学校：________ 姓名：________ 班级：________ 考号：________

内 装 订 线

2023_2024 学年福建省部分高三上册期中质量监测数学模拟测试卷

注意事项：

1.答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上.

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 $A=\{-1,0,1\},B=\{x|-1<x\le 1\}$，则（　）

A．$A\subseteq B$　　B．$\complement_{R}B\subseteq\complement_{R}A$

C．$A\cup B=\mathbf{R}$　　D．$A\cap B=\{0,1\}$

2．“$a>b>0$”是“$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．已知 α 是三角形的内角，且 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$，则 $\tan\alpha$ 的值是（　）

A．$-\frac{3}{4}$　　B．$-\frac{4}{3}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．$\frac{4}{3}$

4．中国的 5G 技术领先世界，5G 技术的数学原理之一便是著名的香农公式: $C=W\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)$.它表示:在受噪声干扰的信道中，最大信息传递速度 C 取决于信道带宽 W，信道内信号的平均功率 S，信道内部的高斯噪声功率 N 的大小，其中 $\frac{S}{N}$ 叫做信噪比.当信噪比比较大时，公式中真数中的 1 可以忽略不计.按照香农公式，若不改变带宽 W，而将信噪比 $\frac{S}{N}$ 从 1000 提升到 8000，则 C 大约增加了（　）$(\lg 2\approx 0.301)$

A．10%　　B．20%　　C．30%　　D．50%

5．已知曲线 $C_1: y=\cos x$，把 C_1 上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再把得到的

曲线向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，得到曲线C_2，则下列曲线C_2的方程正确的是（　）

A．$y=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6})$　　　　B．$y=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{5\pi}{12})$

C．$y=\sin(2x-\frac{5\pi}{6})$　　　　D．$y=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

6．已知关于x的不等式$x^2-2ax-b^2<0$的解集为(m,n)，若$n-m=2$，则$\frac{2}{a^2}+\frac{4}{b^2}$的最小值是（　）

A．$3+2\sqrt{2}$　　B．$6+2\sqrt{2}$　　C．$6+4\sqrt{2}$　　D．$12+8\sqrt{2}$

7．函数$y=[f(x)]^{g(x)}$在求导时可运用对数法：在解析式两边同时取对数得到$\ln y=g(x)\cdot\ln f(x)$，然后两边同时求导得$\frac{y'}{y}=g'(x)\ln f(x)+g(x)\frac{f'(x)}{f(x)}$，于是$y'=\left[f(x)\right]^{g(x)}\cdot[g'(x)\ln f(x)+g(x)\frac{f'(x)}{f(x)}]$，用此法探求$y=(x+1)^{\frac{1}{x+1}}\ (x>0)$的递增区间为（　）

A．$(0,\mathrm{e})$　　B．$(0,\mathrm{e}-1)$　　C．$(\mathrm{e}-1,+\infty)$　　D．$(\mathrm{e},+\infty)$

8．已知函数$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$，满足$f(x+2)=\frac{1}{2}f(x)$，当$x\in(0,2]$时，$f(x)=\frac{\mathrm{e}^x}{x}$，记$f(x)$的极小值为$t$，若对$\forall x\in(-\infty,m],t\geq 2\mathrm{e}$，则$m$的最大值为（　）

A．-1　　B．1　　C．3　　D．不存在

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9．若复数z满足$z+\mathrm{i}^{2023}=\frac{2-\mathrm{i}}{2}$（其中$\mathrm{i}$为虚数单位），则下列说法正确的是（　）

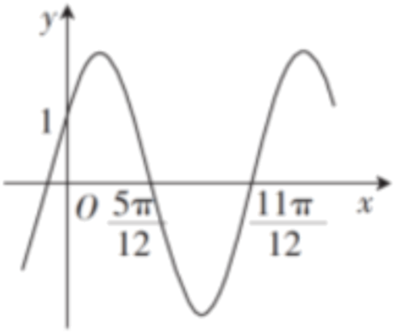
A．$|z|=\frac{\sqrt{5}}{2}$

B．z的共轭复数$\bar{z}$在复平面内对应的点在第四象限

C．z的虚部为$\frac{\mathrm{i}}{2}$

D．$z^2=\frac{5}{4}+\mathrm{i}$

10．函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则（　）



A．$\omega=4$

B．$A=2$

C．$f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{5\pi}{3}$ 对称

D．$f(x)$ 的图象关于点 $(-\pi,0)$ 对称

11．下列大小关系中，正确的是（　）

A．$\sin 1<\sin 2$　　B．$\log_2 3<\log_3 4$

C．$e^{0.1}>1.1$　　D．$\pi^3<3^\pi$

12．已知函数 $f(x)=e^{\sin x}-e^{\cos x}$，其中 e 是自然对数的底数，下列说法中正确的是（　）

A．$f(x)$ 的一个周期为 2π

B．$f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增

C．$f\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 是偶函数

D．$f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ 上有且仅有一个极值点

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.把答案填在答题卡中的横线上.

13．不等式 $\frac{x-2}{x+4}\le 0$ 的解集是__________.

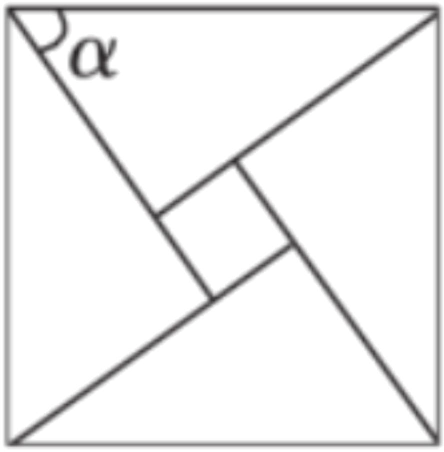
14．已知定义域为 **R** 的函数 $f(x)$ 同时具有下列三个性质，则 $f(x)=$__________.（写出一个满足条件的函数即可）

①$f(x+y)=f(x)+f(y)$；

② $f(x)+f(-x)=0$；

③ $(x_1-x_2)\left[f(x_1)-f(x_2)\right]<0$.

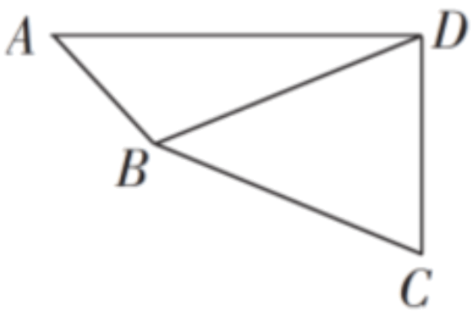
15．三国时期，吴国数学家赵爽绘制“勾股圆方图”证明了勾股定理（西方称之为“毕达哥拉斯定理”）.如图，四个完全相同的直角三角形和中间的小正方形拼接成一个大正方形，角α为直角三角形中的一个锐角，若该勾股圆方图中小正方形的面积S_1与大正方形的面积S_2之比为$1:16$，则$\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=$______.



16．已知函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3+ax^2+bx-b+\frac{4}{3}(a,b\in\mathbf{R})$，点$P(1,0)$位于曲线$y=f(x)$的下方，且过点$P$可以作3条直线与曲线$y=f(x)$相切，则$a$的取值范围是__________.

四、解答题：本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．如图，在平面四边形$ABCD$中，$\angle ADC=90^\circ,\angle A=45^\circ,AB=2,BD=5$.



(1)求$\cos\angle ADB$；

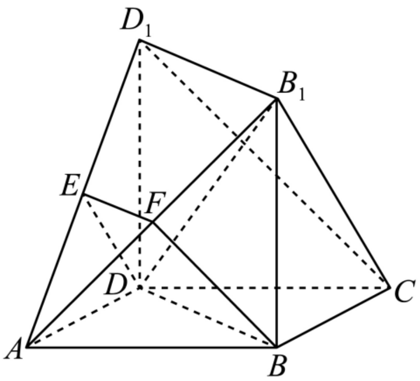
(2)若$\triangle BCD$的面积为$\sqrt{46}$，求BC.

18．已知函数 $f\left(x\right)=2\sin\left(\pi-x\right)\cos x+\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)$.

(1)求 $f\left(x\right)$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上的单调递增区间；

(2)若当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 时，关于 x 的不等式 $f\left(x\right)\geq m$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

19．如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的菱形，DD_1⊥平面 $ABCD$，BB_1⊥平面 $ABCD$，且 $BB_1=DD_1=2$，E，F 分别是 AD_1，AB_1 的中点.



（1）证明：平面 $BDEF$∥平面 CB_1D_1；

（2）若∠ADC＝120°，求直线 DB_1 与平面 $BDEF$ 所成角的正弦值.

20．已知函数 $f(x)=1-\frac{\ln x}{x}$，$g(x)=\frac{ae}{e^x}+\frac{1}{x}-bx$(e 为自然对数的底数)，若曲线 $y=f(x)$与曲线 $y=g(x)$的一个公共点是 $A(1,1)$，且在点 A 处的切线互相垂直.

（1）求 a，b 的值；

（2）求证：当 $x\geq1$ 时，$f(x)+g(x)\geq\frac{2}{x}$.

21．已知 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对应的边分别为 a,b,c，且满足 $\frac{\sin A}{\sin B+\sin C}+\frac{b\sin B}{b\sin A+c\sin B}=1$.

(1)求角 C 的大小；

(2)若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，且 $b=2$，求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

22．已知函数 $f\left(x\right)=\frac{x}{e^x}+a\left(x-1\right)^2$.

(1)当 $a=0$ 时，求 $f\left(x\right)$ 的最大值；

(2)若 $f\left(x\right)$ 存在极大值点，且极大值不大于 $\frac{1}{2}$，求 a 的取值范围.

1．D

【分析】利用集合的基本关系，交并补运算一一判定即可.

【详解】易知$-1 \notin B$，故 A 错误；

易知$-1 \in \complement_{R} B$，但$-1 \notin \complement_{R} A$，故 B 错误；

易知$A \cup B = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\} \neq \mathrm{R}$，故 C 错误；

易知$A \cap B = \{0,1\}$.

故选：D

2．A

【分析】根据充分必要条件的概念求解.

【详解】由$a > b > 0$，得$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} < 0$，即$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$，

但若$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$，取$a = -1, b = 1$，则$a > b > 0$不成立，

所以“$a > b > 0$”是“$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$”的充分不必要条件；

故选:A.

3．B

【分析】利用同角三角函数的平方关系及商数关系计算即可.

【详解】因为α是三角形的内角，所以$\alpha \in (0, \pi)$，即$\sin\alpha > 0$，

又$\begin{cases} \sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{5} \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow 2\sin^2\alpha - \frac{2}{5}\sin\alpha - \frac{24}{25} = 0 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{4}{5}, \cos\alpha = -\frac{3}{5}$，

所以$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{4}{3}$.

故选：B

4．C

【分析】根据题意，信噪比比较大时，公式中真数中的 1 可以忽略不计，只需计算出信噪比为 8000 比信噪比为 1000 时提升了多少即可.

【详解】由题意可知，$c_1 = W\log_2(1+8000) \approx W\log_2 8000$，

$c_2 = W\log_2(1+1000) \approx W\log_2 1000$，

故提升了 $\frac{c_1-c_2}{c_2}=\frac{\log_2 8000-\log_2 1000}{\log_2 1000}=\frac{1}{\log_2 10}=\lg 2$，$\lg 2\approx 0.301$

故选：C.

5．B

【分析】根据给定的变换求出曲线 C_2 的方程，再利用诱导公式求解即得.

【详解】依题意，曲线 C_2：$y=\cos\frac{1}{2}(x-\frac{\pi}{6})=\cos[(\frac{1}{2}x+\frac{5\pi}{12})-\frac{\pi}{2}]=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{5\pi}{12})$，B 正确；

显然 $y=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{5\pi}{12})$ 的周期是 4π，则 $y=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6})$ 与 $y=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{5\pi}{12})$ 是不同函数，A 错误；

选项 CD 对应函数的周期都是 π，它们与 $y=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{5\pi}{12})$ 是不同函数，CD 错误.
故选：B

6．C

【分析】根据 $x^2-2ax-b^2<0$ 的解集为 (m,n) 得到 m，n 是方程 $x^2-2ax-b^2=0$ 点的两个根，然后根据韦达定理和 $n-m=2$ 得到 $a^2+b^2=1$，最后利用基本不等式求最值即可.

【详解】由题意得 m，n 是方程 $x^2-2ax-b^2=0$ 点的两个根，所以 $m+m=2a$，$mn=-b^2$，

$(n-m)^2=(n+m)^2-4mn=4a^2+4b^2=4$，即 $a^2+b^2=1$，

所以 $\frac{2}{a^2}+\frac{4}{b^2}=\left(\frac{2}{a^2}+\frac{4}{b^2}\right)\left(a^2+b^2\right)=2+4+\frac{2b^2}{a^2}+\frac{4a^2}{b^2}\ge 6+2\sqrt{\frac{2b^2}{a^2}\cdot\frac{4a^2}{b^2}}=6+4\sqrt{2}$，

当且仅当 $\frac{2b^2}{a^2}=\frac{4a^2}{b^2}$，即 $a^2=\sqrt{2}-1$，$b^2=2-\sqrt{2}$ 时等号成立.

故选：C.

7．B

【分析】仔细分析题意，找出 $f(x),g(x)$，然后依据题意求函数的导数，判断导数的单调性，求出一个单调增区间即可.

【详解】仿照题目给定的方法，$f(x)=x+1,g(x)=\frac{1}{x+1},(x>0)$，

所以 $f'(x)=1,g'(x)=-\frac{1}{(x+1)^2}$，

所以，$y'=\left[-\frac{1}{(x+1)^2}\ln(x+1)+\frac{1}{x+1}\cdot\frac{1}{x+1}\right](x+1)^{\frac{1}{x+1}}=\frac{1-\ln(x+1)}{(x+1)^2}(x+1)^{\frac{1}{x+1}}$，

$\because x>0$，$\therefore (x+1)^{\frac{1}{x+1}}>0,(x+1)^2>0$，

$\therefore$要使$y'>0$，只要$1-\ln(x+1)>0$，即：$x\in(0,\mathrm{e}-1)$，

所以$y=(x+1)^{\frac{1}{x+1}}\ (x>0)$的递增区间为：$(0,\mathrm{e}-1)$或它的一个子集即可.

故选：B.

8．B

【分析】由$f(x+2)=\frac{1}{2}f(x)$可得$f(x)=\frac{1}{2}f(x-2)$，当$x\in(0,2]$时，$f'(x)=\frac{(x-1)\mathrm{e}^x}{x^2}$，可求得$f(x)$的极小值$t=f(1)=\mathrm{e}$，由$t\geq 2\mathrm{e}$可得$m£1$，从而得出结果.

【详解】因为$f(x+2)=\frac{1}{2}f(x)$，

所以$f(x)=\frac{1}{2}f(x-2)$，

当$x\in(0,2]$时，$f'(x)=\frac{(x-1)\mathrm{e}^x}{x^2}$，

所以$f(x)$在$(0,1]$上单调递减，在$(1,2]$上单调递增，

所以$f(x)$的极小值$t=f(1)=\mathrm{e}$，

因为对$\forall x\in(-\infty,m],t\geq 2\mathrm{e}$，

所以$m£1$.

故选：B

9．AB

【分析】利用复数的乘方及加减运算求出复数z，再逐项判断即得.

【详解】依题意，$z=1-\frac{1}{2}\mathrm{i}-\mathrm{i}^{2023}=1-\frac{1}{2}\mathrm{i}-(-\mathrm{i})=1+\frac{1}{2}\mathrm{i}$，

$|z|=\sqrt{1^2+(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，A 正确；

$\bar{z}=1-\frac{1}{2}\mathrm{i}$在复平面内对应的点$(1,-\frac{1}{2})$在第四象限，B 正确；

复数z的虚部为$\frac{1}{2}$，C 错误；

$z^2=(1+\frac{1}{2}\mathrm{i})^2=\frac{3}{4}+\mathrm{i}$，D 错误.

故选：AB

10．BC

【分析】利用三角函数的图象与性质一一判定即可.

【详解】由图象可知$\frac{11\pi}{12}-\frac{5\pi}{12}=\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}\Rightarrow\omega=2$，即 A 错误；

由图象可知：$x=\frac{5\pi}{12}\Rightarrow\omega x+\varphi=\pi\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{6}$，

则$f\left(0\right)=A\sin\varphi=1\Rightarrow A=\frac{1}{\sin\frac{\pi}{6}}=2$，即 B 正确；

由上可知$f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

当$x=\frac{5\pi}{3}$时，$2x+\frac{\pi}{6}=\frac{7\pi}{2}$，即$f\left(\frac{5\pi}{3}\right)=2\sin\frac{7\pi}{2}=-2$，即 C 正确；

当$x=-\pi\Rightarrow f\left(-\pi\right)=2\sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right)\neq 0$，即 D 错误.

故选：BC

11．ACD

【分析】根据三角函数、对数函数、指数函数、基本不等式、导数等知识对选项进行分析，从而确定正确答案.

【详解】A 选项，$\sin 2=\sin\left(\pi-2\right)$，$0<1<\pi-2<\frac{\pi}{2}$，

所以$\sin 1<\sin\left(\pi-2\right)=\sin 2$，A 选项正确.

B 选项，$\log_2 3>\log_2 2=1,\log_3 4>\log_3 3=1$，

$\log_3 2\times\log_3 4<\left(\frac{\log_3 2+\log_3 4}{2}\right)^2=\left(\frac{\log_3 8}{\log_3 9}\right)^2<1$，

即$\log_3 2\times\log_3 4<1,\log_3 4<\frac{1}{\log_3 2}=\log_2 3$，所以 B 选项错误.

C 选项，构造函数$f\left(x\right)=\mathrm{e}^x-x-1,f'\left(x\right)=\mathrm{e}^x-1$，

所以$f\left(x\right)$在区间$\left(-\infty,0\right)$上$f'\left(x\right)<0,f\left(x\right)$单调递减；

在区间$\left(0,+\infty\right)$上$f'\left(x\right)>0,f\left(x\right)$单调递增，