2022年高考数学模拟试卷

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x\mid y=\sqrt{-2x^2+x+3}\}$，$B=\{x\mid \log_2 x>1\}$则全集 $U=\mathbf{R}$ 则下列结论正确的是(　　)

A． $A\cap B=A$　　**B．** $A\cup B=B$　　**C．** $(\complement_U A)\cap B=\varnothing$　　**D．** $B\subseteq \complement_U A$

2．在三棱锥 $D-ABC$ 中，$AB=BC=CD=DA=1$，且 $AB\perp BC, CD\perp DA, M, N$ 分别是棱 BC，CD 的中点，下面四个结论：

① $AC\perp BD$；

② $MN//$ 平面 ABD；

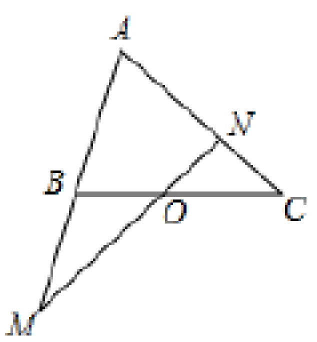
③三棱锥 $A-CMN$ 的体积的最大值为$\frac{\sqrt{2}}{12}$；

④ AD 与 BC 一定不垂直.

其中所有正确命题的序号是（　　）

A． ①②③　　**B．** ②③④　　**C．** ①④　　**D．** ①②④

3.如图,在$\triangle ABC$ 中,点O是BC的中点,过点O的直线分别交直线AB，AC于不同的两点M，N，若$\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{AC}=n\overrightarrow{AN}$，则$m+n=$（　　）



A．1　　**B．** $\frac{3}{2}$　　**C．2**　　**D．3**

4．将函数 $f(x)=\sin(2x-\varphi)$ 的图象向右平移 $\frac{1}{8}$ 个周期后，所得图象关于 y 轴对称，则φ的最小正值是（　　）

A． $\frac{\pi}{8}$　　**B．** $\frac{3\pi}{4}$　　**C．** $\frac{\pi}{2}$　　**D．** $\frac{\pi}{4}$

5．双曲线$\frac{x^2}{m}-y^2=1(m>c)$的一条渐近线方程为$x+2y=0$，那么它的离心率为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

6．已知F_1，F_2是椭圆与双曲线的公共焦点，P是它们的一个公共点，且$|PF_2|>|PF_1|$，椭圆的离心率为e_1，双曲线的离心率为e_2，若$|PF_1|=|F_1F_2|$，则$\dfrac{3}{e_1}+\dfrac{e_2}{3}$的最小值为（　　）

A．$6+2\sqrt{3}$　　B．$6+2\sqrt{2}$　　C．8　　D．6

7．设椭圆E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的右顶点为$A$，右焦点为$F$，$B$、$C$为椭圆上关于原点对称的两点，直线$BF$交直线$AC$于$M$，且$M$为$AC$的中点，则椭圆$E$的离心率是（　　）

A．$\dfrac{2}{3}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{1}{4}$

8．若等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_{13}=0$，$a_3+a_4=21$，则S_7的值为（　　）.

A．21　　B．63　　C．13　　D．84

9．已知函数$f(x)=\begin{cases}\ln(x+1), x>0\\ \dfrac{1}{2}x+1, x\le 0\end{cases}$，若$m<n$,且 $f(m)=f(n)$，则$n-m$的取值范围为（　　）

A．$[3-2\ln 2,2)$　　B．$[3-2\ln 2,2]$　　C．$[e-1,2)$　　D．$[e-1,2]$

10．已知数列$\{a_n\}$对任意的$n\in N^*$有$a_{n+1}=a_n-\dfrac{1}{n(n+1)}+1$成立，若$a_1=1$，则$a_{10}$等于（　　）

A．$\dfrac{101}{10}$　　B．$\dfrac{91}{10}$　　C．$\dfrac{111}{11}$　　D．$\dfrac{122}{11}$

11．设$S=\{x\mid 2x+1>0\}$，$T=\{x\mid 3x-5<0\}$，则$S\cap T=$（　　）

A．$\varnothing$　　B．$\{x\mid x<-\dfrac{1}{2}\}$　　C．$\{x\mid x>\dfrac{5}{3}\}$　　D．$\{x\mid -\dfrac{1}{2}<x<\dfrac{5}{3}\}$

12．若双曲线C：$\dfrac{x^2}{m}-y^2=1$的一条渐近线方程为 $3x+2y=0$，则$m=$（　　）

A．$\dfrac{4}{9}$　　B．$\dfrac{9}{4}$　　C．$\dfrac{2}{3}$　　D．$\dfrac{3}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若满足$\begin{cases}x\le 3\\ x+y\ge 2\\ y\le x\end{cases}$，则目标函数$z=y-2x$的最大值为______.

14．不等式$\sqrt{x-1}<1$的解集为________

15．已知函数 $f(x)=x|x-4|$，则不等式 $f(a+2)>f(3)$ 的解集为____________.

16．数列$\{a_n\}$满足$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=2^n-1(n\in N^*)$，则，$a_n=$_____.若存在 $n\in N^*$ 使得 $a_n\le\dfrac{n+1}{n}\cdot\lambda$ 成立，则实数 λ 的最小值为______

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知直线 $x+y=1$ 过椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点，且交椭圆于 A，B 两点，线段 AB 的中点是 $M\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{1}{3}\right)$，

（**1**）求椭圆的方程；

（**2**）过原点的直线 l 与线段 AB 相交（不含端点）且交椭圆于 C，D 两点，求四边形 $ACBD$ 面积的最大值.

18．（12 分）记数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，已知 $2n,a_n,2S_n-a_n$ 成等差数列 $(n\in\mathbf{N}^*)$.

（**1**）证明：数列$\{a_n+1\}$是等比数列，并求$\{a_n\}$的通项公式；

（**2**）记 $b_n=\dfrac{a_n+1}{a_na_{n+1}}$ 数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n，求 T_n.

19．（12 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2}{e^x}$，

（**1**）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（**2**）当 $0<m<\dfrac{4}{e^2}$ 时，判断函数 $g(x)=\dfrac{x^2}{e^x}-m$，（$x\ge0$）有几个零点，并证明你的结论；

（**3**）设函数 $h(x)=\dfrac{1}{2}\left[x-\dfrac{1}{x}+f(x)\right]-\dfrac{1}{2}\left|x-\dfrac{1}{x}-f(x)\right|-cx^2$，若函数 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 为增函数，求实数 c 的取值范围.

20．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 C：$y^2-4x-4=0$，以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$（$\rho\in\mathbf{R}$）.

（**1**）求抛物线 C 的极坐标方程；

（**2**）若抛物线 C 与直线 l 交于 A，B 两点，求 $|AB|$ 的值.

21．（12 分）如图 **1**，四边形 $ABCD$ 为直角梯形，$AD//BC$，$AD\perp AB$，$\angle BCD=60^\circ$，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=3$，E

为线段 CD 上一点，满足 $BC=CE$ ， F 为 BE 的中点，现将梯形沿 BE 折叠（如图 2），使平面 $BCE\perp$ 平面 $ABED$.

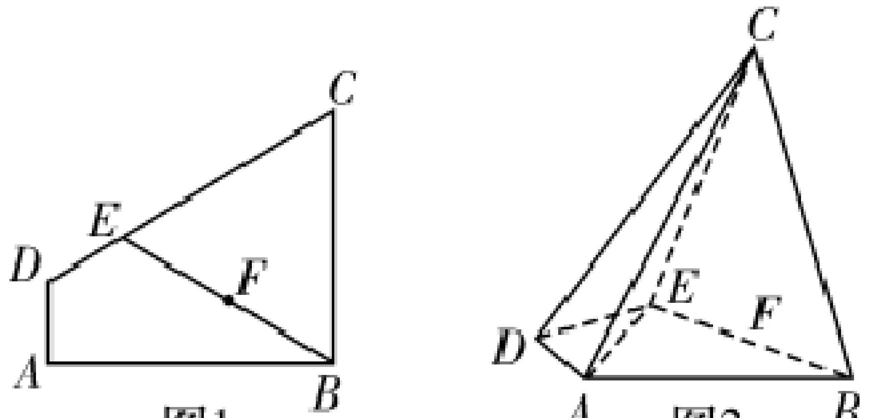


图1　图2

（1）求证：平面 $ACE\perp$ 平面 BCE ；

（2）能否在线段 AB 上找到一点 P （端点除外）使得直线 AC 与平面 PCF 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ ？若存在，试确定点 P 的位置；若不存在，请说明理由.

22.（10 分）十八大以来，党中央提出要在 2020 年实现全面脱贫，为了实现这一目标，国家对“新农合”（新型农村合作医疗）推出了新政，各级财政提高了对“新农合”的补助标准．提高了各项报销的比例，其中门诊报销比例如下：

表 1：新农合门诊报销比例

医院类别	村卫生室	镇卫生院	二甲医院	三甲医院
门诊报销比例	**60%**	**40%**	**30%**	**20%**

根据以往的数据统计，李村一个结算年度门诊就诊人次情况如下：

表 2：李村一个结算年度门诊就诊情况统计表

医院类别	村卫生室	镇卫生院	二甲医院	三甲医院
一个结算年度内各门诊就诊人次占李村总就诊人次的比例	**70%**	**10%**	**15%**	**5%**

如果一个结算年度每人次到村卫生室、镇卫生院、二甲医院、三甲医院门诊平均费用分别为 **50** 元、**100** 元、**200** 元、**500** 元．若李村一个结算年度内去门诊就诊人次为 **2000** 人次．

（Ⅰ）李村在这个结算年度内去三甲医院门诊就诊的人次中，**60** 岁以上的人次占了 **80%**，从去三甲医院门诊就诊的人次中任选 **2** 人次，恰好 **2** 人次都是 **60** 岁以上人次的概率是多少？

（Ⅱ）如果将李村这个结算年度内门诊就诊人次占全村总就诊人次的比例视为概率，求李村这个结算年度每人次用于门诊实付费用（报销后个人应承担部分） X 的分布列与期望．

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．**D**

【解析】

化简集合 A，根据对数函数的性质，化简集合 B，按照集合交集、并集、补集定义，逐项判断，即可求出结论.

【详解】

由 $-2x^2+x+3\ge 0,(2x-3)(x+1)\le 0$,

则 $A=\left[-1,\frac{3}{2}\right]$，故 $\complement_U A=(-\infty,-1)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$,

由 $\log_2 x>1$ 知，$B=(2,+\infty)$，因此 $A\cap B=\varnothing$,

$A\cup B=\left[-1,\frac{3}{2}\right]\cup(2,+\infty)$，$\left(\complement_U A\right)\cap B=(2,+\infty)$,

$(2,+\infty)\subseteq(-\infty,-1)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$,

故选:**D**

【点睛】

本题考查集合运算以及集合间的关系，求解不等式是解题的关键，属于基础题.

2．**D**

【解析】

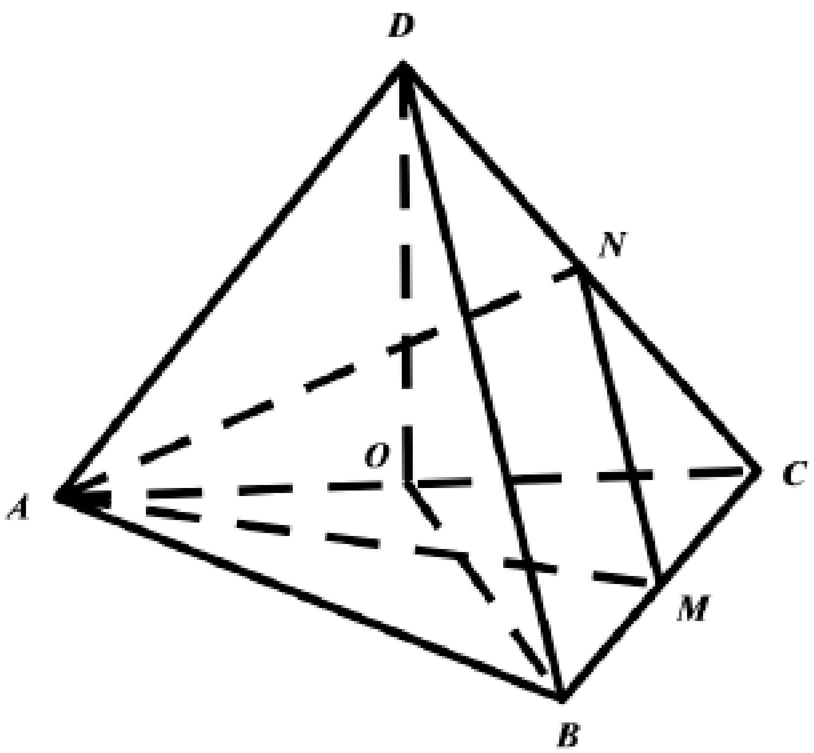
①通过证明 $AC\perp$ 平面 OBD，证得 $AC\perp BD$；②通过证明 $MN//BD$，证得 $MN//$ 平面 ABD；③求得三棱锥 $A-CMN$ 体积的最大值，由此判断③的正确性；④利用反证法证得 AD 与 BC 一定不垂直.

【详解】

设 AC 的中点为 O，连接 OB,OD，则 $AC\perp OB$，$AC\perp OD$，又 $OB\cap OD=O$，所以 $AC\perp$ 平面 OBD，所以 $AC\perp BD$，故①正确；因为 $MN//BD$，所以 $MN//$ 平面 ABD，故②正确；当平面 DAC 与平面 ABC 垂直时，V_{A-CMN} 最大，最大值为 $V_{A-CMN}=V_{N-ACM}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{48}$，故③错误；若 AD 与 BC 垂直，又因为 $AB\perp BC$，所以 $BC\perp$

平面 ABD，所以 $BC \perp BD$，又 $BD \perp AC$，所以 $BD \perp$ 平面 ABC，所以 $BD \perp OB$，因为 $OB = OD$，所以显然 BD 与 OB 不可能垂直，故④正确.

故选：**D**



【点睛】

本小题主要考查空间线线垂直、线面平行、几何体体积有关命题真假性的判断，考查空间想象能力和逻辑推理能力，属于中档题.

3．**C**

【解析】

连接 ***AO***，因为 ***O*** 为 ***BC*** 中点，可由平行四边形法则得 $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$，再将其用 $\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{AN}$ 表示.由 ***M***、***O***、***N*** 三点共线可知，其表达式中的系数和 $\frac{m}{2} + \frac{n}{2} = 1$，即可求出 $m+n$ 的值.

【详解】

连接 ***AO***，由 ***O*** 为 ***BC*** 中点可得，

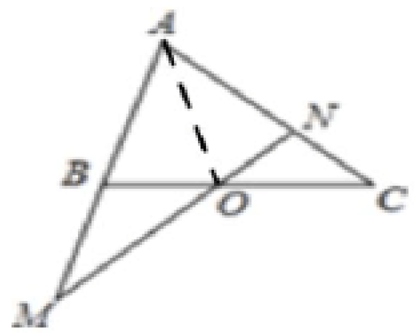
$\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{m}{2}\overrightarrow{AM} + \frac{n}{2}\overrightarrow{AN}$，

$\because M$、O、N 三点共线，

$\therefore \frac{m}{2} + \frac{n}{2} = 1$，

$\therefore m + n = 2$.

故选：**C.**



【点睛】

本题考查了向量的线性运算，由三点共线求参数的问题，熟记向量的共线定理是关键.属于基础题.

4．**D**

【解析】

由函数 $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$ 的图象平移变换公式求出变换后的函数解析式，再利用诱导公式得到关于 φ 的方程，对 k 赋值即可求解.

【详解】

由题意知，函数 $f(x)=\sin(2x-\varphi)$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，即 $\frac{T}{8}=\frac{\pi}{8}$，

由函数 $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$ 的图象平移变换公式可得，

将函数 $f(x)=\sin(2x-\varphi)$ 的图象向右平移 $\frac{1}{8}$ 个周期后的解析式为

$g\left(x\right)=\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)-\varphi\right]=\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}-\varphi\right)$，

因为函数 $g\left(x\right)$ 的图象关于 y 轴对称，

所以 $-\frac{\pi}{4}-\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in z$，即 $\varphi=-\frac{3\pi}{4}+k\pi,k\in z$，

所以当 $k=1$ 时，φ 有最小正值为 $\frac{\pi}{4}$.

故选：**D**

【点睛】

本题考查函数 $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$ 的图象平移变换公式和三角函数诱导公式及正余弦函数的性质；熟练掌握诱导公式和正余弦函数的性质是求解本题的关键；属于中档题、常考题型.

5．**D**

【解析】

根据双曲线 $\frac{x^2}{m}-y^2=1\left(m>c\right)$ 的一条渐近线方程为 $x+2y=0$，列出方程，求出 m 的值即可.

【详解】

∵双曲线$\frac{x^2}{m}-y^2=1(m>c)$的一条渐近线方程为$x+2y=0$，

可得$\frac{1}{\sqrt{m}}=\frac{1}{2}$，∴$m=4$，

∴双曲线的离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

故选：**D.**

【点睛】

本小题主要考查双曲线离心率的求法，属于基础题.

6．**C**

【解析】

由椭圆的定义以及双曲线的定义、离心率公式化简$\frac{3}{e_1}+\frac{e_2}{3}$，结合基本不等式即可求解.

【详解】

设椭圆的长半轴长为a，双曲线的半实轴长为a'，半焦距为c，

则$e_1=\frac{c}{a}$，$e_2=\frac{c}{a'}$，设$|PF_2|=m$

由椭圆的定义以及双曲线的定义可得：

$|PF_1|+|PF_2|=2a\Rightarrow a=\frac{m}{2}+c$，$|PF_2|-|PF_1|=2a'\Rightarrow a'=\frac{m}{2}-c$

则$\frac{3}{e_1}+\frac{e_2}{3}=\frac{3a}{c}+\frac{c}{3a'}=\frac{3\left(c+\frac{m}{2}\right)}{c}+\frac{c}{3\left(\frac{m}{2}-c\right)}=6+\frac{3\left(\frac{m}{2}-c\right)}{c}+\frac{c}{3\left(\frac{m}{2}-c\right)}$

$\geq 6+2\sqrt{\frac{3\left(\frac{m}{2}-c\right)}{c}\cdot\frac{c}{3\left(\frac{m}{2}-c\right)}}=8$

当且仅当$a=\frac{7}{3}c$时，取等号.

故选：**C.**

【点睛】

本题主要考查了椭圆的定义以及双曲线的定义、离心率公式，属于中等题.

7．**C**

【解析】

连接 OM，OM 为 ΔABC 的中位线，从而 $\Delta OFM\sim\Delta AFB$，且 $\frac{|OF|}{|FA|}=\frac{1}{2}$，进而 $\frac{c}{a-c}=\frac{1}{2}$，由此能求出椭圆的离心率.

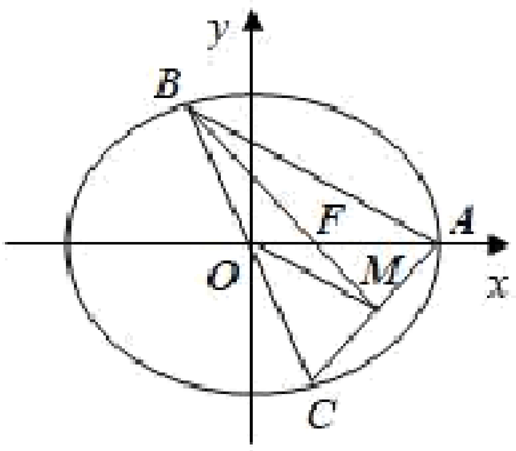
【详解】

如图，连接 OM，

$\because$ 椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的右顶点为 **A**，右焦点为 **F**，

B、**C** 为椭圆上关于原点对称的两点，不妨设 **B** 在第二象限，

直线 **BF** 交直线 **AC** 于 **M**，且 **M** 为 **AC** 的中点



$\therefore OM$ 为ΔABC 的中位线，

$\therefore \Delta OFM\sim\Delta AFB$，且 $\frac{|OF|}{|FA|}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{c}{a-c}=\frac{1}{2}$，

解得椭圆 E 的离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$.

故选：**C**

【点睛】

本题考查了椭圆的几何性质，考查了运算求解能力，属于基础题.

8．**B**

【解析】

由已知结合等差数列的通项公式及求和公式可求 d，a_1，然后结合等差数列的求和公式即可求解.

【详解】

解：因为 $S_{13}=0$，$a_3+a_4=21$，

所以$\begin{cases}13a_1+13\times 6d=0\\2a_1+5d=21\end{cases}$，解可得，$d=-3$，$a_1=18$，

则$S_7=7\times 18+\frac{1}{2}\times 7\times 6\times(-3)=63$．

故选：**B**．

【点睛】

本题主要考查等差数列的通项公式及求和公式的简单应用，属于基础题．

9．**A**

【解析】

分析：作出函数$f(x)$的图象，利用消元法转化为关于n的函数，构造函数求得函数的导数，利用导数研究函数的单调性与最值，即可得到结论**.**

详解：作出函数$f(x)$的图象，如图所示，若$m<n$，且$f(m)=f(n)$，

则当$\ln(x+1)=1$时，得$x+1=e$，即$x=e-1$，

则满足$0<n<e-1,-2<m\le 0$，

则$\ln(n+1)=\frac{1}{2}m+1$，即$m=\ln(n+1)-2$，则$n-m=n+2-2\ln(n+1)$，

设$h(n)=n+2-2\ln(n+1),0<n\le e-1$，则$h'(n)=1+\frac{2}{n+1}=\frac{n-1}{n+1}$，

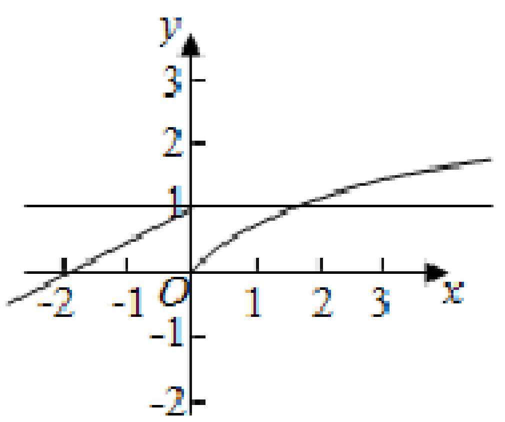
当$h'(n)>0$，解得$1<n\le e-1$，当$h'(n)<0$，解得$0<n<1$，

当$n=1$时，函数$h(n)$取得最小值$h(1)=1+2-2\ln(1+1)=3-2\ln 2$，

当$n=0$时，$h(0)=2-2\ln 1=2$；

当$n=e-1$时，$h(e-1)=e-1+2-2\ln(e-1+1)=e-1<2$，

所以$3-2\ln 2<h(n)<2$，即$n-m$的取值范围是$[3-2\ln 2,2)$，故选**A.**



点睛：本题主要考查了分段函数的应用，构造新函数，求解新函数的导数，利用导数研究新函数的单调性和最值是解答本题的关键，着重考查了转化与化归的数学思想方法，以及分析问题和解答问题的能力，试题有一定的难度，属于

中档试题.

10．**B**

【解析】

观察已知条件，对 $a_{n+1}=a_n-\frac{1}{n(n+1)}+1$ 进行化简，运用累加法和裂项法求出结果.

【详解】

已知 $a_{n+1}=a_n-\frac{1}{n(n+1)}+1$，则 $a_{n+1}-a_n=-\frac{1}{n(n+1)}+1=-(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})+1=1-(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$，所以有 $a_2-a_1=1-(\frac{1}{1}-\frac{1}{2})$，

$a_3-a_2=1-(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})$，

$a_4-a_3=1-(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})$，

…

$a_{10}-a_9=1-(\frac{1}{9}-\frac{1}{10})$，两边同时相加得 $a_{10}-a_1=9-(1-\frac{1}{10})$，又因为 $a_1=1$，所以 $a_{10}=1+9-(1-\frac{1}{10})=\frac{91}{10}$.

故选：B

【点睛】

本题考查了求数列某一项的值，运用了累加法和裂项法，遇到形如 $\frac{1}{n(n+1)}$ 时就可以采用裂项法进行求和，需要掌握数列中的方法，并能熟练运用对应方法求解.

11．**D**

【解析】

集合 S，T 是一次不等式的解集，分别求出再求交集即可

【详解】

$\because S=\{x|2x+1\rangle 0\}=\left\{x|x>-\frac{1}{2}\right\}$,

$T=\{x|3x-5<0\}=\left\{x|x<\frac{5}{3}\right\}$,

则 $S\cap T=\left\{x|-\frac{1}{2}<x<\frac{5}{3}\right\}$

故选 D

【点睛】

本题主要考查了一次不等式的解集以及集合的交集运算，属于基础题.

12．**A**

【解析】

根据双曲线的渐近线列方程，解方程求得 m 的值.

【详解】

由题意知双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\frac{1}{\sqrt{m}}x\left(m>0\right)$，$3x+2y=0$ 可化为 $y=-\frac{3}{2}x$，则 $\frac{1}{\sqrt{m}}=\frac{3}{2}$，解得 $m=\frac{4}{9}$.

故选：**A**

【点睛】

本小题主要考查双曲线的渐近线，属于基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

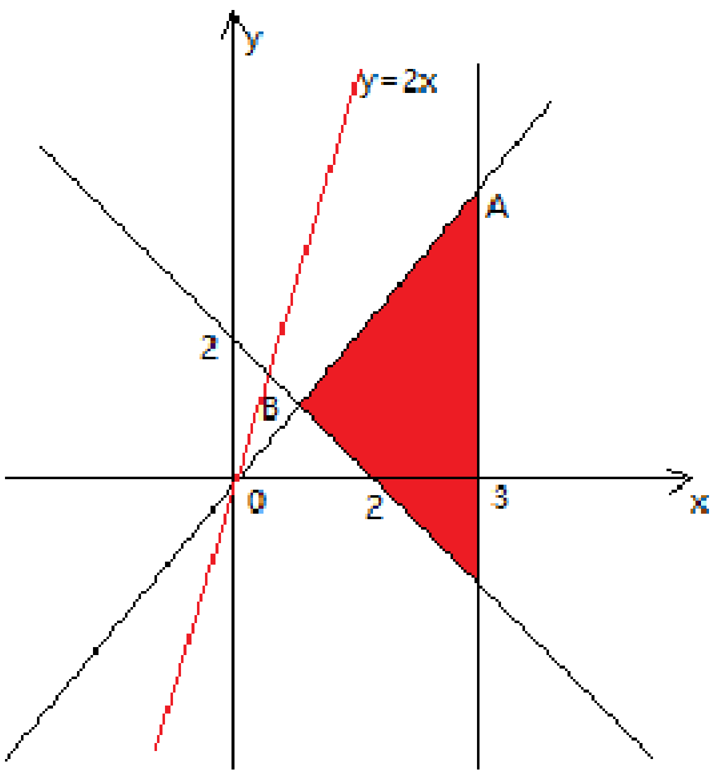
13．**-1**

【解析】

由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，把最优解的坐标代入目标函数得答案.

【详解】

由约束条件 $\begin{cases}x\le 3\\ x+y\ge 2\\ y\le x\end{cases}$ 作出可行域如图，



化目标函数 $z=y-2x$ 为 $y=2x+z$，

由图可得，当直线 $y=2x+z$ 过点 B 时，直线在 y 轴上的截距最大，

由 $\begin{cases}x+y=2\\ x=y\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=1\\ y=1\end{cases}$ 即 $B\left(1{,}1\right)$，则 z 有最大值 $z=1-2=-1$，

故答案为-1.

【点睛】