云南省玉溪市元江第一中学2023-2024学年数学高三第一学期期末质量检测模拟试题

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若$z=1-\mathrm{i}+\dfrac{2}{\mathrm{i}}$，则$z$的虚部是

A． 3　　**B．** -3　　**C．** $3\mathrm{i}$　　**D．** $-3\mathrm{i}$

2．已知$\cos(2019\pi+\alpha)=-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，则$\sin(\dfrac{\pi}{2}-2\alpha)=$（　　）

A． $\dfrac{7}{9}$　　**B．** $\dfrac{5}{9}$　　**C．** $-\dfrac{5}{9}$　　**D．** $-\dfrac{7}{9}$

3．已知双曲线$\dfrac{x^2}{a}+y^2=1$的一条渐近线倾斜角为$\dfrac{5\pi}{6}$，则$a=$（　　）

A． 3　　**B．** $-\sqrt{3}$　　**C．** $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　**D．** -3

4．若直线$y=kx-2$与曲线$y=1+3\ln x$相切，则$k=$（　）

A． 3　　**B．** $\dfrac{1}{3}$　　**C．** 2　　**D．** $\dfrac{1}{2}$

5．设i为虚数单位，复数$z=(a+i)(1-i)\in R$，则实数a的值是（　　）

A． 1　　**B．** -1　　**C．** 0　　**D．** 2

6．要得到函数$y=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$的图象，只需将函数$y=2\cos 2x$的图象

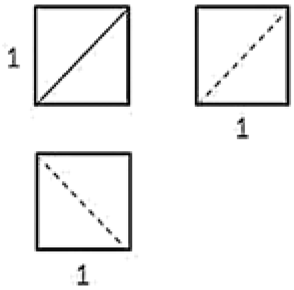
A． 向左平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度

B． 向右平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度

C． 向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长度

D． 向右平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长度

7．如图是正方体截去一个四棱锥后的得到的几何体的三视图，则该几何体的体积是（　　）

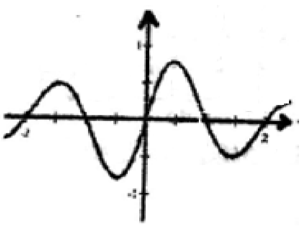
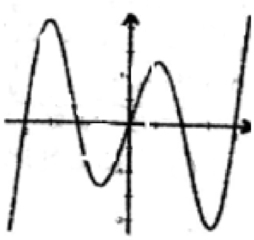


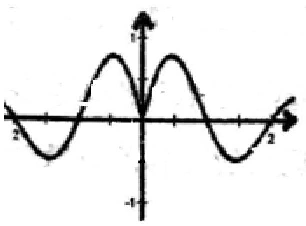
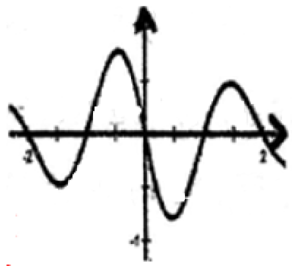
A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{5}{6}$

8．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2+9}+\frac{y^2}{a^2}=1$，直线$l_1:mx+y+3m=0$与直线$l_2:x-my-3=0$相交于点$P$，且$P$点在椭圆内恒成立，则椭圆$C$的离心率取值范围为（　　）

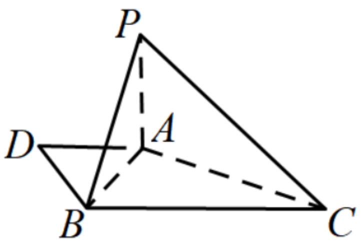
A．$\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　B．$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$　　C．$\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　D．$\left(\frac{1}{2},1\right)$

9．函数$\square(\square)=\sin(\square\square)\square^{-\frac{\square}{\square}}$的图象可能是下列哪一个？（　　）

A．　　B．

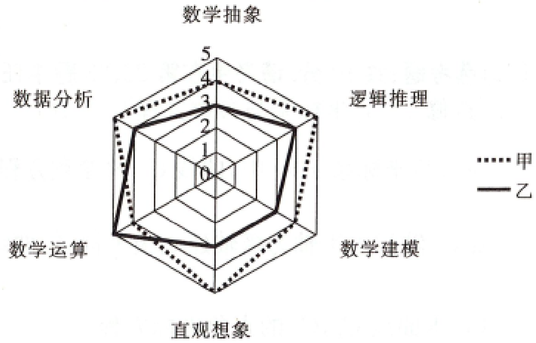
C．　　D．

10．如图，平面四边形$ACBD$中，$AB\perp BC$，$AB\perp DA$，$AB=AD=1$，$BC=\sqrt{2}$，现将$\triangle ABD$沿AB翻折，使点D移动至点P，且$PA\perp AC$，则三棱锥$P-ABC$的外接球的表面积为（　　）



A．8π　　B．6π　　C．4π　　D．$\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$

11．为比较甲、乙两名高二学生的数学素养，对课程标准中规定的数学六大素养进行指标测验（指标值满分为 **5** 分，分值高者为优），根据测验情况绘制了如图所示的六大素养指标雷达图，则下面叙述正确的是（　　）



A．乙的数据分析素养优于甲

B．乙的数学建模素养优于数学抽象素养

C．甲的六大素养整体水平优于乙

D．甲的六大素养中数据分析最差

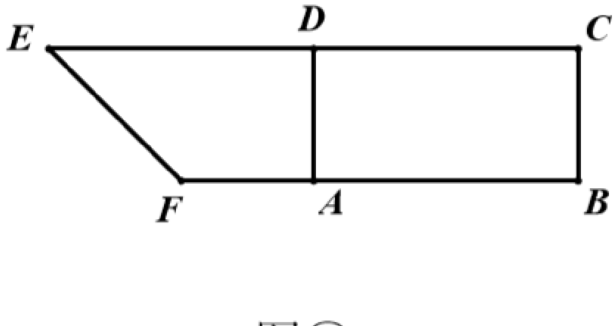
12．已知函数 $f\left(x\right)$ 是 R 上的偶函数，$g\left(x\right)$ 是 R 的奇函数，且 $g\left(x\right)=f\left(x-1\right)$，则 $f\left(2019\right)$ 的值为（　　）

A．2　　　　**B**．0　　　　**C**．-2　　　　**D**．± 2

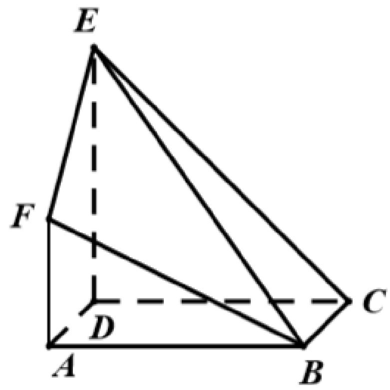
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知复数 $z=\left(1+2i\right)\left(a+i\right)$,其中 i 是虚数单位．若 z 的实部与虚部相等,则实数 a 的值为__________.

14．如图所示，在直角梯形 $BCDF$ 中，$\angle CBF=\angle BCE=90^\circ$，$A$、$D$ 分别是 BF、CE 上的点，$AD//BC$，且 $AB=DE=2BC=2AF$（如图①）.将四边形 $ADEF$ 沿 AD 折起，连接 BE、BF、CE（如图②）.在折起的过程中，则下列表述：



图①



图②

①$AC//$ 平面 BEF；

②四点 B、C、E、F 可能共面；

③若 $EF\perp CF$，则平面 $ADEF\perp$ 平面 $ABCD$；

④平面 BCE 与平面 BEF 可能垂直.其中正确的是__________.

15．已知 x，y 为正实数，且 $xy+2x+4y=41$，则 $x+y$ 的最小值为________________.

16．在平面直角坐标系 xOy 中,点 P 在曲线 C：$y=x^3-10x+3$ 上,且在第四象限内．已知曲线 C 在点 P 处的切线为 $y=2x+b$,则实数 b 的值为__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知 $a>0$，$b>0$，$c>0$ 设函数 $f(x)=|x-b|+|x+c|+a$，$x\in\mathbf{R}$.

（1）若 $a=b=c=1$，求不等式 $f(x)>5$ 的解集；

（2）若函数 $f(x)$ 的最小值为 1，证明：$\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{4}{b+c}+\dfrac{9}{c+a}>18(a+b+c)$.

18.（12 分）已知函数 $f(x)=|x+a|+|2x-1|\,(a\in\mathbf{R})$.

（1）$a=-1$ 时，求不等式 $f(x)\geq 2$ 解集；

（2）若 $f(x)\leq 2x$ 的解集包含于 $\left[\dfrac{1}{2},3\right]$，求 a 的取值范围.

19.（12 分）设函数 $f(x)=2\sin x+|a-3|+|a-1|$.

（1）若 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)>6$，求实数 a 的取值范围；

（2）证明：$\forall x\in R$，$f(x)\geq|a-3|-\left|\dfrac{1}{a}+1\right|$ 恒成立.

20.（12 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{1+lnx}{x}$

（1）若 $f(x)<ax+\dfrac{1}{x}$ 恒成立，求实数 a 的取值范围；

（2）若方程 $f(x)=m$ 有两个不同实根 x_1，x_2，证明：$x_1+x_2>2$.

21.（12 分）山东省 2020 年高考将实施新的高考改革方案.考生的高考总成绩将由 3 门统一高考科目成绩和自主选择的 3 门普通高中学业水平等级考试科目成绩组成，总分为 750 分.其中，统一高考科目为语文、数学、外语，自主选择的 3 门普通高中学业水平等级考试科目是从物理、化学、生物、历史、政治、地理 6 科中选择 3 门作为选考科目，语、数、外三科各占 150 分，选考科目成绩采用“赋分制”，即原始分数不直接用，而是按照学生分数在本科目考试的排名来划分等级并以此打分得到最后得分.根据高考综合改革方案，将每门等级考试科目中考生的原始成绩从高到低分为□、□+、□、□+、□、□+、□、□共 8 个等级。参照正态分布原则，确定各等级人数所占比例分别为3%、7%、16%、24%、24%、16%、7%、3%.等级考试科目成绩计入考生总成绩时，将□至□

等级内的考生原始成绩，依照等比例转换法则，分别转换到 91-100、81-90、71-80，61-70、51-60、41-50、31-40、21-30 八个分数区间，得到考生的等级成绩.

举例说明.

某同学化学学科原始分为 65 分，该学科$\square_+$等级的原始分分布区间为 58～69，则该同学化学学科的原始成绩属$\square_+$等级.而$\square_+$等级的转换分区间为 61～70，那么该同学化学学科的转换分为：

设该同学化学科的转换等级分为$\square$，$\frac{69-65}{65-58}=\frac{70-\square}{\square-61}$，求得$\square\approx 66.73$.

四舍五入后该同学化学学科赋分成绩为 67.

（1）某校高一年级共 2000 人，为给高一学生合理选科提供依据，对六个选考科目进行测试，其中物理考试原始成绩基本服从正态分布$\square\sim\square(60,12^2)$.

（i）若小明同学在这次考试中物理原始分为 84 分，等级为$\square_+$，其所在原始分分布区间为 82～93，求小明转换后的物理成绩；

（ii）求物理原始分在区间$(72,84)$的人数；

（2）按高考改革方案，若从全省考生中随机抽取 4 人，记$\square$表示这 4 人中等级成绩在区间$[61,80]$的人数，求$\square$的分布列和数学期望.

（附：若随机变量$\square\sim\square(\square,\square^2)$，则$\square(\square-\square<\square<\square+\square)=0.682$，$\square(\square-2\square<\square<\square+2\square)=0.954$，$\square(\square-3\square<\square<\square+3\square)=0.997$）

22.（10 分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，且以原点 **O** 为圆心，椭圆 **C** 的长半轴长为半径的圆与直线$x+y-2=0$相切.

（1）求椭圆的标准方程；

（2）已知动直线 ***l*** 过右焦点 ***F***，且与椭圆 ***C*** 交于 ***A***、***B*** 两点，已知 ***Q*** 点坐标为$(\frac{5}{4},0)$，求$\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}$的值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

因为$z=1-\mathrm{i}-2\mathrm{i}=1-3\mathrm{i}$，所以$z$的虚部是$-3$.故选 B.

2、C

【解析】

利用诱导公式得$\cos(2019\pi+\alpha)=-\cos\alpha$，$\sin(\dfrac{\pi}{2}-2\alpha)=\cos 2\alpha$，再利用倍角公式，即可得答案.

【详解】

由$\cos(2019\pi+\alpha)=-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$可得$\cos(\pi+\alpha)=-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，$\therefore\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，

$\therefore\sin(\dfrac{\pi}{2}-2\alpha)=\cos 2\alpha=2\cos^{2}\alpha-1=2\times\dfrac{2}{9}-1=-\dfrac{5}{9}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查诱导公式、倍角公式，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，求解时注意三角函数的符号.

3、D

【解析】

由双曲线方程可得渐近线方程，根据倾斜角可得渐近线斜率，由此构造方程求得结果.

【详解】

由双曲线方程可知：$a<0$，渐近线方程为：$y=\pm\dfrac{1}{\sqrt{-a}}x$，

Q一条渐近线的倾斜角为$\dfrac{5\pi}{6}$，$\therefore-\dfrac{1}{\sqrt{-a}}=\tan\dfrac{5\pi}{6}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，解得：$a=-3$.

故选：D.

【点睛】

本题考查根据双曲线渐近线倾斜角求解参数值的问题，关键是明确直线倾斜角与斜率的关系；易错点是忽略方程表示双曲线对于a的范围的要求.

4、A

【解析】

设切点为(x_0,kx_0-2)，对$y=1+3\ln x$求导，得到$y'=\dfrac{3}{x}$，从而得到切线的斜率$k=\dfrac{3}{x_0}$

，结合直线方程的点斜式化简得切线方程，联立方程组，求得结果.

【详解】

设切点为(x_0,kx_0-2)，

$\because y'=\dfrac{3}{x}$，$\therefore\begin{cases}\dfrac{3}{x_0}=k①,\\ kx_0-2=1+3\ln x_0②,\end{cases}$

由①得$kx_0=3$，

代入②得$1+3\ln x_0=1$，

则$x_0=1$，$k=3$，

故选 **A.**

【点睛】

该题考查的是有关直线与曲线相切求参数的问题，涉及到的知识点有导数的几何意义，直线方程的点斜式，属于简单题目.

5、**A**

【解析】

根据复数的乘法运算化简，由复数的意义即可求得a的值.

【详解】

复数$z=(a+i)(1-i)\in R$，

由复数乘法运算化简可得$z=a+1+(1-a)i$，

所以由复数定义可知$1-a=0$，

解得$a=1$，

故选：**A.**

【点睛】

本题考查了复数的乘法运算，复数的意义，属于基础题.

6、**D**

【解析】

先将$y=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$化为$y=2\cos\left[2\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)\right]$，根据函数图像的平移原则，即可得出结果.

【详解】

因为 $y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=2\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=2\cos\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right]$，

所以只需将 $y=2\cos 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位.

【点睛】

本题主要考查三角函数的平移，熟记函数平移原则即可，属于基础题型.

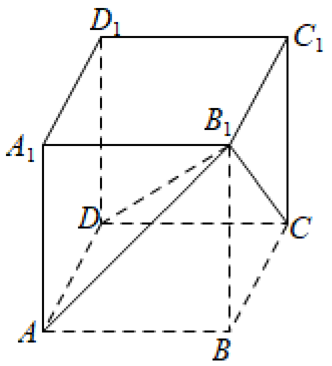
7、C

【解析】

根据三视图作出几何体的直观图，结合三视图的数据可求得几何体的体积.

【详解】

根据三视图还原几何体的直观图如下图所示：



由图可知，该几何体是在棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中截去四棱锥 B_1-ABCD 所形成的几何体，

该几何体的体积为 $V=1^3-\frac{1}{3}\times1^2\times1=\frac{2}{3}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查利用三视图计算几何体的体积，考查空间想象能力与计算能力，属于基础题.

8、A

【解析】

先求得椭圆焦点坐标，判断出直线 l_1,l_2 过椭圆的焦点.然后判断出 $l_1\perp l_2$，判断出 P 点的轨迹方程，根据 P 恒在椭圆内列不等式，化简后求得离心率 e 的取值范围.

【详解】

设 $F_1(-c,0),F_2(c,0)$ 是椭圆的焦点，所以 $c^2=a^2+9-a^2=9,c=3$.直线 l_1 过点 $F_1(-3,0)$，直线 l_2 过点 $F_2(3,0)$，由于 $m\times1+1\times(-m)=0$，所以 $l_1\perp l_2$，所以 P 点的轨迹是以 F_1,F_2 为直径的圆 $x^2+y^2=9$.由于 P

点在椭圆内恒成立，所以椭圆的短轴大于3，即$a^2>3^2=9$，所以$a^2+9>18$，所以双曲线的离心率

$e^2=\dfrac{9}{a^2+9}\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，所以$e\in\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

故选：**A**

【点睛】

本小题主要考查直线与直线的位置关系，考查动点轨迹的判断，考查椭圆离心率的取值范围的求法，属于中档题.

9、**A**

【解析】

由$□\left(\frac{1}{2}\right)=□^{-\frac{1}{4}}>0$排除选项□；$□\left(-\frac{1}{2}\right)=-□^{-\frac{1}{4}}<0$排除选项□；由函数$□(□)$有无数个零点，排除选项□,从而可得结果.

【详解】

由$□\left(\frac{1}{2}\right)=□^{-\frac{1}{4}}>0$，可排除选项□，$□(-1)=-□^{-\frac{1}{2}}<0$可排除选项□；由$□(□)=0$可得$□□=□□\Rightarrow□=□,□\in□$，

即函数$□(□)$有无数个零点，可排除选项□,故选 **A.**

【点睛】

本题通过对多个图象的选择考查函数的图象与性质，属于中档题.这类题型也是近年高考常见的命题方向，该题型的特点是综合性较强、考查知识点较多，但是并不是无路可循.解答这类题型可以从多方面入手，根据函数的定义域、值域、单调性、奇偶性、特殊点以及$□\to0^+,□\to0^-,□\to+\infty,□\to-\infty$时函数图象的变化趋势，利用排除法，将不合题意的选项一一排除.

10、**C**

【解析】

由题意可得$PA\perp$面ABC，可知$PA\perp BC$，因为$AB\perp BC$，则$BC\perp$面PAB，于是$BC\perp PB$.由此推出三棱锥$P-ABC$外接球球心是PC的中点，进而算出$CP=2$，外接球半径为**1**，得出结果.

【详解】

解：由$DA\perp AB$，翻折后得到$PA\perp AB$，又$PA\perp AC$，

则$PA\perp$面ABC，可知$PA\perp BC$.

又因为$AB\perp BC$，则$BC\perp$面PAB，于是$BC\perp PB$，

因此三棱锥$P-ABC$外接球球心是PC的中点.

计算可知$CP=2$，则外接球半径为**1**，从而外接球表面积为4π.