浙江省嘉兴嘉善高级中学 2023-2024 学年数学高三上期末统考模拟试题

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

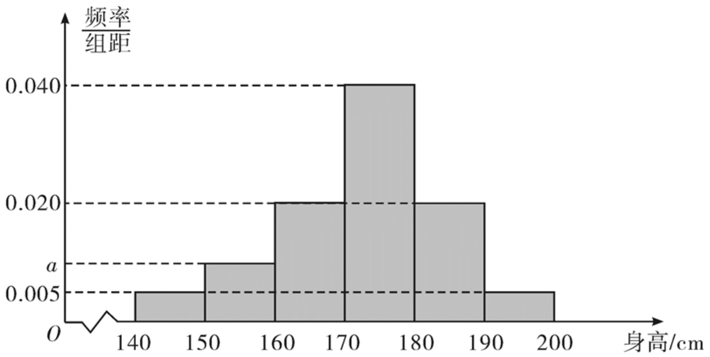
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．记递增数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n.若$a_1=1$，$a_9=9$，且对$\{a_n\}$中的任意两项a_i与a_j（$1\le i<j\le 9$），其和a_i+a_j，或其积a_ia_j，或其商$\frac{a_j}{a_i}$仍是该数列中的项，则（　　）

A． $a_5>3, S_9<36$　　　　**B．** $a_5>3, S_9>36$

C． $a_6>3, S_9>36$　　　　**D．** $a_6>3, S_9<36$

2．从某市的中学生中随机调查了部分男生，获得了他们的身高数据，整理得到如下频率分布直方图：



根据频率分布直方图，可知这部分男生的身高的中位数的估计值为

A． 171.25cm　　　　**B．** 172.75cm

C． 173.75cm　　　　**D．** 175cm

3．已知数列$\left\{a_n\right\}$是公比为2的正项等比数列，若a_m、a_n满足$2a_n<a_m<1024a_n$，则$\left(m-1\right)^2+n$的最小值为（　　）

A． 3　　**B．** 5　　**C．** 6　　**D．** 10

4．“$\varphi=-\frac{\pi}{8}$”是“函数$f(x)=\sin(3x+\varphi)$的图象关于直线$x=-\frac{\pi}{8}$对称”的（　　）

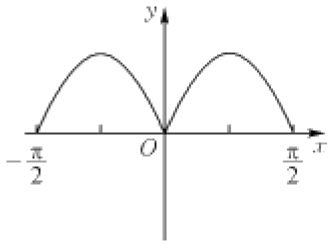
A． 充分不必要条件　　　　**B．** 必要不充分条件

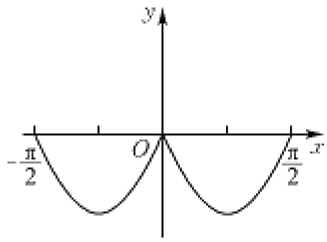
C． 充要条件　　　　**D．** 既不充分也不必要条件

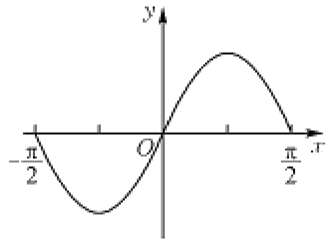
5．已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦点分别为$F_1$，$F_2$，其中焦点$F_2$与抛物线$y^2=2px$的焦点重合，且椭圆与抛物线的两个交点连线正好过点$F_2$，则椭圆的离心率为（　　）

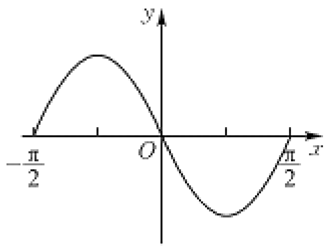
A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\sqrt{2}-1$　　C. $3-2\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}-1$

6．函数 $f(x)=\dfrac{x\cos x}{2^{x}+2^{-x}}$ 在 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的图象大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

7．下列选项中，说法正确的是（　　）

A. "$\exists x_0\in R$，$x_0^2-x_0\le 0$"的否定是"$\exists x_0\in R$，$x_0^2-x>0$"

B. 若向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}<0$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角

C. 若 $am^2\le bm^2$，则 $a\le b$

D. "$x\in\left(A\cup B\right)$"是"$x\in\left(A\cap B\right)$"的必要条件

8．已知 i 为虚数单位，实数 x,y 满足 $(x+2i)i=y-i$，则 $|x-yi|=$（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{5}$

9．已知底面为边长为 2 的正方形，侧棱长为 1 的直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 是上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 上的动点.给出以下四个结论中，正确的个数是（　　）

①与点 D 距离为 $\sqrt{3}$ 的点 P 形成一条曲线，则该曲线的长度是 $\dfrac{\pi}{2}$；

②若 $DP//$ 面 ACB_1，则 DP 与面 ACC_1A_1 所成角的正切值取值范围是 $\left[\dfrac{\sqrt{6}}{3},\sqrt{2}\right]$；

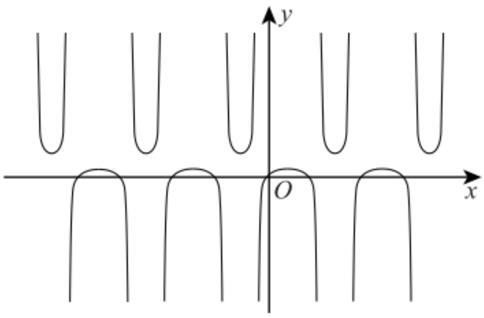
③若 $DP=\sqrt{3}$，则 DP 在该四棱柱六个面上的正投影长度之和的最大值为 $6\sqrt{2}$.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

10．已知点 $A\left(2,0\right)$、$B\left(0,-2\right)$．若点 P 在函数 $y=\sqrt{x}$ 的图象上，则使得 $\triangle PAB$ 的面积为 2 的点 P 的个数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

11．已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\sin x}{1+2\sin x}$ 的部分图象如图所示，将此图象分别作以下变换，那么变换后的图象可以与原图象重合的变换方式有（　　）



①绕着 x 轴上一点旋转 $180°$；

②沿 x 轴正方向平移；

③以 x 轴为轴作轴对称；

④以 x 轴的某一条垂线为轴作轴对称.

A．①③　　B．③④　　C．②③　　D．②④

12．已知直线 $l_1:ax+2y+4=0$，$l_2:x+(a-1)y+2=0$，则“$a=-1$”是“$l_1\ P l_2$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

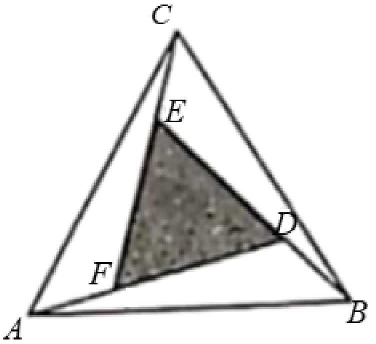
C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．设定义域为 R 的函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f'\left(x\right)>f\left(x\right)$，则不等式 $e^{x-1}f\left(x\right)<f\left(2x-1\right)$ 的解集为__________.

14．学校艺术节对同一类的 A,B,C,D 四项参赛作品，只评一项一等奖，在评奖揭晓前，甲、乙、丙、丁四位同学对这四项参赛作品预测如下：甲说：“A 作品获得一等奖”；乙说：“C 作品获得一等奖”；丙说：“B，D 两项作品未获得一等奖”；丁说：“是 A 或 D 作品获得一等奖”，若这四位同学中只有两位说的话是对的，则获得一等奖的作品是___.

15．如图 $\vee ABC$ 是由 3 个全等的三角形与中间的一个小等边三角形拼成的一个大等边三角形，设 $DF=2AF$，$AB=\sqrt{13}$，则 $\vee EDF$ 的面积为________.



16．已知多项式$(1+ax)^5(1-2x)^4$的各项系数之和为**32**，则展开式中含x项的系数为______.

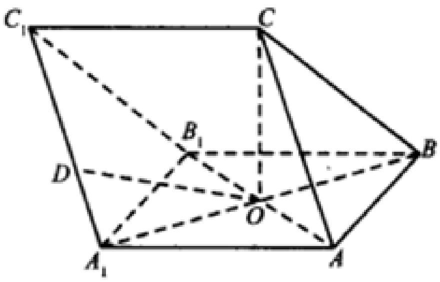
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知在ΔABC中，角A、B、C的对边分别为a，b，c，$c=4\sqrt{2}$，$\cos C=\dfrac{3}{5}$.

（1）若$B=\dfrac{\pi}{4}$，求a的值；

（2）若$b=5$，求ΔABC的面积.

18．（12 分）如图所示，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，ΔABC为等边三角形，$\angle BAB_1=\angle BB_1A$，$AB_1\cap A_1B=O$，$CO\perp$平面$ABB_1A_1$，$D$是线段$A_1C_1$上靠近$A_1$的三等分点.



（1）求证：$AB\perp AA_1$；

（2）求直线OD与平面A_1ACC_1所成角的正弦值.

19．（12 分）若函数$f(x)=e^x-ae^{-x}-mx\left(m\in R\right)$为奇函数，且$x=x_0$时$f(x)$有极小值$f(x_0)$.

（1）求实数a的值与实数m的取值范围；

（2）若$f\left(x_0\right)\geq -\dfrac{2}{e}$恒成立，求实数$m$的取值范围.

20．（12 分）在直角坐标系 xOy 中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=tcos\alpha\\ y=1+tsin\alpha\end{cases}$（$t$为参数，$\alpha\in\left[0,\pi\right)$）．以坐标原点$O$ 为极点，x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为$\rho^2=2\rho cos\theta+3$．

（1）求直线l的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程：

（2）若直线 l 与曲线 **C** 相交于 ***A***，***B*** 两点，且 $|AB| = 2\sqrt{2}$．求直线 l 的方程.

21．（12 分）在直角坐标系 xOy 中，l 是过定点 $P(4,2)$ 且倾斜角为 α 的直线；在极坐标系（以坐标原点 O 为极点，以 x 轴非负半轴为极轴，取相同单位长度）中，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4\cos\theta$.

（1）写出直线 l 的参数方程，并将曲线 C 的方程化为直角坐标方程；

（2）若曲线 C 与直线 l 相交于不同的两点 M、N，求 $|PM| + |PN|$ 的取值范围.

22．（10 分）已知函数 $f_0(x) = e^{ax}\sin(bx)$，设 $f_n(x)$ 为 $f_{n-1}(x)$ 的导数，$n \in N^*$．

（1）求 $f_1(x)$，$f_2(x)$；

（2）猜想 $f_n(x)$ 的表达式，并证明你的结论.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

由题意可得 $a_5 = \dfrac{a_9}{a_5}$，从而得到 $a_5 = 3$，再由 $a_5 = 3$ 就可以得出其它各项的值，进而判断出 S_9 的范围.

【详解】

解：Q $a_i + a_j$，或其积 $a_i a_j$，或其商 $\dfrac{a_j}{a_i}$ 仍是该数列中的项，

$\therefore a_2 + a_9$ 或者 $a_2 a_9$ 或者 $\dfrac{a_9}{a_2}$ 是该数列中的项，

又Q 数列 $\{a_n\}$ 是递增数列，

$\therefore a_1 < a_2 < a_3 < \ldots < a_9$，

$\therefore a_2 + a_9 > a_9$，$a_2 a_9 > a_9$，只有 $\dfrac{a_9}{a_2}$ 是该数列中的项，

同理可以得到 $\dfrac{a_9}{a_3}$，$\dfrac{a_9}{a_4}$，$\cdots$，$\dfrac{a_9}{a_8}$ 也是该数列中的项，且有 $a_1 < \dfrac{a_9}{a_8} < \dfrac{a_9}{a_7} < \ldots < \dfrac{a_9}{a_2} < a_9$，

$\therefore a_5=\dfrac{a_9}{a_5}$，$\therefore a_5=3$或$a_5=-3$（舍），$\therefore a_6>3$，

根据$a_1=1$，$a_5=3$，$a_9=9$，

同理易得$a_2=3^{\frac{1}{4}}$，$a_3=3^{\frac{1}{2}}$，$a_4=3^{\frac{3}{4}}$，$a_6=3^{\frac{5}{4}}$，$a_7=3^{\frac{3}{2}}$，$a_8=3^{\frac{7}{4}}$，

$\therefore S_9=a_1+a_2+\ldots+a_9=\dfrac{1-3^{\frac{9}{4}}}{1-3^{\frac{1}{4}}}<36$，

故选：**D**.

【点睛】

本题考查数列的新定义的理解和运用，以及运算能力和推理能力，属于中档题.

2、**C**

【解析】

由题可得$(0.005\times 2+a+0.020\times 2+0.040)\times 10=1$，解得$a=0.010$，

则$(0.005+0.010+0.020)\times 10=0.35$，$0.35+0.040\times 10=0.75>0.5$，

所以这部分男生的身高的中位数的估计值为$170+\dfrac{0.5-0.35}{10\times 0.040}\times 10=173.75(\text{cm})$，故选 **C**.

3、**B**

【解析】

利用等比数列的通项公式和指数幂的运算法则、指数函数的单调性求得$1<m-n<10$再根据此范围求$(m-1)^2+n$的最小值.

【详解】

$\because$数列$\{a_n\}$是公比为2的正项等比数列，a_m、a_n满足$2a_n<a_m<1024a_n$，

由等比数列的通项公式得$2a_1\cdot 2^{n-1}<a_1\cdot 2^{m-1}<1024a_1\cdot 2^{n-1}$，即$2^n<2^{m-1}<2^{n+9}$，

$\therefore 2<2^{m-n}<2^{10}$，可得$1<m-n<10$，且$m$、$n$都是正整数，

求$(m-1)^2+n$的最小值即求在$1<m-n<10$，且m、n都是正整数范围下求$m-1$最小值和n的最小值，讨论m、n取值.

$\therefore$当$m=3$且$n=1$时，$(m-1)^2+n$的最小值为$(3-1)^2+1=5$.

故选：**B**.

【点睛】

本题考查等比数列的通项公式和指数幂的运算法则、指数函数性质等基础知识，考查数学运算求解能力和分类讨论思想，是中等题.

4、**A**

【解析】

先求解函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{8}$ 对称的等价条件，得到 $\varphi=k\pi+\frac{7}{8}\pi,k\in\mathbf{Z}$，分析即得解.

【详解】

若函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{8}$ 对称，

则 $3\times\left(-\frac{\pi}{8}\right)+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，

解得 $\varphi=k\pi+\frac{7}{8}\pi,k\in\mathbf{Z}$，

故"$\varphi=-\frac{\pi}{8}$"是"函数 $f(x)=\sin(3x+\varphi)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{8}$ 对称"的充分不必要条件.

故选：A

【点睛】

本题考查了充分不必要条件的判断，考查了学生逻辑推理，概念理解，数学运算的能力，属于基础题.

5、**B**

【解析】

根据题意可得易知 $c=\frac{p}{2}$，且 $\begin{cases}a^2-b^2=\frac{p^2}{4}\\p^2b^2+4p^2a^2=4a^2b^2\end{cases}$，解方程可得 $\begin{cases}a^2=\frac{2\sqrt{2}+3}{4}p^2\\b^2=\frac{\sqrt{2}+1}{2}p^2\end{cases}$，再利用 $e^2=\frac{c^2}{a^2}$ 即可求解.

【详解】

易知 $c=\frac{p}{2}$，且 $\begin{cases}a^2-b^2=\frac{p^2}{4}\\p^2b^2+4p^2a^2=4a^2b^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^2=\frac{2\sqrt{2}+3}{4}p^2\\b^2=\frac{\sqrt{2}+1}{2}p^2\end{cases}$

故有 $e^2=\frac{c^2}{a^2}=3-2\sqrt{2}$，则 $e=\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$

故选：B

【点睛】

本题考查了椭圆的几何性质、抛物线的几何性质，考查了学生的计算能力，属于中档题

6、**C**

【解析】

根据函数的奇偶性及函数在 $0<x<\frac{\pi}{2}$ 时的符号，即可求解.

【详解】

由 $f(-x)=-\frac{x\cos x}{2^{x}+2^{-x}}=-f(x)$ 可知函数 $f(x)$ 为奇函数.

所以函数图象关于原点对称，排除选项 A，B；

当 $0<x<\frac{\pi}{2}$ 时，$\cos x>0$，

$\therefore f(x)=\frac{x\cos x}{2^{x}+2^{-x}}>0$，排除选项 ***D***，

故选：***C***.

【点睛】

本题主要考查了函数的奇偶性的判定及奇偶函数图像的对称性，属于中档题.

7、D

【解析】

对于 ***A*** 根据命题的否定可得："$\exists x_0\in R$，$x_0^2-x_0\le 0$"的否定是"$\forall x\in R$，$x^2-x>0$"，即可判断出；对于 ***B*** 若向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}<0$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角或平角；对于 ***C*** 当 $m=0$ 时，满足 $am^2\le bm^2$，但是 $a\le b$ 不一定成立；对于 ***D*** 根据元素与集合的关系即可做出判断.

【详解】

选项 ***A*** 根据命题的否定可得："$\exists x_0\in R$，$x_0^2-x_0\le 0$"的否定是"$\forall x\in R$，$x^2-x>0$"，因此 ***A*** 不正确；

选项 ***B*** 若向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}<0$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角或平角，因此不正确.

选项 ***C*** 当 $m=0$ 时,满足 $am^2\le bm^2$，但是 $a\le b$ 不一定成立，因此不正确；

选项 ***D*** 若"$x\in\left(A\cap B\right)$"，则 $x\in A$ 且 $x\in B$，所以一定可以推出"$x\in\left(A\cup B\right)$"，因此"$x\in\left(A\cup B\right)$"是"$x\in\left(A\cap B\right)$"的必要条件，故正确.

故选：***D***.

【点睛】

本题考查命题的真假判断与应用，涉及知识点有含有量词的命题的否定、不等式性质、向量夹角与性质、集合性质等，属于简单题.

8、D

【解析】

Q $\left(x+2i\right)i=y-i,\therefore -2+xi=y-i,\therefore \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$,

则 $|x-yi|=|-1+2i|=\sqrt{5}$.

故选 **D.**

9、**C**

【解析】

①与点 D 距离为 $\sqrt{3}$ 的点 P 形成以 D_1 为圆心，半径为 $\sqrt{2}$ 的 $\frac{1}{4}$ 圆弧 MN，利用弧长公式，可得结论；②当 P 在 A_1（或 C_1）时，DP 与面 ACC_1A_1 所成角 $\angle DA_1O$（或 $\angle DC_1O$）的正切值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 最小，当 P 在 O_1 时，DP 与面 ACC_1A_1 所成角 $\angle DO_1O$ 的正切值为 $\sqrt{2}$ 最大，可得正切值取值范围是 $[\frac{\sqrt{6}}{3},\sqrt{2}]$；③设 $P(x$，y，$1)$，则 $x^2+y^2+1=3$，即 $x^2+y^2=2$，可得 DP 在前后、左右、上下面上的正投影长，即可求出六个面上的正投影长度之和.

【详解】

如图：

①错误，因为 $D_1P=\sqrt{DP^2-DD_1^2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}=\sqrt{2}$，与点 D 距离为 $\sqrt{3}$ 的点 P 形成以 D_1 为圆心，半径为 $\sqrt{2}$ 的 $\frac{1}{4}$ 圆弧 MN，长度为 $\frac{1}{4}\cdot 2\pi\cdot\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$；

②正确，因为面 A_1DC_1 // 面 ACB_1，所以点 P 必须在面对角线 A_1C_1 上运动，当 P 在 A_1（或 C_1）时，DP 与面 ACC_1A_1 所成角 $\angle DA_1O$（或 $\angle DC_1O$）的正切值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 最小（O 为下底面面对角线的交点），当 P 在 O_1 时，DP 与面 ACC_1A_1 所成角 $\angle DO_1O$ 的正切值为 $\sqrt{2}$ 最大，所以正切值取值范围是 $\left[\frac{\sqrt{6}}{3},\sqrt{2}\right]$；

③正确，设 $P(x,y,1)$，则 $x^2+y^2+1=3$，即 $x^2+y^2=2$，DP 在前后、左右、上下面上的正投影长分别为 $\sqrt{y^2+1}$，$\sqrt{x^2+1}$，$\sqrt{x^2+y^2}$，所以六个面上的正投影长度之

$2\left(\sqrt{y^2+1}+\sqrt{x^2+1}+\sqrt{2}\right)\le 2\left(2\sqrt{\frac{y^2+1+x^2+1}{2}}+\sqrt{2}\right)=6\sqrt{2}$，当且仅当 P 在 O_1 时取等号.

故选：C.