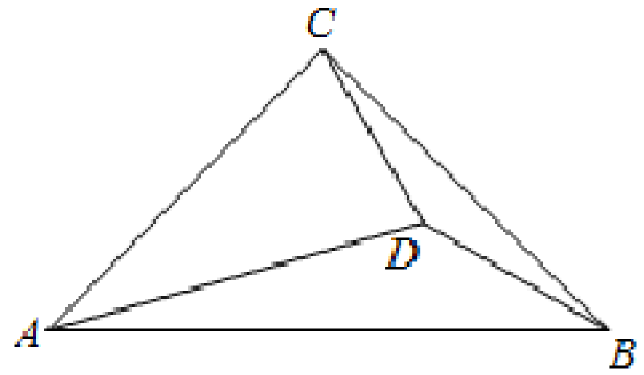
2021年北京市朝阳区中考数学模拟试卷（3月份）

一、选择题（本题共**20**分，每小题**4**分）下面**1-5**题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个**.**

1．（4分）在△ABC中，∠ACB＝90°，∠CAD＝30°，AC＝BC＝AD，则∠CBD的度数为（　　）



A．12°　　B．13°　　C．14°　　D．15°

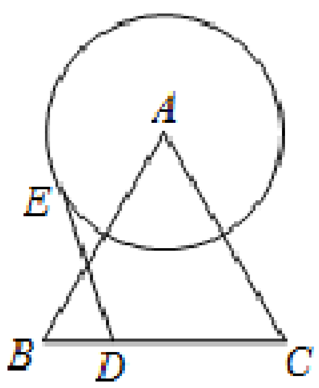
2．（4分）已知三个有理数a，b，c的积是负数，它们的和是正数，当$x=\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}$时，代数式$x^{19}-x+2$的值为（　　）

A．0　　B．2　　C．4　　D．5

3．（4分）小天计算一组数据92，90，94，86，100，88的方差为S_0^2，则数据46，45，47，43，50，44的方差为（　　）

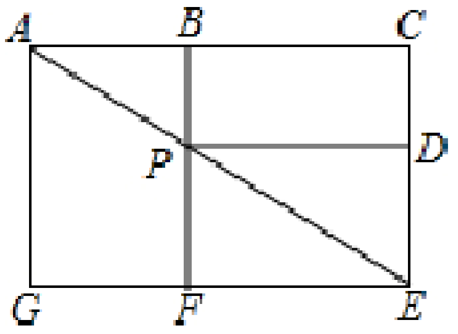
A．s_0^2　　B．$\frac{1}{2}s_0^2$　　C．$\frac{1}{4}s_0^2$　　D．$\frac{1}{8}{s_0}^2$

4．（4分）如图，等边△ABC的边长为2，⊙A的半径为1，D是BC上的动点，DE与⊙A相切于E，DE的最小值是（　　）



A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

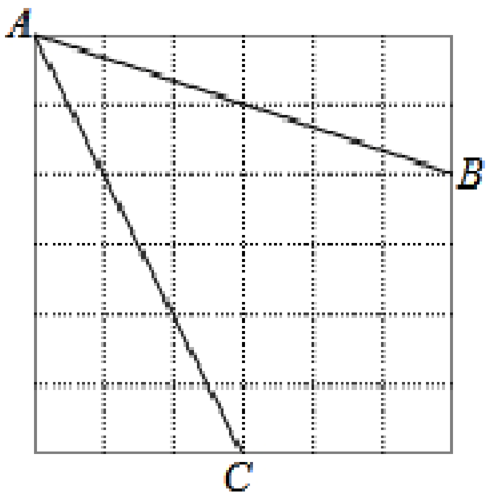
5．（4分）一只小虫子欲从A点不重复经过图中的点或者线段，而最终到达目的地E，这只小虫子的不同走法共有（　　）



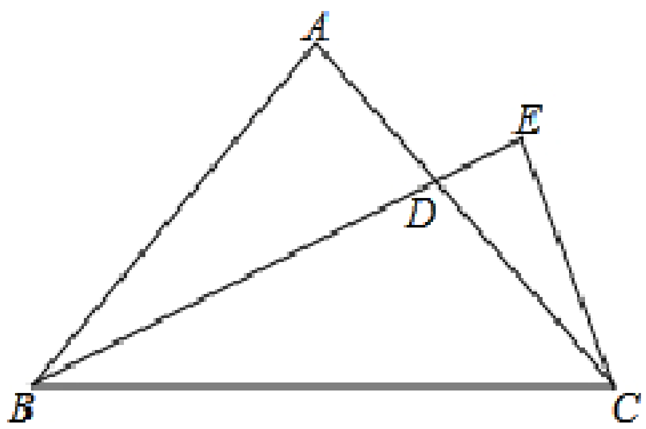
A．12 种　　　　B．13 种　　　　C．14 种　　　　D．15 种

二、填空题（本题共 **20** 分，每小题 **4** 分）

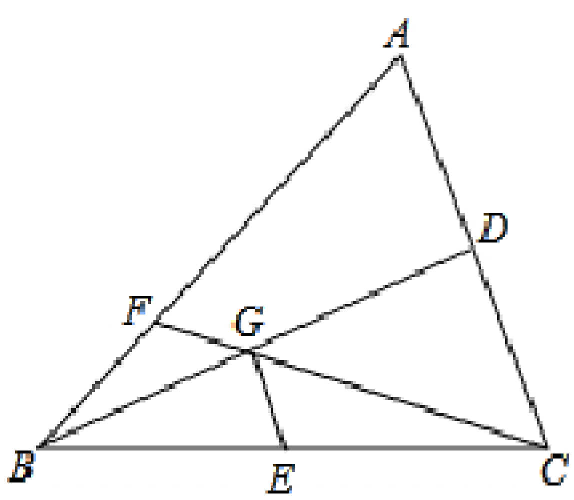
6．（4 分）如图所示的正方形网格中，A，B，C 是网格线交点，$\angle CAB$ 的度数为______.



7．（4 分）在△ABC 中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$，BE 平分$\angle ABC$ 交 AC 于点 D，$CE\perp BE$，若 $CE=1$，则 BD 的长为______.



8．（4 分）在△ABC 中，D，E 分别是 AC，BC 的中点，点 F 在边 AB 上，BD 与 FC 相交于点 G，连接 EG，若 $BF=\frac{1}{3}AB$，则$\frac{S_{\triangle BFG}}{S_{\triangle BEG}}=$______.



9．（4 分）已知关于 x 的方程 $mx^2+2x+5m=0$ 有两个不相等的实数根 x_1，x_2，且 $x_1<2<x_2$，则实数 m 的取值范围为______.

10.（4 分）阅读下面材料：

分解因式：$x^2+3xy+2y^2+4x+5y+3$．

因为 $x^2+3xy+2y^2=(x+y)(x+2y)$．

设 $x^2+3xy+2y^2+4x+5y+3=(x+y+m)(x+2y+n)$．

比较系数得，$m+n=4$，$2m+n=5$．解得 $m=1$，$n=3$．

所以 $x^2+3xy+2y^2+4x+5y+3=(x+y+1)(x+2y+3)$．

解答下面问题：

在有理数范围内，分解因式 $2x^2-21xy-11y^2-x+34y-3=$________．

三、解答题（本题共 **60** 分，第 **11** 题 **8** 分，**12-15** 题，每小题 **8** 分，**16** 题 **12** 分）

11.（8 分）游船在湖面 A 处时，望见正北方向和北偏西 60° 方向各有 1 个灯塔，继续乘船向正西方向航行 1 海里到达 B 处，这时两个灯塔分别在它的东北、西北方向，求这两个灯塔之间的距离．（$\sqrt{3}\approx1.73$，结果保留一位小数）

12.（10 分）在几何的证明中，经常可以通过"作一个角等于已知角，作一条线段等于已知线段"或者"过一点作已知直线的平行线，过一点作已知直线的垂线"的方式添加辅助线，解决问题．

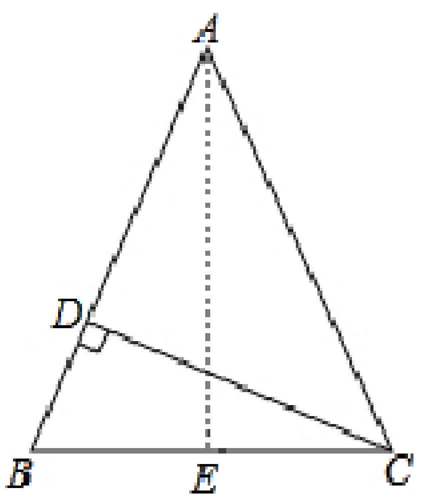
例如，证明"等腰三角形腰上的高与底边所夹的角等于顶角的一半"．

即"已知：如图，在△ABC 中，$AB=AC$，$CD\perp AB$．求证：$\angle DCB=\frac{1}{2}\angle A$"．

证明的两种方法虽然不同，但总体思路基本一致．

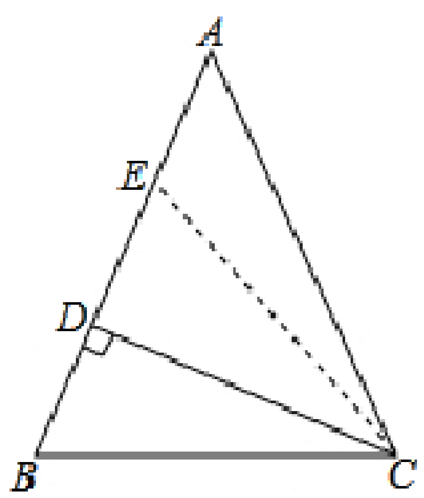
方法一

如图，作 $\angle BAC$ 的平分线 AE 交 BC 于点 E．通过作等角，利用等腰三角形"三线合一"的性质和"三角形内角和定理"，即可证明．



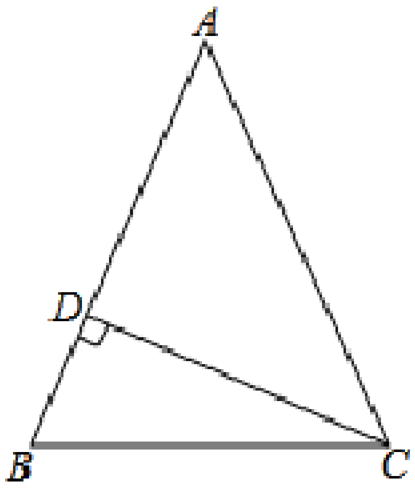
方法二

如图，过点 C 作射线 CE 交 AB 于点 E，使 $\angle DCE=\angle DCB$，通过作等角，利用"全等三角形对应角相等"，"等腰三角形的两个底角相等"和"三角形内角和定理"即可证明．



参考以上内容，求证"若三角形的两边不等，则大边同这边上的高的和，一定大于小边

同这边上的高的和”．



13．（10分）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $A(-\sqrt{3},0)$，$B(3\sqrt{3},0)$，$C(0,-3)$．

（1）求抛物线顶点 P 的坐标；

（2）连接 BC 与抛物线对称轴交于点 D，连接 PC．

①求证：$\triangle PCD$ 是等边三角形．

②连接 AD，与 y 轴交于点 E，连接 AP，在平面直角坐标系中是否存在一点 Q，使以 Q，C，D 为顶点的三角形与 $\triangle ADP$ 全等．若存在，直接写出 Q 点坐标，若不存在，请说明理由；

（3）在（2）的条件下，点 M 是直线 BC 上任意一点，连接 ME，以点 E 为中心，将线段 ME 逆时针旋转 $60°$，得到线段 NE，点 N 的横坐标是否发生改变．若不改变，直接写出点 N 的横坐标；若改变，请说明理由．

14．（10分）已知二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 图象的顶点坐标为（1，16）．

（1）求 b，c 的值；

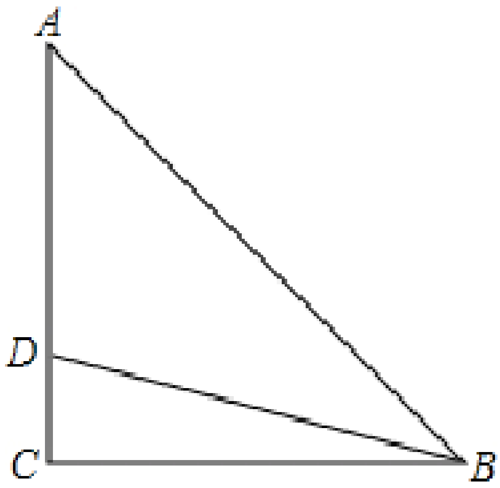
（2）是否存在实数 m，n（$m<n$），使当 $m\leqslant x\leqslant n$ 时，二次函数的最小值是 $4m$，最大值是 $4n$．若存在，求出 m，n 的值；若不存在，请说明理由．

15．（10分）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=BC$，点是 AC 边上一点（不与点 A，C 重合），连接 BD，以点 D 为中心，将线段 DB 顺时针旋转 $90°$，得到线段 DE，连接 EC 并延长交 AB 边于点 F．

（1）依题意补全图形；

（2）①求证：$EC=CF$；

②用等式表示线段 CD 与 AF 之间的数量关系，并证明．



16．（12 分）对于给定的⊙M和点P，若存在边长为 1 的等边△PQR，满足点Q在⊙M上，且$MP \geqslant MR$（规定当点R，M重合时，$MR=0$），称点P为⊙M的“远圆点”.

（1）在平面直角坐标系xOy中，⊙O的半径为$\sqrt{3}$.

①在点A（$\sqrt{3}$，1），B（0，3），C（$-\sqrt{3}$，0），D（$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），E（0，$1-\sqrt{3}$）中，⊙O的“远圆点”是______；

②已知直线l：$y=\sqrt{3}x+b$（$b>0$）分别交x轴，y轴于点F，G，且线段FG上存在⊙O的“远圆点”，直接写出b的取值范围.

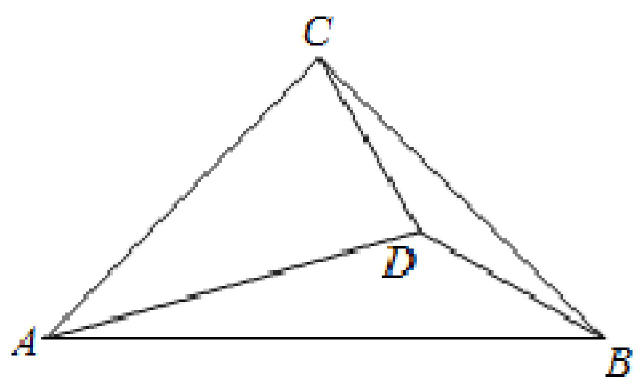
（2）线段HI上的所有点都是以M（1，0）为圆心，以r为半径的⊙M的“远圆点”，已知H（-1，0），I（0，1），直接写出r的取值范围是______.

2021年北京市朝阳区中考数学模拟试卷（3月份）

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共**20**分，每小题**4**分）下面**1-5**题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个**.**

1.（4分）在△ABC中，∠ACB＝90°，∠CAD＝30°，AC＝BC＝AD，则∠CBD的度数为（　　）



A．12°　　B．13°　　C．14°　　D．15°

【分析】可过C作CE⊥AD于E，过D作DE⊥BC于F，依据题意可得∠FCD＝∠ECD，由角平分线到角两边的距离相等可得 DF＝DE，进而的△CED≌△CFD，由对应边又可得Rt△CDF≌Rt△BDF，进而可得出结论.

【解答】解：如图，过C作CE⊥AD于E，过D作DF⊥BC于F.

∵∠CAD＝30°，

∴∠ACE＝60°，且CE＝$\frac{1}{2}AC$，

∵AC＝AD，∠CAD＝30°，

∴∠ACD＝75°，

∴∠FCD＝90°﹣∠ACD＝15°，∠ECD＝∠ACD﹣∠ACE＝15°，

在△CED和△CFD中，

$$\begin{cases}\angle CED=\angle CFD\\ \angle ECD=\angle FCD,\\ CD=CD\end{cases}$$

∴△CED≌△CFD（AAS），

∴CF＝CE＝$\frac{1}{2}AC$＝$\frac{1}{2}BC$，

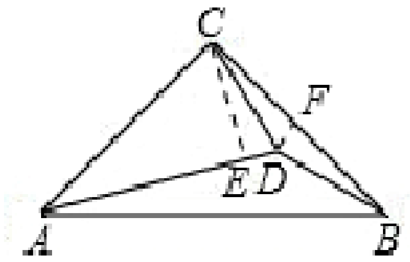
∴CF＝BF.

∴Rt△CDF≌Rt△BDF（HL），

$\therefore BD=CD$，

$\therefore \angle DCB=\angle CBD=15°$，

故选：D．



2．（4 分）已知三个有理数 a，b，c 的积是负数，它们的和是正数，当 $x=\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}$ 时，代数式 $x^{19}-x+2$ 的值为（　　）

A．0　　B．2　　C．4　　D．5

【分析】根据三个有理数 a，b，c 的积是负数，它们的和是正数，可以得到 x 的值，然后代入代数式 $x^{19}-x+2$，即可解答本题．

【解答】解：∵三个有理数 a，b，c 的积是负数，

∴这三个数是两正一负或三负，

又∵这三个数的和是正数，

∴这三个数是两正一负，

不妨设 $a>0$，$b>0$，则 $c<0$，

$\therefore x=\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}=1+1-1=1$，

$\therefore x^{19}-x+2$

$=1^{19}-1+2$

$=1-1+2$

$=2$，

故选：B．

3．（4 分）小天计算一组数据 92，90，94，86，100，88 的方差为 S_0^2，则数据 46，45，47，43，50，44 的方差为（　　）

A．s_0^2　　B．$\frac{1}{2}s_0^2$　　C．$\frac{1}{4}s_0^2$　　D．$\frac{1}{8}s_0^2$

【分析】先根据两组数据得出新数据是将原数据分别乘$\frac{1}{2}$所得，再根据方差的性质求解即可得出答案．

【解答】解：原数据重新排列为 86，88，90，92，94，100，

新数据重新排列为 43，44，45，46，47，50，

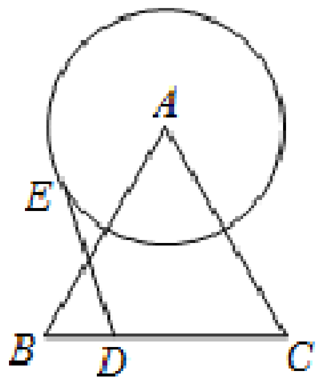
所以新数据是将原数据分别乘$\frac{1}{2}$所得，

∵原数据的方差为 $S_0{}^2$，

∴新数据的方差为（$\frac{1}{2}$）${}^2\times S_0{}^2=\frac{1}{4}S_0{}^2$，

故选：*C*．

4．（4 分）如图，等边△*ABC* 的边长为 2，⊙*A* 的半径为 1，*D* 是 *BC* 上的动点，*DE* 与⊙*A* 相切于 *E*，*DE* 的最小值是（　　）



A．1　　　　　B．$\sqrt{2}$　　　　　C．$\sqrt{3}$　　　　　D．2

【分析】连接 *AE*，*AD*，作 *AH*⊥*BC* 于 *H*，因为 *DE* 与⊙*A* 相切于 *E*，所以 *AE*⊥*DE*，可得 $DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=\sqrt{AD^2-1}$，当 *D* 与 *H* 重合时，*AD* 最小，此时 *DE* 最小，求出 *AH* 的长，即可得出 *DE* 的最小值．

【解答】解：如图，连接 *AE*，*AD*，作 *AH*⊥*BC* 于 *H*，

∵*DE* 与⊙*A* 相切于 *E*，

∴*AE*⊥*DE*，

∵⊙*A* 的半径为 1，

∴$DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=\sqrt{AD^2-1}$，

当 *D* 与 *H* 重合时，*AD* 最小，

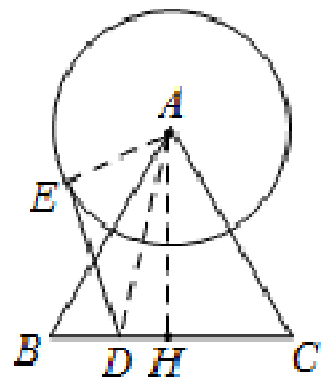
∵等边△*ABC* 的边长为 2，

∴$BH=CH=1$，

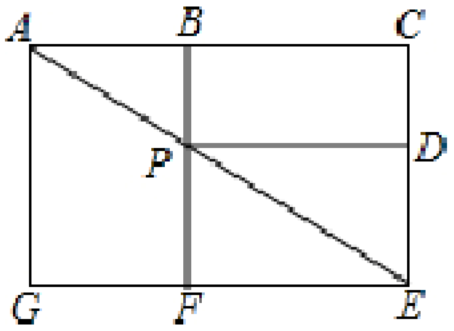
∴$AH=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

∴*DE* 的最小值为：$\sqrt{(\sqrt{3})^2-1^2}=\sqrt{2}$．

故选：*B*．



5．（4 分）一只小虫子欲从 A 点不重复经过图中的点或者线段，而最终到达目的地 E，这只小虫子的不同走法共有（　　）



A．12 种　　B．13 种　　C．14 种　　D．15 种

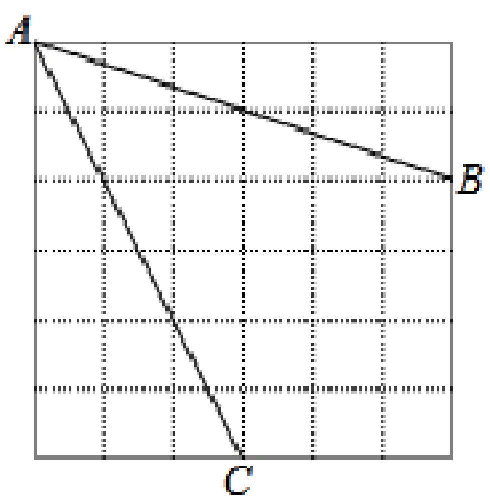
【分析】根据题意按照顺序列举即可求解．

【解答】解：这只小虫子的不同走法有 $ABCDE$，$ABCDPE$，$ABCDPFE$，$ABPDE$，$ABPE$，$ABPFE$，$APBCDE$，$APDE$，APE，$APFE$，$AGFBCDE$，$AGFPDE$，$AGFPE$，$AGFE$，共有 14 种．

故选：C．

二、填空题（本题共**20** 分，每小题 **4** 分）

6．（4 分）如图所示的正方形网格中，A，B，C 是网格线交点，$\angle CAB$ 的度数为<u>　45°　</u>．



【分析】连接 BC，过 C 作 $CD\perp AB$ 于 D，根据勾股定理求出 $AB=2\sqrt{10}$，$AC=3\sqrt{5}$．利用割补法求出 $S_{\triangle ABC}=6\times6-\frac{1}{2}\times6\times3-\frac{1}{2}\times6\times2-\frac{1}{2}\times4\times3=15$，根据三角形的面积公式求出 $CD=\frac{3\sqrt{10}}{2}$．在 Rt$\triangle ACD$ 中求出 $\sin\angle CAB=\frac{CD}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即可得出 $\angle CAB=45°$．

【解答】解：如图，连接 BC，过 C 作 $CD\perp AB$ 于 D，

根据勾股定理，得 $AB=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$，$AC=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$．

$\because S_{\triangle ABC}=6\times6-\frac{1}{2}\times6\times3-\frac{1}{2}\times6\times2-\frac{1}{2}\times4\times3=15$，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot CD=\frac{1}{2}\times2\sqrt{10}\cdot CD=\sqrt{10}CD$，

$\therefore\sqrt{10}CD=15$，

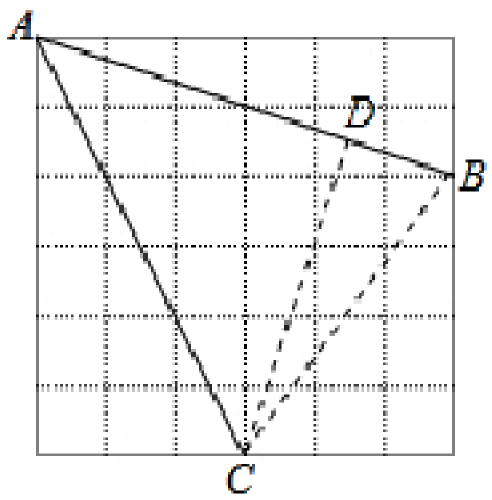
$\therefore CD=\frac{3\sqrt{10}}{2}$.

在 Rt△ACD 中，$\because\angle ADC=90°$，

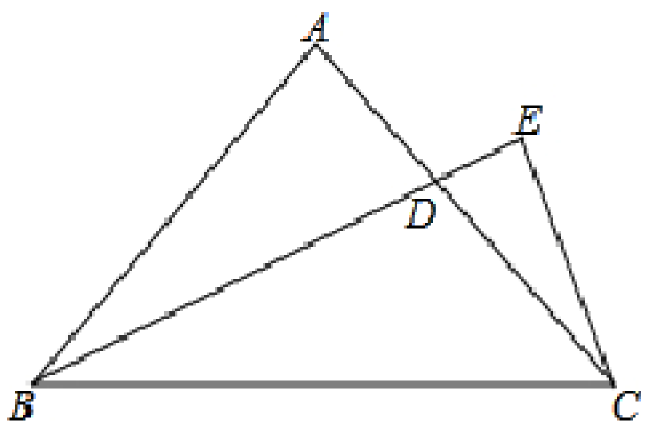
$\therefore\sin\angle CAB=\frac{CD}{AC}=\frac{\frac{3\sqrt{10}}{2}}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore\angle CAB=45°$．

故答案为：45°．

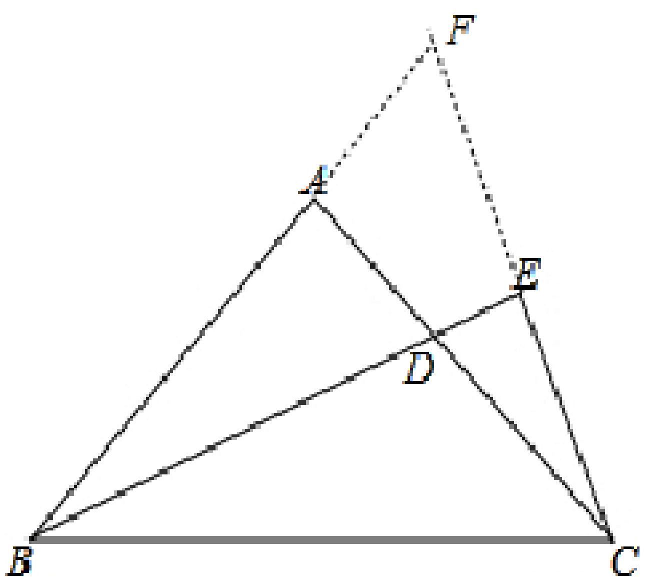


7.（4 分）在△ABC 中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$，BE 平分$\angle ABC$ 交 AC 于点 D，$CE\perp BE$，若 $CE=1$，则 BD 的长为__2__．



【分析】延长 BA 和 CE 交于点 F，根据已知条件证明△FBE≌△CBE，可得 $EF=CE=1$，得 $CF=2$，再证明△ABD≌△ACF，进而可得结果．

【解答】解：如图，延长 BA 和 CE 交于点 F，



∵BE 平分$\angle ABC$，

∴$\angle ABD=\angle CBD$，

∵$CE\perp BE$，

∴$\angle BEF=\angle BEC=90°$，

在△FBE 和△CBE 中，

$$\begin{cases}\angle ABD=\angle CBD\\BE=BE\\\angle BEF=\angle BEC\end{cases},$$

∴△FBE≌△CBE（ASA），

∴$EF=CE=1$，

∴$CF=EF+EC=2$，

∵$\angle BEF=\angle BAC=90°$，

∴$\angle ABD+\angle F=\angle ACF+\angle F=90°$，

∴$\angle ABD=\angle ACF$，

在△ABD 和△ACF 中，

$$\begin{cases}\angle ABD=\angle ACF\\AB=AC\\\angle BAD=\angle CAF=90°\end{cases},$$

∴△ABD≌△ACF（ASA），

∴$BD=CF$，

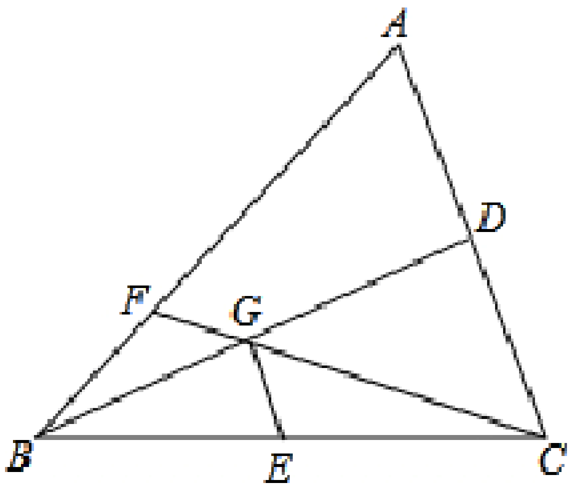
∵$CF=2$，

∴$BD=2$．

故答案为：2．

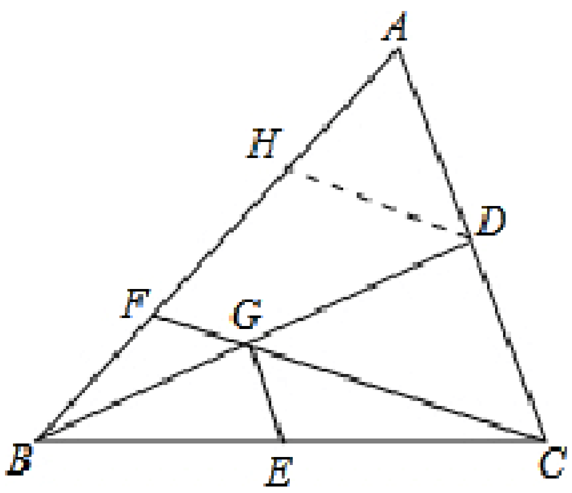
8．（4 分）在△ABC 中，D，E 分别是 AC，BC 的中点，点 F 在边 AB 上，BD 与 FC 相交于

点 G，连接 EG，若 $BF=\frac{1}{3}AB$，则$\frac{S_{\triangle BFG}}{S_{\triangle BEG}}=$__$\frac{2}{3}$__.



【分析】取 AF 的中点 H，连接 DH，可得 G 为 BD 的中点．通过相似和等底等高的三角形的面积相等的关系，分别得出 $S_{\triangle BFG}$ 和 $S_{\triangle BEG}$ 与 $S_{\triangle ABC}$ 的关系，结论可求．

【解答】解：取 AF 的中点 H，连接 DH，如图：



∵$BF=\frac{1}{3}AB$，H 为 AF 的中点，

∴$BF=FH=AH$.

∵D 为 AC 的中点，H 为 AF 的中点，

∴$DH \parallel FC$.

∵$BF=FH$，

∴G 为 BD 的中点．

∵E 为 BC 的中点，

∴$EG \parallel AC$.

∴$\triangle BGE \backsim \triangle BDC$.

∴$\frac{S_{\triangle BEG}}{S_{\triangle BCD}}=(\frac{BE}{BC})^2=\frac{1}{4}$.

∴$S_{\triangle BEG}=\frac{1}{4}S_{\triangle BCD}$.

∵D 为 AC 的中点，