

## 2024 年浙江省宁波市中考数学模拟预测题（九）

学校：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 考号：\_\_\_\_\_

### 一、单选题

1. 下列算式的结果等于  $-6$  的是 ( )
 

A.  $12 - (-2)$       B.  $12 \div (-2)$       C.  $4 + (-2)$       D.  $4 \times (-2)$
2. 下列运算正确的是 ( )
 

A.  $\sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{2}$       B.  $\sqrt{(-2)^2 \times 3} = -2\sqrt{3}$

C.  $\sqrt{25} = \pm 5$       D.  $\sqrt{3^2 + 4^2} = 3 + 4 = 7$
3. 下列计算正确的是 ( )
 

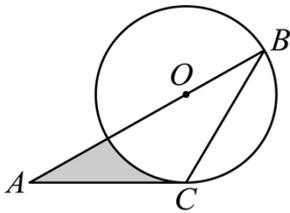
A.  $x^2 + x = x^3$       B.  $x^6 \div x^3 = x^2$       C.  $(x^3)^4 = x^7$       D.  $x^3 \cdot x^4 = x^7$
4. 设  $a, b, c$  均为实数, ( )
 

A. 若  $a > b$ , 则  $ac > bc$       B. 若  $a = b$ , 则  $ac = bc$

C. 若  $ac > bc$ , 则  $a > b$       D. 若  $ac = bc$ , 则  $a = b$
5. 某中老年合唱团成员的平均年龄为 52 岁, 方差为  $10\text{岁}^2$ , 在人员没有变动的情况下, 两年后这批成员的 ( )
 

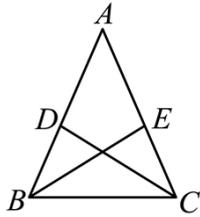
A. 平均年龄为 52 岁, 方差为  $10\text{岁}^2$       B. 平均年龄为 54 岁, 方差为  $10\text{岁}^2$

C. 平均年龄为 52 岁, 方差为  $12\text{岁}^2$       D. 平均年龄为 54 岁, 方差为  $12\text{岁}^2$
6. 如图, 设  $O$  为  $\triangle ABC$  的边  $AB$  上一点,  $\odot O$  经过点  $B$  且恰好与边  $AC$  相切于点  $C$ . 若  $\angle B = 30^\circ, AC = 3$ , 则阴影部分的面积为 ( )



- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{2}$       B.  $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{2}$       C.  $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \pi$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \pi$
7. 在面积等于 3 的所有矩形卡片中, 周长不可能是 ( )
 

A. 12      B. 10      C. 8      D. 6
  8. 如图, 锐角三角形  $ABC$  中,  $AB = AC$ , 点  $D, E$  分别在边  $AB, AC$  上, 连接  $BE, CD$ . 下列命题中, 假命题是 ( )

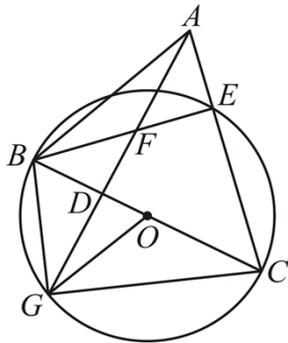


- A. 若  $CD = BE$ ，则  $\angle DCB = \angle EBC$       B. 若  $\angle DCB = \angle EBC$ ，则  $CD = BE$   
 C. 若  $BD = CE$ ，则  $\angle DCB = \angle EBC$       D. 若  $\angle DCB = \angle EBC$ ，则  $BD = CE$

9. 四名同学在研究函数  $y = 2x^2 + bx + c$  ( $b, c$  为已知数) 时, 甲发现该函数的图象经过点  $(1, 0)$ ; 乙发现当  $x = 2$  时, 该函数有最小值; 丙发现  $x = 3$  是方程  $2x^2 + bx + c = 2$  的一个根; 丁发现该函数图象与  $y$  轴交点的坐标为  $(0, 6)$ . 已知这四名同学中只有一人发现的结论是错误的 ( )

- A. 甲                      B. 乙                      C. 丙                      D. 丁

10. 如图,  $\triangle ABC$  的两条高线  $AD, BE$  交于点  $F$ , 过  $B, C, E$  三点作  $\odot O$ , 延长  $AD$  交  $\odot O$  于点  $G$ , 连接  $GO, GC$ . 设  $AF = 5, DF = 3$ , 则下列线段中可求长度的是 ( )



- A.  $GB$                       B.  $GD$                       C.  $GO$                       D.  $GC$

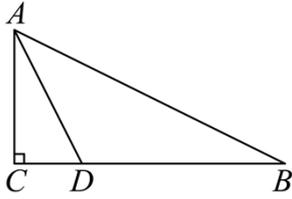
## 二、填空题

11. 因式分解:  $-x^2 + 4y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 在一个不透明的纸箱中装有 4 个白球和  $n$  个黄球, 它们只有颜色不同. 为了估计黄球的个数, 杨老师进行了如下试验: 每次从中随机摸出 1 个球, 杨老师发现摸到白球的频率稳定在  $\frac{1}{3}$  附近, 则纸箱中大约有黄球  $\underline{\hspace{2cm}}$  个.

13. 某种罐装凉茶一箱的价格为 84 元, 某商场实行促销活动, 买一箱送四罐, 每罐的价格比原来便宜 0.5 元, 设每箱中有凉茶  $x$  罐, 则可列方程:  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

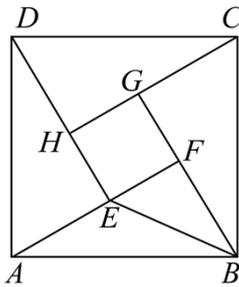
14. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中, 已知  $\angle C = 90^\circ$ ,  $3CD = BD$ . 若  $\cos \angle ABC = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ , 则  $\sin \angle BAD = \underline{\hspace{2cm}}$ .



15. 第二十四届国际数学家大会会徽的设计基础是 1700 多年前中国古代数学家赵爽的“弦图”. 如图, 在由四个全等的直角三角形 ( $\text{Rt}\triangle DAE$ ,  $\text{Rt}\triangle ABF$ ,  $\text{Rt}\triangle BCG$ ,  $\text{Rt}\triangle CDH$ ) 和中间一个小正方形  $EFGH$  拼成的大正方形  $ABCD$  中, 连接  $BE$ . 设

$\angle BAF = \alpha$ ,  $\angle BEF = \beta$ ,  $S_1$  是正方形  $ABCD$  的面积,  $S_2$  是正方形  $EFGH$  的面积. 若

$\tan \alpha = \tan^2 \beta$ , 则  $S_2 : S_1 =$  \_\_\_\_.



16. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + ax + b = 0$  有两个根  $x_1, x_2$ , 且满足  $1 < x_1 < x_2 < 2$ . 记  $t = a + b$ , 则  $t$  的取值范围是 \_\_\_\_.

### 三、解答题

17. (1) 计算:  $2 \tan 60^\circ - \sqrt{27} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + |1 - \sqrt{3}|$ ;

(2) 已知  $x^2 - 4x - 1 = 0$ , 求代数式  $(2x - 3)^2 - (x + 1)(x - 1)$  的值.

18. 圆圆和方方在做一道练习题: 已知  $0 < a < b$ , 试比较  $\frac{a}{b}$  与  $\frac{a+1}{b+1}$  的大小. 圆圆说: “当

$a = 1, b = 2, \frac{a}{b} = \frac{1}{2}, \frac{a+1}{b+1} = \frac{2}{3}$ . 因为  $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$ , 所以  $\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}$ ,

方方说: 圆圆的做法不正确, 因为  $a = 1, b = 2$  只是一个特例,

你同意方方的说法吗, 请说明理由

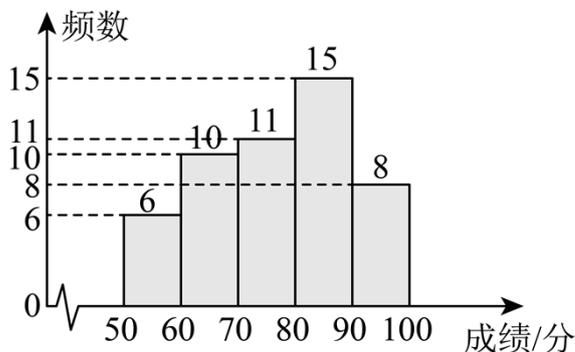
19. 某校为了解七、八年级学生对“防溺水”安全知识的掌握情况, 从七、八年级各随机抽取 50 名学生进行测试, 并对成绩 (百分制)

① 七年级成绩频数分布直方图如下.

② 七年级成绩在  $70 \leq x < 80$  这一组的是: 70, 72, 74, 75, 76, 76, 77, 77, 78, 79.

③ 七、八年级成绩的平均数、中位数如表.

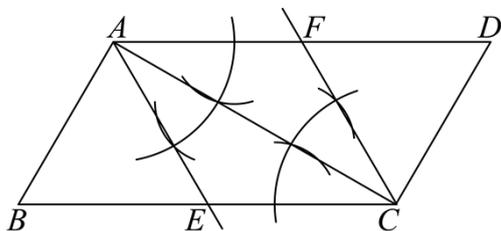
年级	平均数	中位数
七	76.8	$m$
八	79.2	79.5



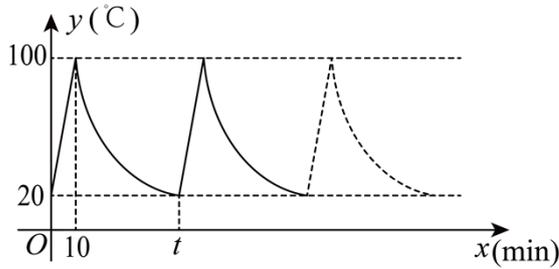
根据以上信息，回答下列问题：

- (1)在这次测试中，七年级在80分以上（含80分）的有 \_\_\_\_人，表中 $m$ 的值为 \_\_\_\_。
- (2)在这次测试中，七年级学生甲与八年级学生乙的成绩都是78分，请问两名学生在各自年级50名测试学生中的排名谁更靠前？说明理由。
- (3)该校七年级学生有400人，假设全部参加此次测试，请估计七年级成绩超过平均数76.8分的人数。

20. 某同学尝试在已知的 $\square ABCD$ 中利用尺规作出一个菱形，如图所示。



- (1)根据作图痕迹，能确定四边形 $AECF$ 是菱形吗？请说明理由。
  - (2)若 $\angle B=60^\circ$ ， $BA=2$ ， $BC=4$ ，求四边形 $AECF$ 的面积。
21. 小丽家饮水机中水的温度为 $20^\circ\text{C}$ ，通电开机后，饮水机自动开始加热，此过程中水温 $y(^\circ\text{C})$ 与开机时间 $x(\text{min})$ 满足一次函数关系，随后水温开始下降，此过程中水温 $y(^\circ\text{C})$ 与开机时间 $x(\text{min})$ 成反比例关系，当水温降至 $20^\circ\text{C}$ 时，根据图中提供的信息，解答问题。

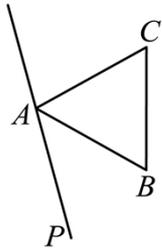


(1) 当  $0 \leq x \leq 10$  时, 求水温  $y(^{\circ}\text{C})$  关于开机时间  $x(\text{min})$

(2) 求图中  $t$  的值.

(3) 若小丽在将饮水机通电开机后外出散步, 请你预测小丽散步 70min 回到家时, 饮水机中水的温度.

22. 在等边三角形  $ABC$  外侧作直线  $AP$ , 点  $B$  关于直线  $AP$  的对称点为  $D$ , 连接  $CD$ , 交  $AP$  于点  $E$ , 连接  $BE$ .



(1) 依题意补全如图.

(2) 若  $\angle PAB = 20^{\circ}$ , 求  $\angle ACE$ .

(3) 若  $0^{\circ} < \angle PAB < 60^{\circ}$ , 用等式表示线段  $DE$ ,  $EC$ ,  $CA$  之间的数量关系并证明.

23. 已知二次函数  $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$  的图象经过原点  $O$  和点  $A(8+t, 0)$ , 其中  $t \geq 0$ .

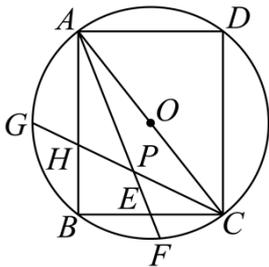
(1) 当  $t = 0$  时.

① 求  $y$  关于  $x$  的函数解析式; 求出当  $x$  为何值时,  $y$  有最大值? 最大值为多少?

② 当  $x = a$  和  $x = b$  时 ( $a \neq b$ ), 函数值相等, 求  $a$  的值.

(2) 当  $t > 0$  时, 在  $0 \leq x \leq 8$  范围内,  $y$  有最大值 18, 求相应的  $t$  和  $x$  的值.

24. 如图, 作半径为 3 的  $\odot O$  的内接矩形  $ABCD$ , 设  $E$  是弦  $BC$  的中点, 连接  $AE$  并延长, 交  $\odot O$  于点  $F$ ,  $G$  是  $\overline{AB}$  的中点,  $CG$  分别交  $AB$ ,  $AF$  于点  $H$ ,  $P$ , 若  $BC = 4$ .



(1) 求  $BH$ ;

(2) 求  $AP:PE$ .

(3)求  $\tan \angle APH$  .

### 参考答案:

1. B

【分析】本题考查了有理数的运算. 根据有理数的加法、减法、乘法和除法法则计算出结果即可求解.

【详解】解:  $12 - (-2) = 12 + 2 = 14 \neq -6$ ,

$$12 \div (-2) = -6,$$

$$4 + (-2) = 4 - 2 = 2 \neq -6,$$

$$4 \times (-2) = -8 \neq -6,$$

观察四个选项, 选项 B 符合题意,

故选: B.

2. A

【分析】根据二次根式的性质分别化简即可解答.

【详解】A.  $\sqrt{18} - \sqrt{8} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$ , 故此选项正确;

B.  $\sqrt{(-2)^2 \times 3} = 2\sqrt{3} \neq -2\sqrt{3}$ , 故此选项错误;

C.  $\sqrt{25} = 5 \neq \pm 5$ , 故此选项错误;

D.  $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \neq 3 + 4 = 7$ , 故此选项错误.

故选: A.

【点睛】本题考查二次根式的化简, 解题关键是熟练掌握二次根式的性质.

3. D

【分析】

根据同底数幂的乘法、除法, 幂的乘方, 合并同类项进行运算, 然后判断即可.

【详解】解: A、 $x^2 + x \neq x^3$ , 错误, 故不符合要求;

B、 $x^6 \div x^3 = x^3 \neq x^2$ , 错误, 故不符合要求;

C、 $(x^3)^4 = x^{12} \neq x^7$ , 错误, 故不符合要求;

D、 $x^3 \cdot x^4 = x^7$ , 正确, 故符合要求;

故选: D.

【点睛】本题考查了同底数幂的乘法、除法, 幂的乘方, 合并同类项. 解题的关键在于正确的运算.

4. B

【分析】

本题考查了等式和不等式的基本性质，利用基本性质判断即可，掌握基本性质是解题的关键.

【详解】解：A、 $a > b$ ，当 $c = 0$ 时， $ac = bc$ ，故选项不符合题意；

B、 $a = b$ ，则 $ac = bc$ ，故选项符合题意；

C、 $ac > bc$ ，当 $c < 0$ 时， $a < b$ ，故选项不符合题意；

D、 $ac = bc$ ，当 $c = 0$ 时，不成立 $a^1 b$ ，故选项不符合题意；

故选：B.

5. B

【分析】

本题考查了平均数和方差的定义，根据平均数和方差的定义求解即可，熟记定义是解题的关键.

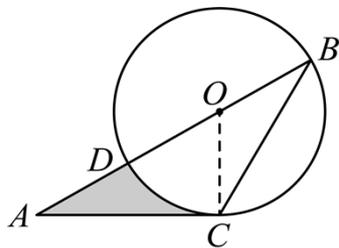
【详解】解：两年后这批成员的平均年龄为： $52 + 2 = 54$ 岁，方差不变，仍为 $10^2$ ，

故选：B.

6. B

【分析】本题考查了切线的性质，等腰三角形的性质，三角函数，求不规则图形的面积，连接 $OC$ ，由切线的性质得到 $\angle OCA = 90^\circ$ ，由等腰三角形的性质，三角形外角的性质求出 $\angle AOC = 60^\circ$ ，由锐角的正切求出 $OC$ 长，求出 $\triangle ACB$ 的面积，扇形 $ODC$ 的面积，即可求出阴影部分的面积，利用锐角的正切求出 $OC$ 的长是解题的关键.

【详解】解：连接 $OC$ ，设 $AB$ 与 $eO$ 的交点为 $D$ ，



$\because eO$ 与 $AC$ 相切于 $C$ ，

$\therefore OC \perp AC$ ，

$\therefore \angle OCA = 90^\circ$ ，

$\because OB = OC$ ，

$$\therefore \angle OCB = \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle B + \angle OCB = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle AOC = \frac{AC}{OC}, \quad AC = 3,$$

$$\therefore OC = \frac{3}{\tan 60^\circ} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \triangle ACB \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AC \cdot OC = \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{扇形 } ODC \text{ 的面积} = \frac{60\pi \times (\sqrt{3})^2}{360} = \frac{1}{2}\pi,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\pi,$$

故选：B.

7. D

【分析】本题考查了一元二次方程根的判别式的应用，设矩形的长为 $x$ ，周长为 $m$ ，则宽为 $\frac{3}{x}$ ，可得 $2\left(x + \frac{3}{x}\right) = m$ ，由 $\Delta > 0$ 求出 $m$ 的取值范围即可求解，掌握一元二次方程根的判别式的应用是解题的关键.

【详解】解：设矩形的长为 $x$ ，周长为 $m$ ，则宽为 $\frac{3}{x}$ ，

$$\text{则 } 2\left(x + \frac{3}{x}\right) = m,$$

$$\text{整理得， } 2x^2 - mx + 6 = 0,$$

$$\therefore \Delta = m^2 - 4 \times 2 \times 6 = m^2 - 48 > 0$$

$$\therefore m^2 > 48,$$

$$\therefore m > 0,$$

$$\therefore m > \sqrt{48} = 4\sqrt{3},$$

$\therefore$ 周长不可能是6，

故选：D.

8. A

【分析】

本题考查命题与定理，涉及全等三角形的判定与性质，等腰三角形性质及应用，解题的关键是掌握全等三角形判定定理.由 $AB = AC$ ，得 $\angle ABC = \angle ACB$ ，而 $BC = BC$ ， $\angle DCB = \angle ECB$ ，可得 $\triangle DCB \cong \triangle ECB$  (ASA)，故 $CD = BE$ ，判断选项B是真命题； $BD = CE$

，判断选项 D 是真命题；根据  $BC = BC$ ， $\angle ABC = \angle ACB$ ， $BD = CE$ ，得  $\triangle DCB \cong \triangle ECB$  (SAS)，有  $\angle DCB = \angle ECB$ ，判断选项 C 是真命题；不能证明  $CD = BE$  时， $\angle DCB = \angle ECB$ ，可判断选项 A 是假命题。

【详解】

解：Q  $AB = AC$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ ，

Q  $BC = BC$ ， $\angle DCB = \angle ECB$ ，

$\therefore \triangle DCB \cong \triangle ECB$  (ASA)，

$\therefore CD = BE$ ，故选项 B 是真命题，不符合题意；

$BD = CE$ ，故选项 D 是真命题，不符合题意；

Q  $BC = BC$ ， $\angle ABC = \angle ACB$ ， $BD = CE$ ，

$\therefore \triangle DCB \cong \triangle ECB$  (SAS)，

$\therefore \angle DCB = \angle ECB$ ，故选项 C 是真命题，不符合题意；

不能证明  $CD = BE$  时， $\angle DCB = \angle ECB$ ，故选项 A 是假命题，符合题意；

故选：A.

9. C

【分析】本题考查了二次函数的图象和性质，假设甲和丁正确，利用假设法逐项判断即可求解，掌握二次函数的图象和性质是解题的关键。

【详解】解：假设甲和丁正确，由甲可得， $2 + b + c = 0$ ，

$\therefore b + c = -2$ ，

由丁可得， $c = 6$ ，

$\therefore b = -8$ ，

$\therefore$  函数为  $y = 2x^2 - 8x + 6$ ，

$\therefore$  对称轴为直线  $x = 2$ ，

$\therefore a = 2 > 0$ ，

$\therefore$  当  $x = 2$  时，该函数有最小值，

故乙发现的结论是正确的，

当  $x = 3$  时，代入方程  $2x^2 - 8x + 6 = 2$  得，

左边 =  $2 \times 3^2 - 8 \times 3 + 6 = 0 \neq$  右边,

$\therefore$  丙发现的结论是错误的,

$\therefore$  符合四名同学中只有一人发现的结论是错误,

$\therefore$  丙发现的结论是错误的,

故选: C.

10. B

【分析】 本题考查了解直角三角形的应用, 直径所对的圆周角是直角, 四点共圆; 连接  $CF$

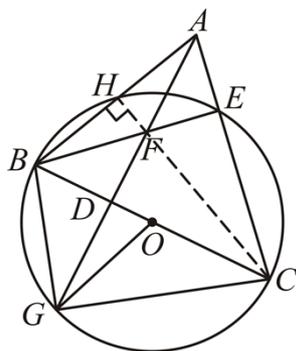
交  $\odot O$  于点  $H$ , 则  $BH \perp AB$ , 设  $BF = a$ ,  $\angle CAD = \alpha$ , 则  $BD = a \cos \alpha, DF = a \sin \alpha$ ,

$EF = 5 \sin \alpha, AE = 5 \cos \alpha$ , 设  $\odot O$  的半径为  $r$ , 则

$BE = BF + EF = a + 5 \sin \alpha = BC \cos \alpha = 2r \cos \alpha$ , 在  $\text{Rt}\triangle GDO$  中,  $GD^2 = OG^2 - DO^2$  得出

$GD^2 = DF \cdot AD$ , 即可求解.

【详解】 解: 如图所示, 连接  $CF$  交  $\odot O$  于点  $H$ , 则  $BH \perp AB$ ,



设  $BF = a$ ,  $\angle CAD = \alpha$ ,

依题意,  $\angle EBC + \angle BCE = \angle CAD + \angle DCA$ ,

$\therefore \angle EBC = \angle CAD = \alpha$ ,

$\therefore BD = a \cos \alpha, DF = a \sin \alpha, EF = 5 \sin \alpha, AE = 5 \cos \alpha$ ,

设  $\odot O$  的半径为  $r$ , 则  $BE = BF + EF = a + 5 \sin \alpha = BC \cos \alpha = 2r \cos \alpha$

$\therefore a^2 + 5a \sin \alpha = 2ra \cos \alpha$  ①

在  $\text{Rt}\triangle GDO$  中,  $GD^2 = OG^2 - DO^2$

$$= r^2 - (r - a \cos \alpha)^2$$

$$= 2ra \cos \alpha - a^2 \cos \alpha$$

$$= a^2 + 5a \sin \alpha - a^2 \cos^2 \alpha$$

$$= a^2 (1 - \cos^2 \alpha) + 5a \sin \alpha$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/366240220140010105>