径。 K 最短路径问题有两种，一种是允许网络中节点对之间存在环路，另一种是不允许存在环路，也称为 K 个无环最短路径。第一种类型容易用现有的算法(如 N 路径算法^[68])实现。第二种类型路径上不允许有重复的节点，因此附带一个额外的无循环约束。首先是 Yen 的算法解决了寻找 K 条无循环最短路径^[69]，接着也有其他学者对其进行了进一步的研究：Martins 和 Pascoal 优化了计算的复杂度，使得计算的更加迅速^[70]；Qian 和 Zhang 则加入了网络用户均衡的因素来关注路径的选择问题^[71]。

K 最短路径算法大致步骤如下所示：

1. 给定起始节点 s 、终止节点 d 和想要求出的最短路条数 k ，首先调用任意的最短路算法求出第 1 条最短路 P^1 ，然后根据下面的步骤在 P^1 的基础上依次算出其他 $K-1$ 条最短路。
2. 在求 P^{i+1} 时，依次将 P^i 上除了 d 以外的节点视为偏离节点 b ，并计算出 b 到 d 的最短路径，再将其与 P^i 中 s 到 b 的子路径拼接，将这些偏离路径加入候选路径集合 X 。在这个过程中，我们需要注意从 b 到 d 的路径不能包含从 s 到 b 的路径上的节点，否则会产生环路，另外也要注意求出的偏离路径不能和已求出的最短路径重复，也就是说从 b 出发的偏差路径不能与已求出的从 b 出发的偏差路径相同。
3. 若候选路径的集合 X 非空且还没有求出第 K 条最短路，则移出花费最少的路径作为 P^{i+1} ，完成一轮循环，然后回到第 2 步计算 P^{i+2} 直到 P^k 。

本文采用无环 Yen 的算法有两个原因，首先本章用来测试的交通网络是一个没有负距离以及旅行时间连接的网络，其次是本文的模型是基于车流量

的选址模型，为了避免特定的循环路径来重复计算能够覆盖的电动汽车数量，考虑使用 Yen 算法来生成路径选择。K 最短路径算法可以算出所有的最短路径，但某些情况下由于路径偏差太大以至于在现实中根本不会有司机会去考虑这种路径，因此本文给 K 最短路径算法添加了路径长度约束使其具有偏差上限，例如只能偏离最短路径 10%、20%。在某些情况下(尤其是大型网络)，可能需要联合使用有限 K 和偏差上限来限制 O-D 对之间的偏差路径数量。

4.1 模型假设

假设 1: 偏差路径。每辆电动汽车在道路网可能沿着偏差路径到达终点。

假设 1 说明电动汽车车主们虽然事先有完善准确的信息，本来会选择最佳的路线到达终点站，但迫于电动汽车里程的限制，会偏离原先的最优路线，经过一次或多次充电行为到达终点。我们通过将 K 偏差路径模型应用于道路网络来确定每辆电动汽车在行程链上行驶的路线集，其中包括最短路径以及多条长度不同的路径，车主会基于自身的电动车剩余里程来选择合适的偏差路径。同时，相比于前文的模型，本章的充电桩基础设施组合会尽可能满足更多车主完成旅行计划的要求。

对于偏差路径集的可行性也有如下的说明：K 最短路径算法读取车辆范围和偏离路径上的节点序列。除非在起始节点有车站，否则车辆的剩余里程设置为车辆里程的一半。它移动到序列中的下一个节点，同时从车辆的剩余范围中减去行驶的链路距离。当访问节点已经有设施时，假设剩余范围是满的。如果采用某一偏离路径的往返行程在没有耗尽燃料的情况下成功结束，则偏离路径在给定的设施集下被认为是可行的。

假设 2: 途中充电。在从起点到终点的路径上充电任意次数。

假设 2 是基于第二章模型假设的拓展，即电动汽如果进行一趟超长路程的旅行，车主会每天充电超过一次用于完成旅行计划。对于车主来讲，本章模型可以让车主进行多次充电；对于充电设施组合来讲，设施组合可以覆盖更多的电动汽车充电需求。

假设 3: 流量随偏差的增加而衰减。

假设 3 是基于已有的文献中对偏差路径的流量处理进行选择。第一种假设是偏离预定行程路径中的节点给定距离 l 被视为不影响流量。驾驶员偏差给定距离后返回到他们的最短路径，这个假设意味着所有客户都对与原始路径的最大 $2l$ 单位偏差无动于衷。第二种假设是无论偏差距离有多长都不减少路径上的流量^[72]。第三种假设是偏离设施的客户比例可以指定为递减函数。本章模型就是将流量惩罚函数定义为 Kuby 设定的递减函数^[73]。其具体的形式如下：

$$g(DD)_{linear} = 1 - \frac{DD}{\beta d_q}$$

其中 DD 是偏差距离， d_q 是参考距离， $g(DD)$ 是衰减后剩余的流量比例。可以通过指定参数 β 来确定函数衰减速度。参考距离 d_q 数值大意味着距离衰减的空间范围大，这将导致平滑的距离衰减，而较小的参考距离将导致权重迅速降低。本文指定参考距离为每个 O-D 对的最短距离，这样每条 O-D 对的衰减函数会自生成。

4.2 模型建立

我们将这个问题与第三章的问题一样表述为两阶段随机线性优化问题。第一阶段确定一定数量的充电桩。与前文不一样的是本章的模型因为考虑了偏差路径，充电桩的位置会发生变化。同样第一阶段的目的一样是最大限度的增加充电桩网络能够“捕获”的电动车的数量。模型的第二阶段确定有多少车辆可以被充电桩捕获，即计算出能够被第一阶段选定充电桩服务的电动汽车数量。本章模型有三个重要的数据输入：(1) 路网中不同行程链上的电动汽车流量，这里的电动汽车流量用随机分布函数生成，(2) 一组可以建立充电站的候选地点，(3) 用算法根据测试道路网络生成的包括偏差路径以及最短路径的路径集合。

为了建立考虑模型，我们首先介绍如下的参数和集合：

Q : 道路网上行程链索引的集合；

K : 道路网上候选充电桩集合；

K_h : 组合 h 中的一组设施;

H : 所有潜在设施组合集合;

H_{qr} : 某一组设施组合 h , 并且可以服务 O-D 对 q 其中的一个偏差路径 r ;

R : 所有偏差路径集合;

R_q : O-D 对 q 所有偏差路径 r 的集合;

N_q : 在行程链 q 上能够服务电动汽车的充电桩集合;

p : 在给定区域内计划建设充电桩的最大数量; 以及

\tilde{f}_q : 行程链 q 上的电动汽车数量

这里的 \tilde{f}_q 是第二阶段的参数, 在第一阶段是随机的。我们还定义了决策变量:

x_k : 0-1 变量, 如果充电桩在 k 建立则为 1, 不然为 0; 以及

v_h : 0-1 变量, 如果组合 h 中的所有设施都是开放的则为 1, 不然为 0; 以及

y_{qr} : 0-1 变量, 如果行程链 q 的对应偏差路径 r 上的电动汽车能够被充电桩服务则为 1, 不然为 0

接着, 基于偏差路径的随机规划模型按如下建立:

$$\max \quad CVaR \ G(x, \tilde{f}) \quad (4-1)$$

$$s. t. \quad \sum_{k \in K} x_k = p \quad \forall q \in Q \quad (4-2)$$

$$x_k \geq v_h \quad \forall k \in K \quad (4-3)$$

其中:

$$G(x, \tilde{f}) = \max \sum_q \sum_r f_q^\omega g_{qr} y_{qr}^\omega \quad (4-4)$$

$$s. t \quad \sum_{r \in R_q} y_{qr}^{\omega} \leq 1 \quad \forall q \in Q \quad (4-5)$$

$$\sum_{h \in H_{qr}} v_h \geq y_{qr}^{\omega} \quad \forall r \in R_q, q \in Q \quad (4-6)$$

$$\begin{aligned} x_k, v_h, y_{qr}^{\omega} \in \{0,1\} \quad & \forall k \in K, h \in H \\ & \forall r \in R_q, q \in Q \end{aligned} \quad (4-7)$$

第一阶段目标函数(1)最大化充电桩网络能够捕获电动汽车数量的条件风险值(CVaR)。该目标值也由第二阶段问题的最优值来定义。第二阶段的约束包括(4-5)~(4-7)。第一阶段的约束包括：约束(4-2)限制了的充电桩的最大数量；约束(4-3) 确保在 v_h 等于 1 之前所有设施组合 h 中的充电桩是打开的。第二阶段的约束(4-5)限制了一条 O-D 对最多只有一条偏差路径，O-D 对 q 的偏差路径集合包括 q 本身，最短路径 q 可以认为是偏差值为 0 的路径。如果没有这个约束，会出现重复计算偏差路径的流量的问题；约束(4-6)确保对于要加油的任何偏差路径 r ，必须打开至少一个有效组合 h 。因为每条最短或偏离路径确定符合条件的设施组合在模型之外生成的，取决于网络结构和给定的车辆范围。从某种意义上说， v_h 变量充当中间变量，将一个或多个 x_k 变量与单个 y_q 变量（决定覆盖哪些路径）联系起来。约束(4-6)是变量的整数约束。

4.3 模型变化与求解

模型的求解需要第二阶段中的场景来提供数据，每个场景表示可能的电动汽车数量，但在第一阶段这些场景是未知的。如前面所述，第二阶段的电动汽车数量输入是由分布函数来生成的，与此同时也生成了许多的场景。因此，如果模型包含每个场景，那么模型会很难处理。我们应用了SAA方法来求解模型，第二阶段问题由随机抽样产生并确定样本容量大小，以实现第一阶段的目标函数。

为了应用SAA方法，我们首先定义 $f^1, f^2, f^3 \dots \dots f^m$ 作为随机向量 \tilde{f} 中的 m 个数量的随机样本。在考虑了CVaR情况后，样本平均函数被定义：

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/458134014001006025>