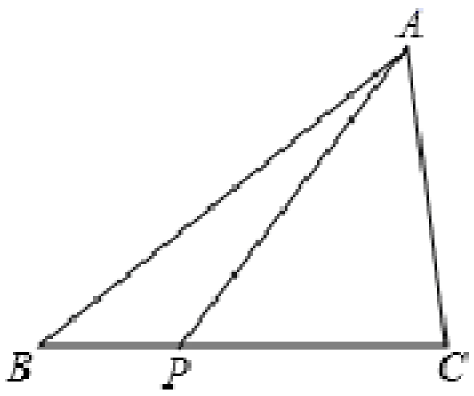
一、选择题

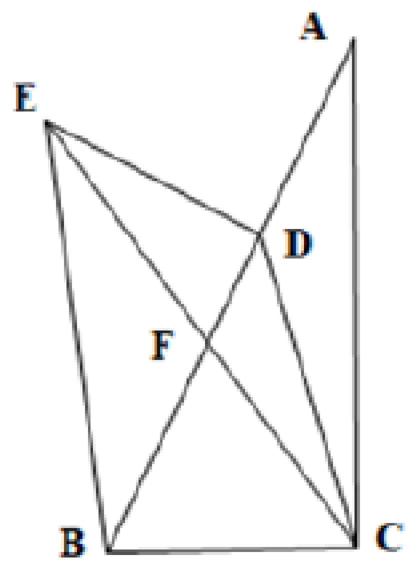
1．如图，P 为 ABC 的边 BC 上一点，且 $PC=2PB$，已知 $\angle ABC=45°$，$\angle APC=60°$，则 $\angle ACB$ 的度数为（　）



A．$75°$　　B．$80°$　　C．$85°$　　D．$88°$

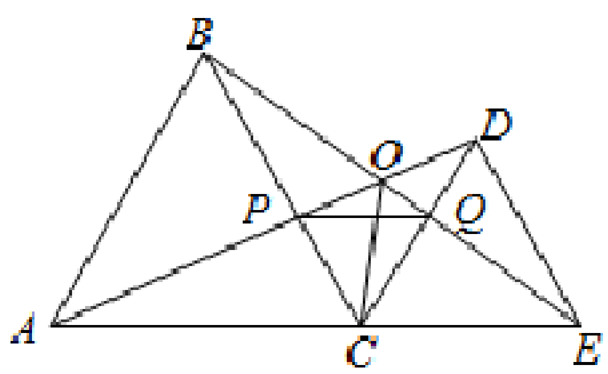
2．如图，在 ΔABC 中，∠*ACB*=90°，∠*A*=30°，*BC*=2，点 *D* 在 *AB* 上，连结 *CD*，将 ΔADC 沿 *CD* 折叠，点 *A* 的对称点为 *E*，*CE* 交 *AB* 于点 *F*，下列结论正确的个数是（　　）

①当 *BF*=*BC* 时，*EF*=2$\sqrt{3}$-2；②当 *BF*=*BC* 时，ΔDEF 为直角三角形；③当 ΔDEF 为直角三角形，*EF*=2$\sqrt{3}$-2；④当 *DE* 平行 ΔABC 的边时，∠*BCE*=30°



A．1　　B．2　　C．3　　D．4

3．已知如图，C 为线段 AE 上一动点（不与 A，E 重合），在 AE 同侧分别作等边三角形 ABC 和等边三角形 CDE，AD 与 BE 交于点 O，AD 与 BC 交于点 P，BE 与 CD 交于点 Q，连接 PQ，OC，以下四个结论：①AD＝BE；②△CPQ 是等边三角形；③AD⊥BC；④OC 平分∠AOE．其中正确的结论是（　）

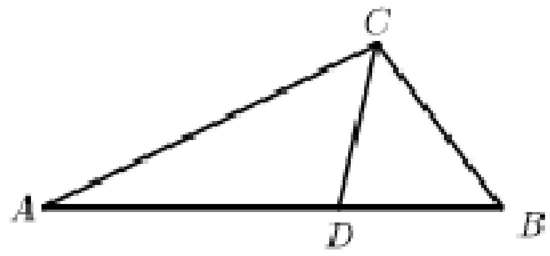


A．①②③④　　B．③④　　C．①②③　　D．①②④

4．已知等腰三角形的两边长分别为 *a*，*b*，且 *a*，*b* 满足 $\sqrt{a-3}$+|*b*﹣4|＝0，则此等腰三角形的周长为（　　）

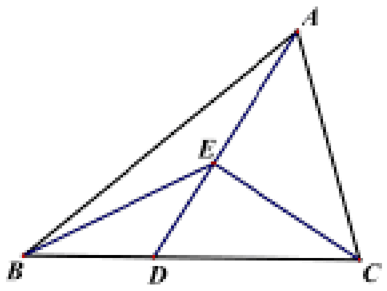
A．7　　B．10　　C．11　　D．10 或 11

5．如图，CD 是 ABC 的角平分线，$\angle B=2\angle A, AC=7, BC=4$，则 BD 的长为（　）



A．2　　　　B．3　　　　C．$2\sqrt{3}$　　　　D．$3\sqrt{2}$

6．如图，△*ABC* 中，*DC*=2*BD*=2，连接 *AD*，∠ *ADC*=60°．*E* 为 *AD* 上一点，若△ *BDE* 和△ *BEC* 都是等腰三角形，且 *AD*=$\sqrt{3}+1$，则∠ *ACB*=（ ）



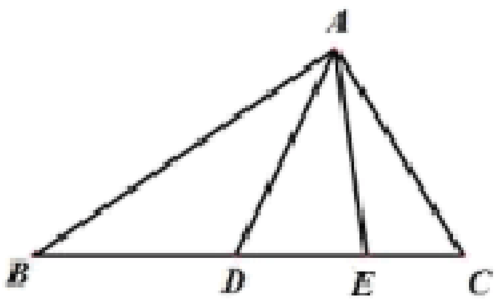
A．60°

B．70°

C．55°

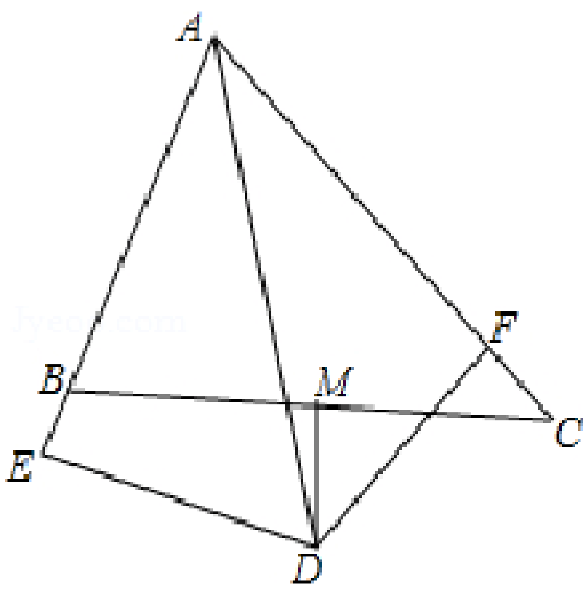
D．75°

7．如图，ABC 中，D、E 为线段 BE 上两点，且 $AC=DC$，$BA=BE$，若 $5\angle DAE=2\angle BAC$，则 $\angle DAE$ 的度数为（　）



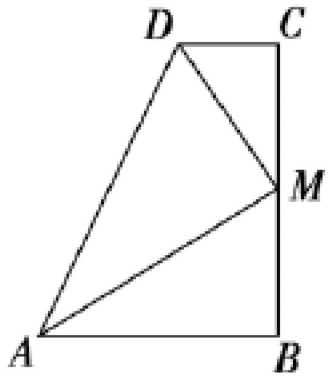
A．$40°$　　　　B．$45°$　　　　C．$50°$　　　　D．$60°$

8．如图，$\triangle$ABC 中，$\angle BAC=60°$，$\angle BAC$ 的平分线 AD 与边 BC 的垂直平分线 MD 相交于点 D，$DE\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E，$DF\perp AC$ 于点 F，现有下列结论：①$DE=DF$；②$DE+DF=AD$；③DM 平分 $\angle ADF$；④$AB+AC=2AE$．其中正确的有（　　）



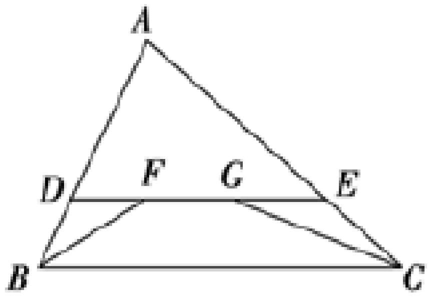
A．①②　　　　B．①②③④　　　　C．①②④　　　　D．②④

9．如图，$\angle B=\angle C=90^{\circ}$，$M$ 是 BC 的中点，DM 平分 $\angle ADC$，且 $\angle ADC=120^{\circ}$，$BC=20\text{cm}$，则 AM 的长度为（ ）



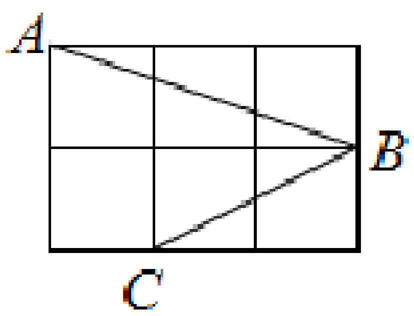
A．20cm　　B．10cm　　C．5cm　　D．15cm

10．如图，在 ABC 中，$ED//BC$，$\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线分别交 ED 于点 F、G，若 $FG=2$，$ED=6$，则 $DB+EC$ 的值为（ ）



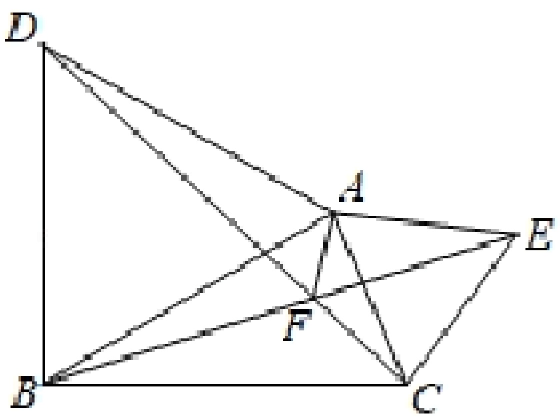
A．3　　B．4　　C．5　　D．9

11．如图，每个小正方形的边长都相等，A，B，C 是小正方形的顶点，则 $\angle ABC$ 的度数为（ ）



A．45°　　B．50°　　C．55°　　D．60°

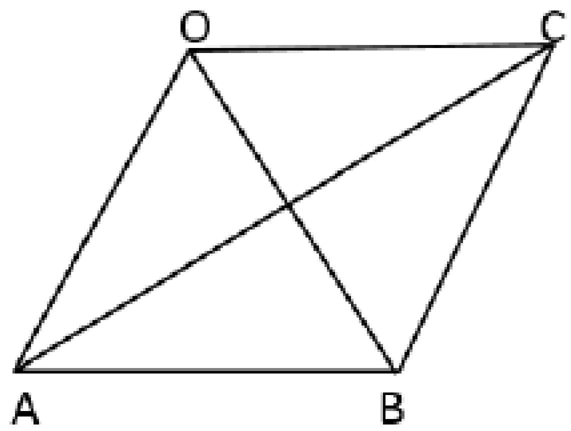
12．如图，以△ABC 的边 AB、AC 为边向外作等边△ABD 与等边△ACE，连接 BE 交 DC 于点 F，下列结论：①CD=BE；②FA 平分∠DFE；③∠BFC=120°；④$\frac{S_{\triangle AFE}}{S_{\triangle EFC}}=\frac{AF}{FC}$．其中正确的有（　　　）



A．4 个　　B．3 个　　C．2 个　　D．1 个

二、填空题

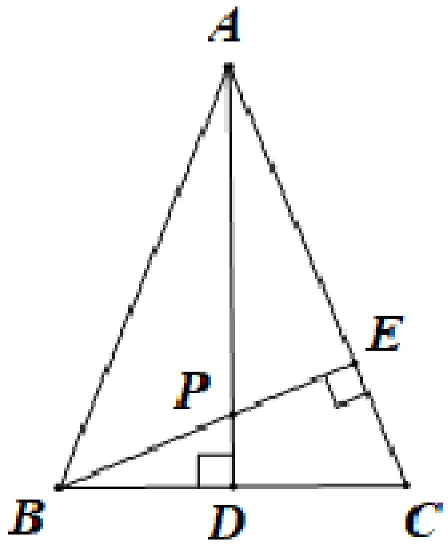
13．如图，$OA=OB=OC$ 且 $\angle ACB=30^{\circ}$，则 $\angle AOB$ 的大小是______度．



14．等腰三角形周长为20，一边长为4，则另两边长为______.

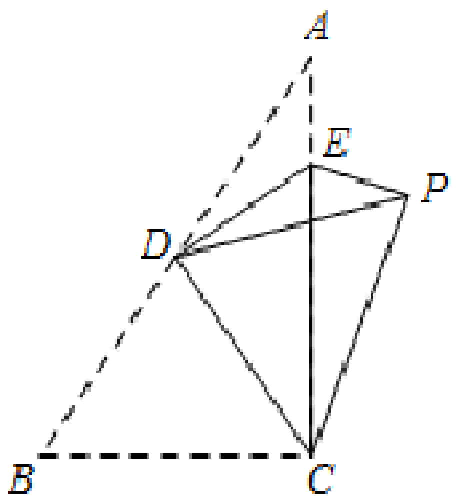
15．三角形的三边长分别为2，$\sqrt{5}$，3，则该三角形最长边上的中线长为_______

16．如图，在 ABC 中，$AB=AC,\angle BAC=45°,AD,BE$ 是 ABC 的高，点P是直线AD上一动点，当$PC+PE$最小时，则$\angle BPC$为______度.

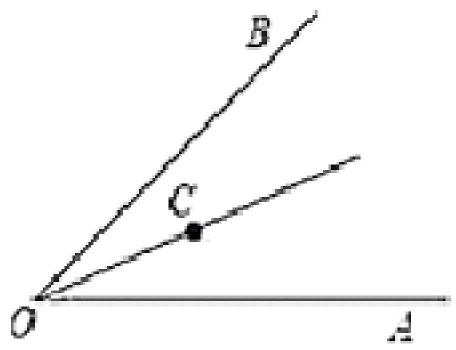


△

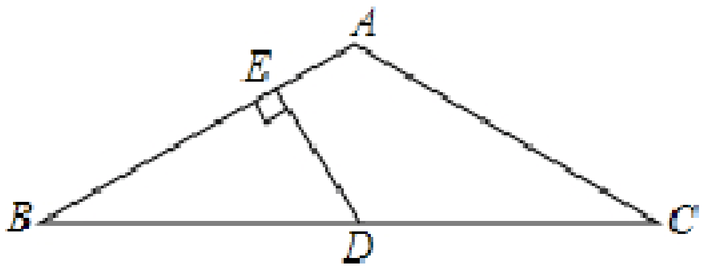
17．如图，在△*ABC*中，∠*ACB*＝90°，*D*，*E*分别为*AB*，*AC*上一点，将△*BCD*，△*ADE*沿*CD*，*DE*翻折，点*A*，*B*恰好重合于点*P*处，若△*PCD*中有一个角等于48°，则∠*A*＝_____.



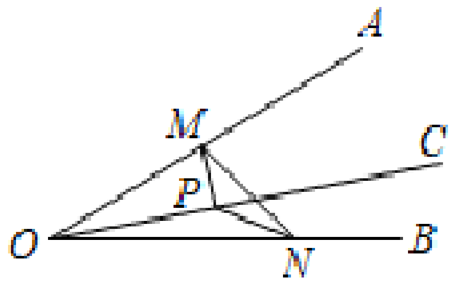
18．如图，$\angle AOB=50°$，OC平分$\angle AOB$，如果射线OA上的点E满足$\triangle OCE$是等腰三角形，那么$\angle OEC$的度数为________.



19．如图， ABC 中， $AB=AC$， $\angle A=120°$，若 D 是 BC 的中点， $DE\perp AB$，垂足是 E，则 $AE:BE$ 的值等于________．

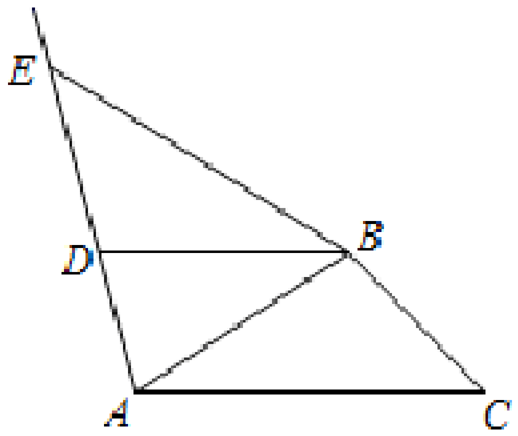


20．如图，$\angle AOB=30°$,OC 为 $\angle AOB$ 内部一条射线，点 P 为射线 OC 上一点，$OP=6$，点 M,N 分别为 OA,OB 边上动点，则 $\triangle MNP$ 周长的最小值为______．



三、解答题

21．如图，在 ABC 中，$\angle BAC=30°$，$\angle ACB=45°$，$BD//AC$，$BD=AB$，且 C，D 两点位于 AB 所在直线两侧，射线 AD 上的点 E 满足 $\angle ABE=60°$．



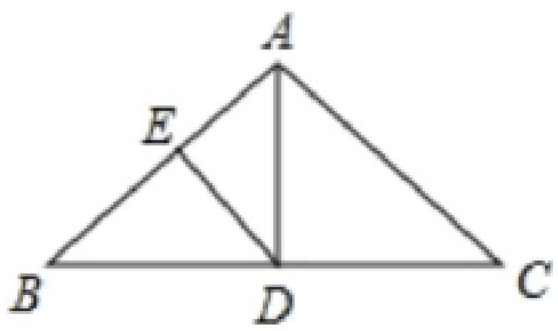
（1）$\angle AEB=$_____°；

（2）图中与 AC 相等的线段是 BE，证明此结论只需证明△_____≌△_______．

22．如图，在△ABC 中，AB=AC，AD 是 BC 边上的中线，E 是 AB 上一点，且 AE=DE．

（1）求证：DE//AC．

（2）若 BE=5，BC=12，求△AED 的周长．



23．如图 1，在 ABC 中， AF， BE 分别是 $\angle BAC$ 和 $\angle ABC$ 的角平分线， AF 和 BE 相交于 D 点.

（1）求证： CD 平分 $\angle ACB$；

（2）如图 2，过 F 作 $FP\perp AC$ 于点 P，连接 PD，若 $\angle ACB=45°$，$\angle PDF=67.5°$，求证： $PD=CP$；

（3）如图 3，若 $2\angle BAF+3\angle ABE=180°$，求证：$BE-BF=AB-AE$．

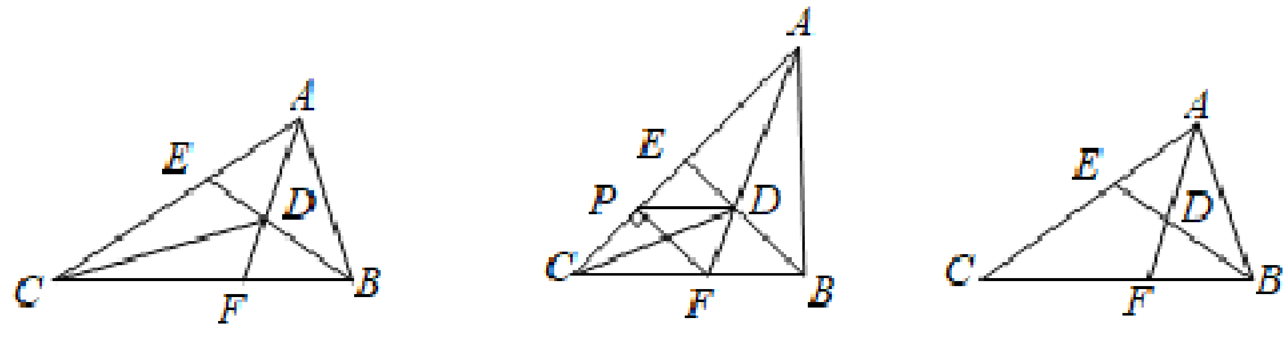
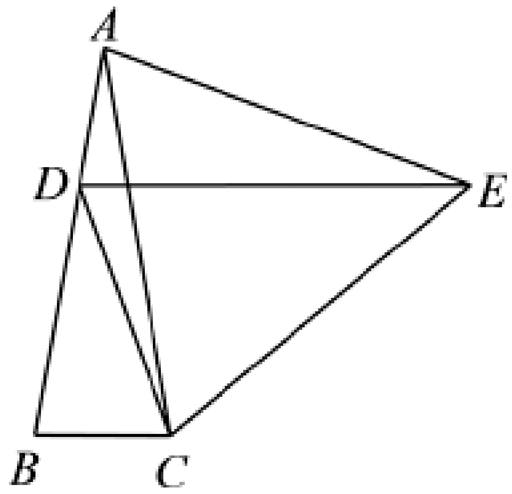


图1　　图2　　图3

24．如图，在ΔABC中，$\angle ABC=\angle ACB=80°$，$D$是$AB$上一点，且$AD=BC$，$DE // BC$且$DE=AC$.连接$AE$，$CE$，$CD$．

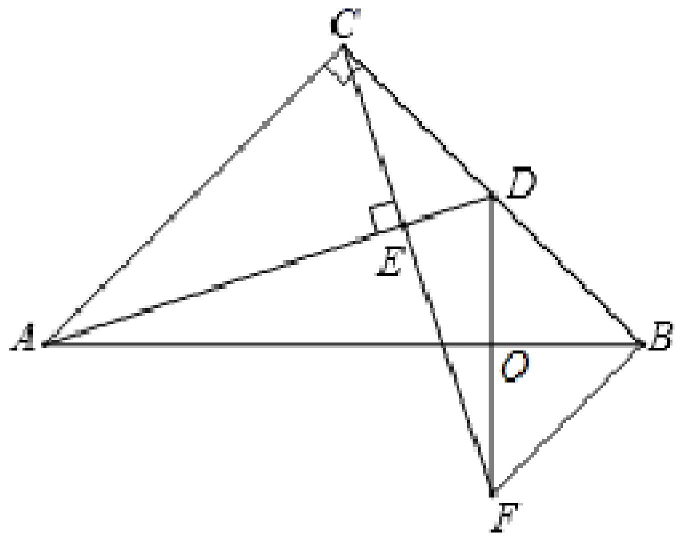


（1）求$\angle AED$的度数；

（2）证明：ΔACE是等边三角形；

（3）求$\angle ECD$的度数．

25．如图，Rt△ABC中，∠BCA＝90°，AC＝BC，点D是BC的中点，CE⊥AD于E，BF∥AC交CE的延长线于点F．

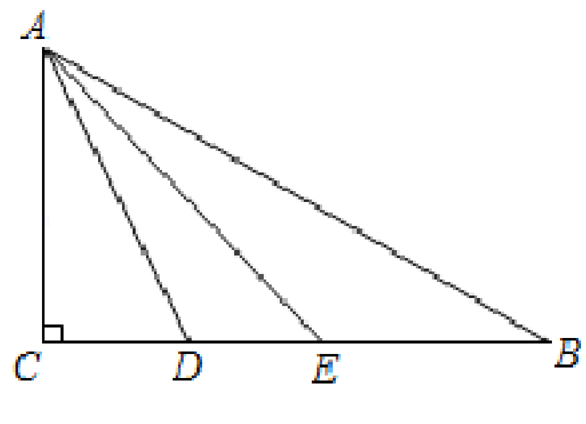


（1）求证：△ACD≌△CBF；

（2）连结DF，求证：AB垂直平分DF；

（3）连结AF，试判断△ACF的形状，并说明理由．

26．如图，在△ABC中，∠C＝90°，点D，点E在边BC上，且满足AD＝BD，AE平分∠BAD，若∠CAE＝42°．求∠AEC和∠B的度数．



【参考答案】***试卷处理标记，请不要删除

一、选择题

1．A

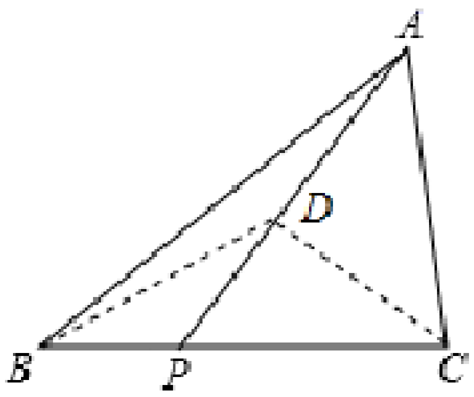
解析：A

【分析】

根据三角形内角和定理求出∠*DCP*=30°，求证 *PB*=*PD*；再根据三角形外角性质求证 *BD*=*AD*，再利用△*BPD* 是等腰三角形，然后可得 *AD*=*DC*，∠*ACD*=45°从而求出∠*ACB* 的度数．

【详解】

解：过 *C* 作 *AP* 的垂线 *CD*，垂足为点 *D*．连接 *BD*；



∵△*PCD* 中，∠*APC*=60°，

∴∠*DCP*=30°，*PC*=2*PD*，

∵*PC*=2*PB*，

∴*BP*=*PD*，

∴△*BPD* 是等腰三角形，∠*BDP*=∠*DBP*=30°，

∵∠*ABP*=45°，

∴∠*ABD*=15°，

∵∠*BAP*=∠*APC*-∠*ABC*=60°-45°=15°，

∴∠*ABD*=∠*BAD*=15°，

∴*BD*=*AD*，

∵∠*DBP*=45°-15°=30°，∠*DCP*=30°，

∴*BD*=*DC*，

∴△*BDC* 是等腰三角形，

∵*BD*=*AD*，

∴*AD*=*DC*，

∵∠*CDA*=90°，

∴∠*ACD*=45°，

∴∠*ACB*=∠*DCP*+∠*ACD*=75°，

故选 *A*．

【点睛】

此题主要考查学生三角形内角和定理，等腰三角形的判定与性质，三角形外角的性质等知

识点，综合性较强，有一定的拔高难度，属于难题．

2． C

解析：C

【分析】

由勾股定理可求 AC 的长，利用折叠的性质和等腰三角形的性质依次计算可得①②正确．利用直角三角形分类讨论可知 EF 有两种情况，③不正确，由平行内错角角相等可知④正确；

【详解】

解：

①∵ $BF=BC$，且∠ $ABC=60°$，

∴ ΔBCF 为等边三角形，$BF=CF=BC=2$，$AC=2\sqrt{3}$，$AB=4$，

∵ ΔADC 沿 CD 折叠，

∴ $CE=AC=2\sqrt{3}$，$EF=CE-CF=2\sqrt{3}-2$，故①正确；

②当 $BF=BC$ 时，∠ EFD=∠ $BFC=60°$，

∴∠ DEF=∠ $A=30°$，∠ $EDF=90°$，

∴ ΔEDF 为直角三角形，故②正确；

③当 ΔDEF 为直角三角形时，此处要分情况讨论，当∠ $EDF=90°$时，

∵∠ DEF=∠ $A=30°$，

∴∠ $EFD=60°$=∠ BFC，$EF=EC-CF=2\sqrt{3}-2$，

当∠ $EFD=90°$时，∵∠ $ABC=60°$，∠ $BCF=30°$，

∴ $FC=\sqrt{3}$，$EF=EC-FC=\sqrt{3}$，综上所述，$EF=2\sqrt{3}-2$ 或 $\sqrt{3}$，故③错误；

④当 DE 平行于 ΔABC 的边时，∵ $DE \parallel BC$，∴∠ EDF=∠ $ABC=60°$，

∵∠ $DEC=30°$，∴∠ BCF=∠ $DEC=30°$，故④正确，

故选 C

【点睛】

本题考查了翻折变换，等腰三角形的判定和性质，勾股定理等知识；熟练掌握翻折变换的性质，由直角三角形的性质和勾股定理求出 CA，学会运用分类讨论是解题的关键．

3． D

解析：D

【分析】

先由 SAS 判定△ ACD≌△ BCE，证得①正确；再由 ASA 证△ ACP≌△ BCQ，得到 $CP=CQ$，②正确，同理证得 $CM=CN$，得到④正确；易得③不正确．

【详解】

解：∵△ ABC 和△ DCE 均是等边三角形，

∴ $BC=AC$，$CD=CE$，∠ ACB=∠ $ECD=60°$，

∴∠ ACB+∠ BCD=∠ BCD+∠ ECD，∠ $BCD=60°$，

∴∠ ACD=∠ BCE，

∴△ ACD≌△ BCE（SAS），

∴ $AD=BE$，故①正确；

$\angle CAD=\angle CBE$，

∵ $\angle BCA=\angle BCD=60°$，$AC=BC$，

∴ △ ACP≌ △ BCQ（ASA），

∴ $CP=CQ$，

又∵ $\angle PCQ=60°$，

∴ △ CPQ 是等边三角形，故②正确；

过 C 作 $CM\perp BE$ 于 M，$CN\perp AD$ 于 N，

∵ △ ACD≌ △ BCE，

∴ $\angle ADC=\angle BEC$，

∵ $CD=CE$，$\angle CND=\angle CMA=90°$，

∴ △ CDN≌ △ CEM（AAS），

∴ $CM=CN$，

∵ $CM\perp BE$，$CN\perp AD$，

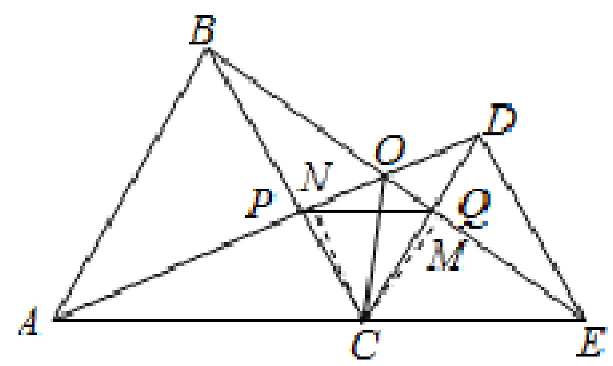
∴ OC 平分$\angle AOE$，故④正确；

当 $AC=CE$ 时，AP 平分$\angle BAC$，

则$\angle PAC=30°$，此时$\angle APC=180°-30°-60°=90°$，

则 $AD\perp BC$，故③不正确；

故选：D.



【点睛】

本题考查了全等三角形的判定与性质、等边三角形的判定与性质等知识；熟练掌握等边三角形的判定与性质，证明三角形全等是解题的关键，属于中考常考题型．

4．D

解析：D

【分析】

先根据非负数的性质列式求出 a、b 的值，再分 4 是腰长与底边两种情况讨论求解．

【详解】

解：根据题意得，a-3=0，b-4=0，

解得 a=3，b=4，

①4 是腰长时，三角形的三边分别为 4、4、3，

∵ 4+4＞3，

∴ 能组成三角形，4+4+3=11，

②4 是底边时，三角形的三边分别为 3、3、4，

能组成三角形，周长=3+3+4=10，
所以，三角形的周长为 11 或 10.
故选：D.
【点睛】
本题考查了等腰三角形的性质，绝对值非负数，偶次方非负数的性质，根据几个非负数的和等于 0，则每一个算式都等于 0 求出 a、b 的值是解题的关键，难点在于要分情况讨论并且利用三角形的三边关系进行判断.

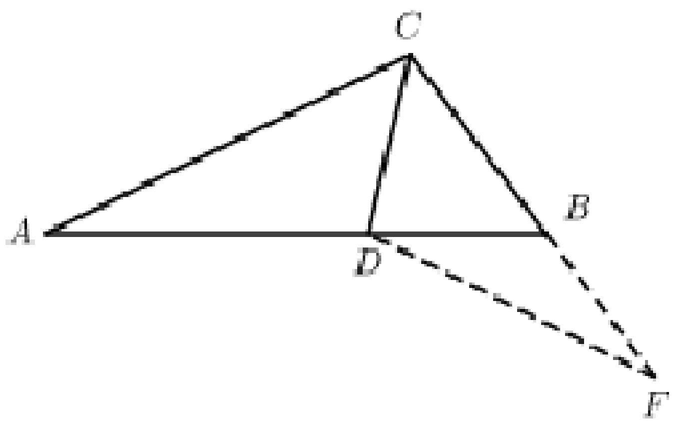
5． B

解析：B

【分析】
延长 CB 至点 F，使 CF=CA，连接 DF，证明△ FCD≌ △ ACD，得到∠ F=∠ A，结合已知得到线段的关系，从而计算 BD.
【详解】
解：延长 CB 至点 F，使 CF=CA，连接 DF，
∵ CD 是△ ABC 的角平分线，
∴ ∠ ACD=∠ FCD，
在△ FCD 和△ ACD 中，

$$\begin{cases} CF=CA \\ \angle FCD=\angle ACD \\ CD=CD \end{cases},$$

∴ △ FCD≌ △ ACD（SAS），
∴ ∠ F=∠ A，
∴ ∠ ABC=2∠ A 且∠ ABC=∠ F+∠ FDB，
∴ ∠ F=∠ FDB，
∴ BF=BD，
∴ CF=BC+BF=BC+BD，
∴ AC=BD+BC，
∴ BD=AC-BC=7-4=3，
故选 B.



【点睛】
本题考查了全等三角形的判定和性质，解题的关键是合理作出辅助线，构造全等三角形.

6． D

解析：D

【分析】

根据等腰三角形的性质求解即可；

【详解】

∵ $\angle EDC = 60°$，

∴ ∠ + ∠ = °，

∵△ BDE 是等腰三角形，

∴ ∠ = ∠ = °， $BD = DE = 1$，

∵△ BEC 是等腰三角形，

∴ ∠ = ∠ = °，

∵ $\angle EDC = 60°$，

∴ $\angle DEC = 90°$，

在 Rt△ DEC 中，

∵ $\angle ECD = 30°$， $DE = 1$，

∴ = —— ° = √ ，

又∵ $AD=\sqrt{3}+1$，

∴ = − = √ = ，

∴△ AEC 为等腰三角形，

又∵ ∠ = ∠ = °，

∴ ∠ = ∠ = °，

∴ ∠ = ∠ + ∠ = ° + ° = °；

故答案选 D．

【点睛】

本题主要考查了等腰三角形的性质应用，准确计算是解题的关键．

7． A

解析：A

【分析】

根据等腰三角形的性质可得出∠ *BAE*＝∠ *BEA*，∠ *ADC*＝∠ *DAC*，然后分别用外角的知识表示出这个关系，进而结合 5∠ *DAE*＝2∠ *BAC* 可得出∠ *DAE* 的值．

【详解】

解：∵ *AC*＝*DC*，*BA*＝*BE*，

∴∠ *DAE*+∠ *EAC*＝∠ *ADE*＝∠ *B*+∠ *BAD*①，

∠ *EAD*+∠ *BAD*＝∠ *AED*＝∠ *C*+∠ *EAC*②，

①+②可得：∠ *DAE*+∠ *EAC*+∠ *EAD*+∠ *BAD*＝∠ *B*+∠ *BAD*+∠ *C*+∠ *EAC*，

整理，得∠ *DAE*+∠ *BAC*＝180°－∠ *DAE*，

又 5∠ *DAE*＝2∠ *BAC*，设∠ *DAE*=2*x*，则∠ *BAC*=5*x*，

上式即为 2*x*+5*x*=180°－2*x*，解得：*x*=20°，

即∠ DAE＝40°．

故选：A．

【点睛】

本题考查等腰三角形的性质及三角形的内角和定理，有一定的难度，解答本题需用到等腰三角形的两底角相等、三角形的内角和等于 180°．

8．C

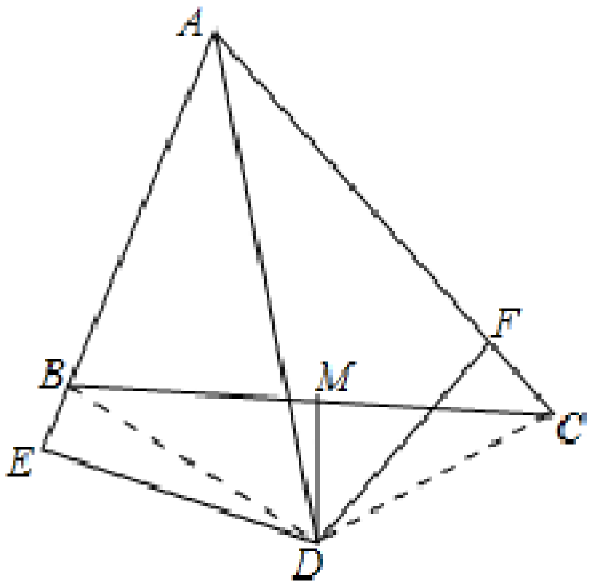
解析：C

【分析】

①由角平分线的性质可知①正确；②由题意可知∠ EAD=∠ FAD=30°，故此可知 ED=$\frac{1}{2}$AD，DF=$\frac{1}{2}$AD，从而可证明②正确；③若 DM 平分∠ EDF，则∠ EDM=60°，从而得到∠ ABC 为等边三角形，条件不足，不能确定，故③错误；④连接 BD、DC，然后证明△ EBD≌△ DFC，从而得到 BE=FC，从而可证明④．

【详解】

解：如图所示：连接 BD、DC．



①∵ AD 平分∠ BAC，DE⊥AB，DF⊥AC，

∴ ED=DF．

∴ ①正确．

②∵∠ EAC=60°，AD 平分∠ BAC，

∴∠ EAD=∠ FAD=30°．

∵ DE⊥AB，

∴∠ AED=90°．

∵∠ AED=90°，∠ EAD=30°，

∴ ED=$\frac{1}{2}$AD．

同理：DF=$\frac{1}{2}$AD．

∴ DE+DF=AD．

∴ ②正确．

③由题意可知：∠ EDA=∠ ADF=60°．

假设 MD 平分∠ EDF，则∠ ADM=30°．则∠ EDM=60°，

又∵∠E=∠BMD=90°，

∴∠EBM=120°.

∴∠ABC=60°.

∵∠ABC是否等于60°不知道，

∴不能判定MD平分∠EDF，

故③错误.

④∵DM是BC的垂直平分线，

∴DB=DC.

在Rt△BED和Rt△CFD中

$$\begin{cases} DE=DF \\ BD=DC \end{cases},$$

∴Rt△BED≌Rt△CFD.

∴BE=FC.

∴AB+AC=AE-BE+AF+FC

又∵AE=AF，BE=FC，

∴AB+AC=2AE.

故④正确.

故选：C.

【点睛】

本题主要考查的是全等三角形的性质和判定、角平分线的性质、线段垂直平分线的性质，掌握本题的辅助线的作法是解题的关键.

9．A

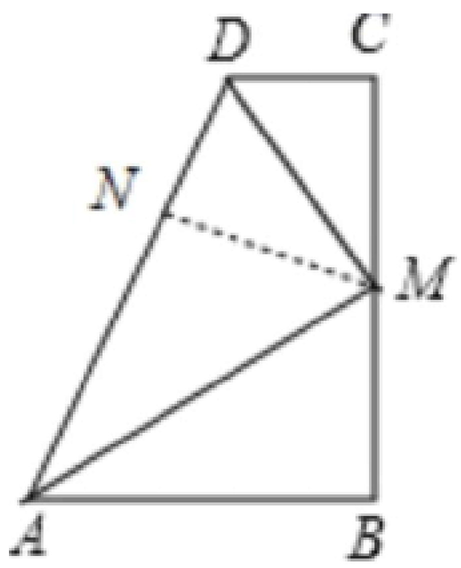
解析：A

【分析】

作MN⊥AD于N，如图，先利用四边形内角和计算出∠DAB＝60°，再根据角平分线的性质得到MC＝MN，接着证明MN＝MB，然后根据角平分线的性质的逆定理判断AM平分∠DAB，从而得到∠MAB的度数，进而即可求解.

【详解】

解：作MN⊥AD于N，如图，



∵∠B＝∠C＝90°，∠ADC＝120°，

∴∠DAB＝60°，

∵ DM 平分∠ ADC，MC⊥CD，MN⊥AD，

∴ MC＝MN，

∵ M 点为 BC 的中点，

∴ MC＝MB= $\frac{1}{2}$ BC= $\frac{1}{2}$ ×20=10cm，

∴ MN＝MB，

∴ AM 平分∠ DAB，

∴ ∠ MAB＝ $\frac{1}{2}$ ∠ DAB＝ $\frac{1}{2}$ ×60°＝30°，

∴ AM=2MB=20cm，

故选：A．

【点睛】

本题考查了角平分线的性质：角的平分线上的点到角的两边的距离相等．也考查了角平分线的性质定理的逆定理，以及直角三角形的性质，添加辅助线，是解题的关键．

10． B

解析：B

【分析】

根据平行线的性质和等腰三角形的判定证得 EG＝EB，DF＝DC 即可求得结果．

【详解】

解：∵ ED∥ BC，

∴ ∠ DFB＝∠ FBC，∠ EGC＝∠ GCB，

∵ ∠ DBF＝∠ FBC，∠ ECG＝∠ GCB，

∴ ∠ DFB＝∠ DBF，∠ ECG＝∠ EGC，

∴ BD＝DF，CE＝GE，

∵ FG＝2，ED＝6，

∴ DB＋EC＝DF＋GE＝ED−FG＝6−2＝4，

故选：B．

【点睛】

本题考查等腰三角形的判定和性质、角平分线的定义，平行线的性质等知识，解题的关键是等腰三角形的证明．

11． A

解析：A

【分析】

由勾股定理及其逆定理可得三角形 ABC 是等腰直角三角形，从而得到∠ ABC 的度数 .

【详解】

解：如图，连结 AC，