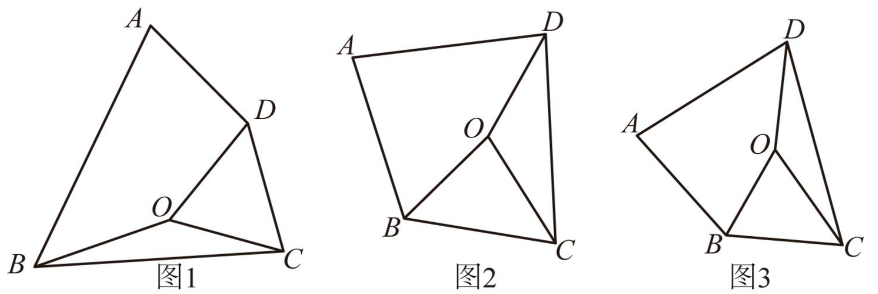
2023年中考数学探究性试题复习19 相似

一、综合题

1．已知点O是四边形ABCD内一点，AB=BC，OD=OC，∠ABC=∠DOC=α．



（1）如图1，α=60°，探究线段AD与OB的数量关系，并加以证明；

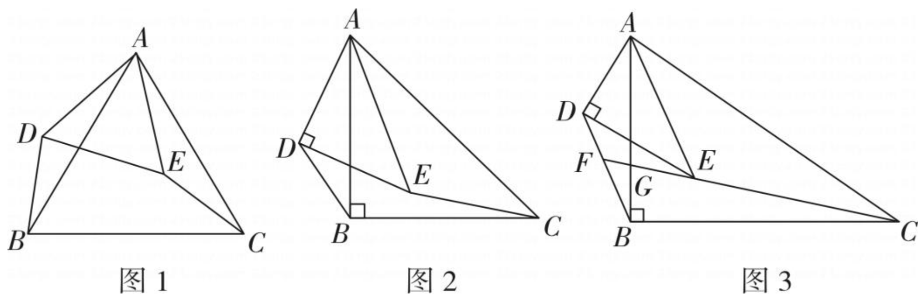
（2）如图2，α=120°，探究线段AD与OB的数量关系，并说明理由；

（3）结合上面的活动经验探究，请直接写出如图3中线段AD与OB的数量关系为____________（直接写出答案）

2．

（1）【问题呈现】

如图1，$\triangle ABC$和$\triangle ADE$都是等边三角形，连接BD，CE．求证：$BD=CE$．



（2）【类比探究】

如图2，$\triangle ABC$和$\triangle ADE$都是等腰直角三角形，$\angle ABC=\angle ADE=90°$．连接$BD$，$CE$．请直接写出$\frac{BD}{CE}$的值．

（3）【拓展提升】

如图3，$\triangle ABC$和$\triangle ADE$都是直角三角形，$\angle ABC=\angle ADE=90°$，且$\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DE}=\frac{3}{4}$．连接$BD$，$CE$．延长$CE$交$BD$于点F，交$AB$于点G．求$\sin\angle BFC$的值．

3．某校数学兴趣学习小组在一次活动中，对一些特殊几何图形具有的性质进行了如下探究：

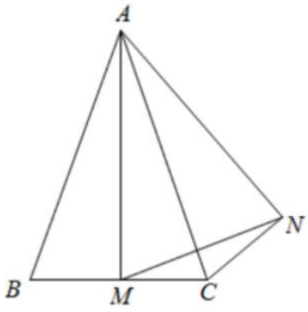


图1

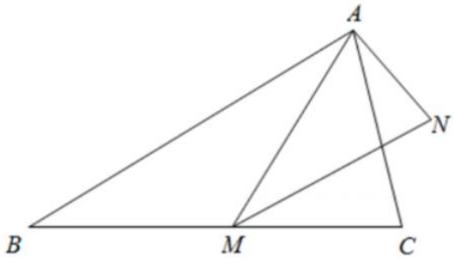


图2

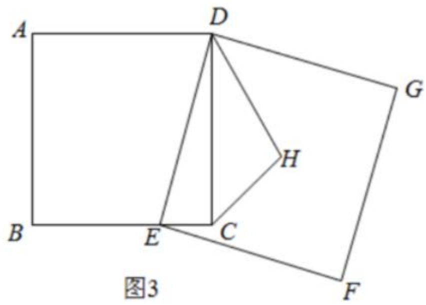


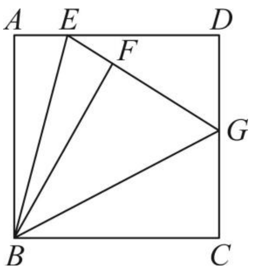
图3

（1）发现问题：如图 1，在等腰$\triangle ABC$中，$AB=AC$，点M是边BC上任意一点，连接AM，以AM为腰作等腰$\triangle AMN$，使$AM=AN$，$\angle MAN=\angle BAC$，连接CN．求证：$\angle ACN=\angle ABM$．

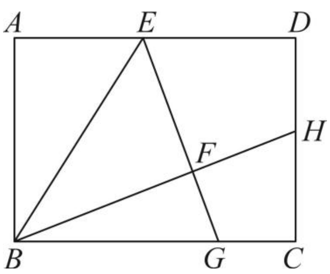
（2）类比探究：如图 2，在等腰$\triangle ABC$中，$\angle B=30°$，$AB=BC$，$AC=8$，点M是边BC上任意一点，以AM为腰作等腰$\triangle AMN$，使$AM=MN$，$\angle AMN=\angle B$．在点M运动过程中，AN是否存在最小值？若存在，求出最小值，若不存在，请说明理由．

（3）拓展应用：如图 3，在正方形$ABCD$中，点E是边BC上一点，以DE为边作正方形$DEFG$，H是正方形$DEFG$的中心，连接CH．若正方形$DEFG$的边长为 8，$CH=3\sqrt{2}$，求$\triangle CDH$的面积．

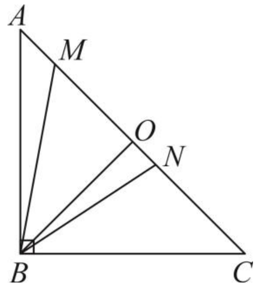
4．（1）【探究发现】如图，在正方形$ABCD$中，E 为AD边上一点，将$\triangle AEB$沿 BE 翻折得到$\triangle BEF$，延长EF交CD边于点 G.求证：$\triangle BFG\cong\triangle BCG$；



（2）【类比迁移】如图，在矩形$ABCD$中，E 为AD边上一点，且$AD=8$，$AB=6$，将$\triangle AEB$沿BE翻折得到$\triangle BEF$，延长EF交BC边于点 G，延长BF交CD边于点 H，且$FH=CH$，求AE的长；



（3）【实践创新】如图，$Rt\triangle ABC$为等腰三角形，$\angle ABC=90°$，O 为斜边AC的中点， M，N 为线段AC上的动点，且满足$\angle MBN=45°$，设$\angle MBO=\alpha$，$\angle NBO=\beta$，$AB=\sqrt{2}$，证明：$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}$.



5．

（1）【操作发现】

如图 1，点 M 是$\triangle ABC$中AC边的中点．

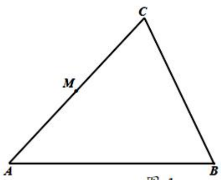


图 1

请你用圆规和无刻度的直尺过点 M 作BC的平行线MN，交AB于点 N；

（2）在（1）的条件下，线段AB与AN的数量关系是__________；

（3）【类比探究】

如图 2，线段AB与射线AC有公共端点 A，请你用圆规和无刻度的直尺在线段AB上作一个点 N，使$\frac{AN}{AB}=\frac{2}{3}$．

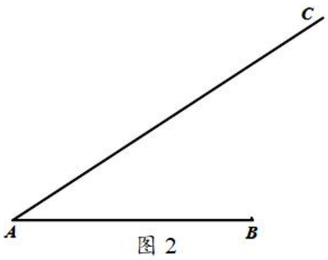


图 2

6．【课本再现】黄金分割是一种最能引起美感的分割比例，具有严格的比例性、艺术性、和谐性，蕴藏着丰富的美学价值．我们知道：如图 1，如果$\frac{BC}{AC}=\frac{AC}{AB}$，那么称点$C$为线段$AB$的黄金分割点．

图 1

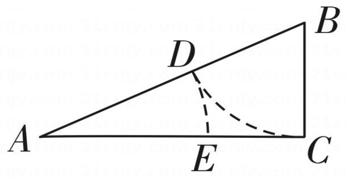


图 2

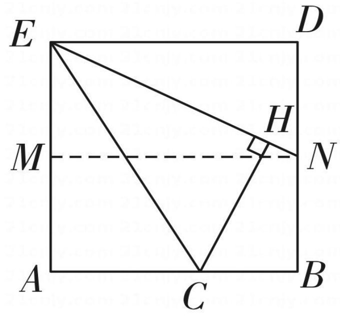


图 3

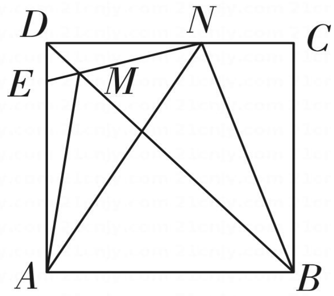


图 4

（1）【问题发现】如图 1，请直接写出CB与AC的比值是__________；

（2）【尺规作黄金分割点】如图 2，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90^{\circ}$，$BC=1$，$AC=2$，则$AB=$__________，在BA上截取$BD=BC$，则$AD=$__________，在AC上截取$AE=AD$，则$\frac{AE}{AC}$的值为__________；

（3）【问题解决】如图 3，用边长为 4 的正方形纸片进行如下操作：对折正方形$ABDE$得折痕MN，连接EN，点A对应点H，得折痕CE，试说明：C是AB的黄金分割点；

（4）【拓展延伸】如图 4，正方形$ABCD$中，M为对角线BD上一点，点N在边CD上，且$CN<DN$，当N为CD的黄金分割点时，$\angle AMB=\angle ANB$，连NM，延长NM交AD于E，请用相似的知识求出AE：DE的值为__________．

7．综合与实践：

问题情境：如图 1，在正方形$ABCD$中，点 E 是对角线AC上一点，连接BE，过点 E 分别作AC，BE的垂线，分别交直线BC，CD于点 F，G．试猜想线段BF和CG的数量关系并加以证明．

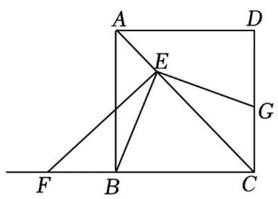


图1

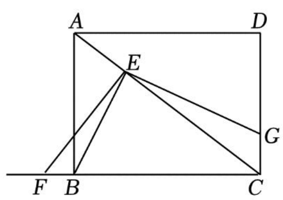
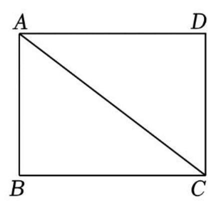


图2



备用图

（1）数学思考：

请解答上述问题；

（2）问题解决：

如图 2，在图 1 的条件下，将“正方形$ABCD$”改为“矩形$ABCD$”，其他条件不变．若$AB=2$，$BC=3$，

求$\frac{BF}{CG}$的值；

（3）问题拓展：

在（2）的条件下，当点 E 为AC的中点时，请直接写出$\triangle CEG$的面积．

8．

（1）课本再现

如图 1，在$Rt\triangle ABC$和$Rt\triangle A'B'C'$中，$\angle C=90°$，$\angle C'=90°$，$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$，

求证：$Rt\triangle ABC\backsim Rt\triangle A'B'C'$．我们在数学课上探索这一结论时进行了分析：要证$Rt\triangle ABC\backsim Rt\triangle A'B'C'$，可设法证$\frac{BC}{B'C'}=\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$，若设$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=k$，则只需证$\frac{BC}{B'C'}=k$．

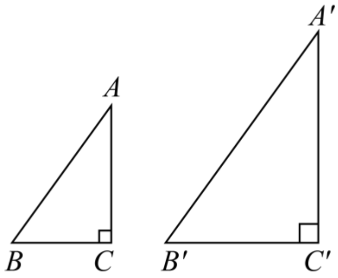


图1

请你根据以上分析，完成证明．

（2）知识应用

如图 2，在四边形$PMQN$中，$\angle M=\angle PQN=90°$，$PQ^2=PM\cdot PN$，$\frac{MQ}{NQ}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，求$\angle N$的度数．

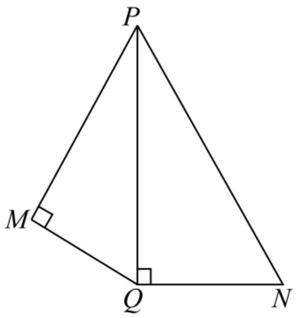


图2

9．B，C 是⊙O 上的两个定点，A 是圆上的动点，$0°<\angle BAC<90°$，$BD\parallel AC$，$CD\parallel AB$．

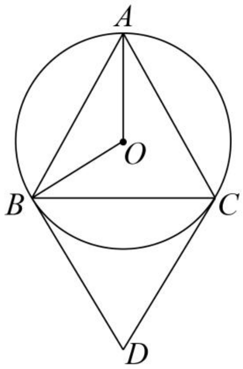


图1

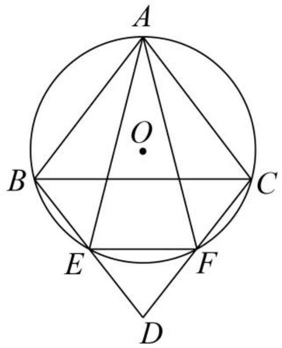


图2

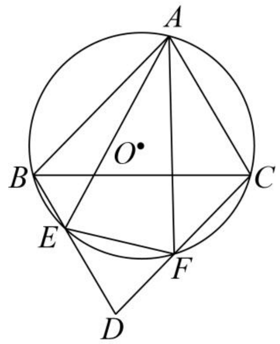


图 3

（1）如图 1，如果$\triangle ABC$是等边三角形，求证BD是⊙O 的切线；

（2）如图 2，如果 $60° < \angle BAC < 90°$，BD，CD分别交⊙O 于 E，F，研究五边形$ABEFC$的性质；

①探索AE、AF和BC的数量关系，并证明你的结论；

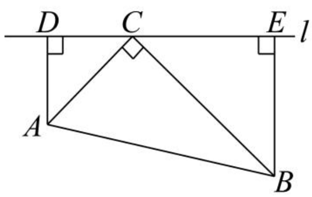
②如图 3，若⊙O 的半径为 6，$\angle BAC = 75°$，求边EF的长；

③若$AB = x$，$AC = y$，直接写出BE，CF的数量关系.

10．综合与探究

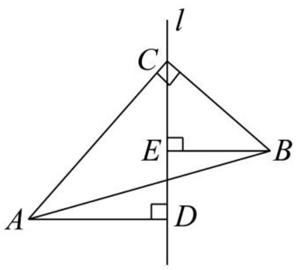
问题情境：

数学活动课上，老师给出如下基础模型：如图①，已知$Rt\triangle ABC$，$\angle ACB = 90°$，过点 C 任作一条直线 l（不与CA、CB重合），过点 A 作$AD \perp l$于点 D，过点 B 作$BE \perp l$于点 E，当点 A、B 在直线 l 同侧时，易证$\triangle ACD \backsim \triangle CBE$（下列解题可直接用此结论）.



图①

（1）如图②，当点 A、B 在直线 l 异侧时，求证：$\triangle ACD \backsim \triangle CBE$.

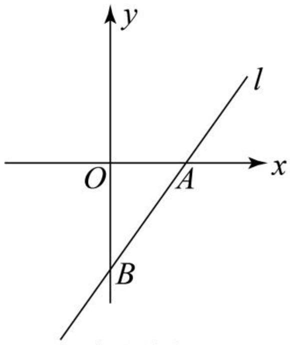


图②

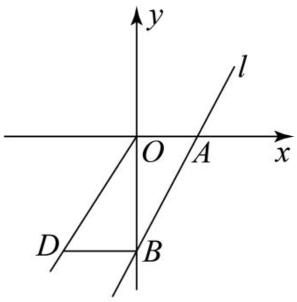
（2）模型应用：在平面直角坐标系中，已知直线 l：$y = kx - 4k$（k 为常数，$k \neq 0$）与 x 轴交于点 A，与 y 轴的负半轴交于点 B，以 AB 为边、B 为直角顶点作直角三角形ABC且 $\tan\angle ACB = 2$．若

直线 l 经过点$(2,\ -3)$，当点 C 在第三象限时，点 C 的坐标为_____________.

（3）若点 D 是函数$y=2x(x<0)$图象上的点，且$BD\parallel x$轴，当点 C 在第四象限时，连接CD交 y 轴于点 E，求点 C、D 的坐标（用含 k 的式子表示）及BE的长.



备用图 1



备用图 2

11．课本再现

如图 1，在等边$\triangle ABC$中，E为边AC上一点，D为BC上一点，且$AE=CD$，连接AD与BE相交于点F.

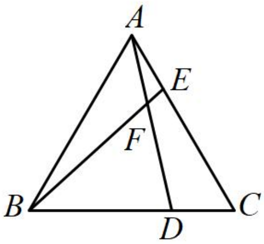


图1

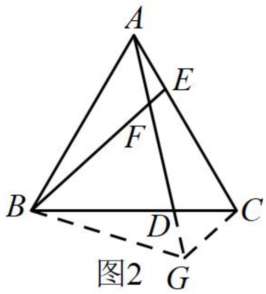


图2

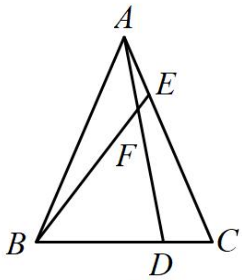


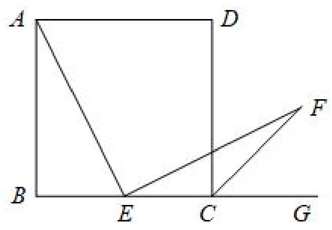
图3

（1）AD与BE的数量关系是__________，AD与BE构成的锐角夹角$\angle BFD$的度数是__________.

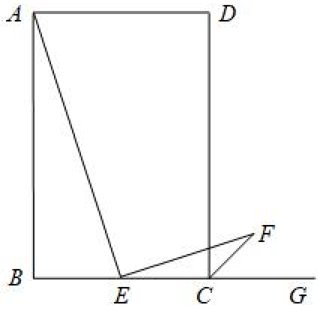
（2）深入探究：将图 1 中的AD延长至点G，使$FG=BF$，连接BG，CG，如图 2 所示．求证：GA平分$\angle BGC$.（第一问的结论，本问可直接使用）

（3）迁移应用：如图 3，在等腰$\triangle ABC$中，$AB=AC$，D，E分别是边BC，AC上的点，AD与BE相交于点F．若$\angle BAC=\angle BFD$，且$BF=3AF$，求$\frac{BD}{CD}$的值.

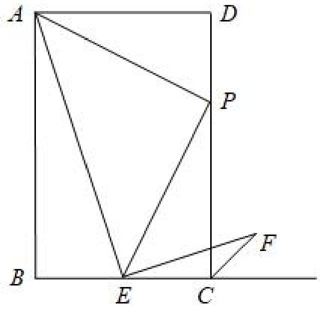
12．矩形 ABCD 中，$\frac{AB}{BC}=\frac{k}{2}$（k＞1），点 E 是边 BC 的中点，连接 AE，过点 E 作 AE 的垂线 EF，与矩形的外角平分线 CF 交于点 F.



（1）



（2）

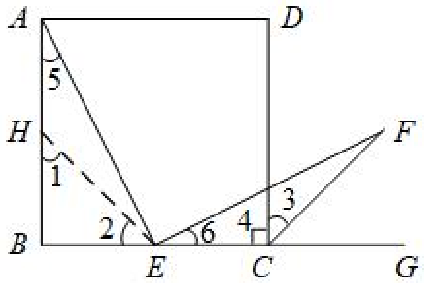


（3）

（1）【特例证明】如图（1），当 k＝2 时，求证：AE＝EF；

小明不完整的证明过程如下，请你帮他补充完整．

证明：如图，在 BA 上截取 BH＝BE，连接 EH．



∵k＝2，

∴AB＝BC．

∵∠B＝90°，BH＝BE，

∴∠1＝∠2＝45°，

∴∠AHE＝180°-∠1＝135°．

∵CF 平分∠DCG，∠DCG＝90°，

∴∠3＝$\frac{1}{2}$∠DCG＝45°．

∴∠ECF＝∠3+∠4＝135°．

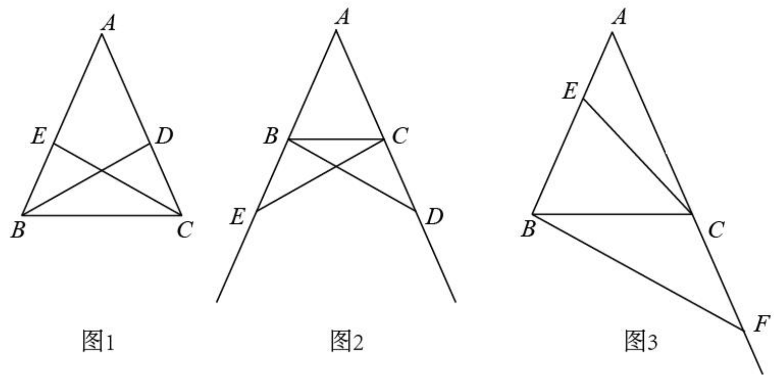
∴……

（只需在答题卡对应区域写出剩余证明过程）

（2）【类比探究】如图（2），当 k≠2 时，求$\frac{AE}{EF}$的值（用含 k 的式子表示）；

（3）【拓展运用】如图（3），当 k＝3 时，P 为边 CD 上一点，连接 AP，PF，∠PAE＝45°，$PF=\sqrt{5}$，求 BC 的长．

13．回顾：用数学的思维思考



（1）如图 1，在△ABC 中，AB＝AC．

①BD，CE 是△ABC 的角平分线．求证：BD＝CE．

②点 D，E 分别是边 AC，AB 的中点，连接 BD，CE．求证：BD＝CE．

（从①②两题中选择一题加以证明）

（2）猜想：用数学的眼光观察

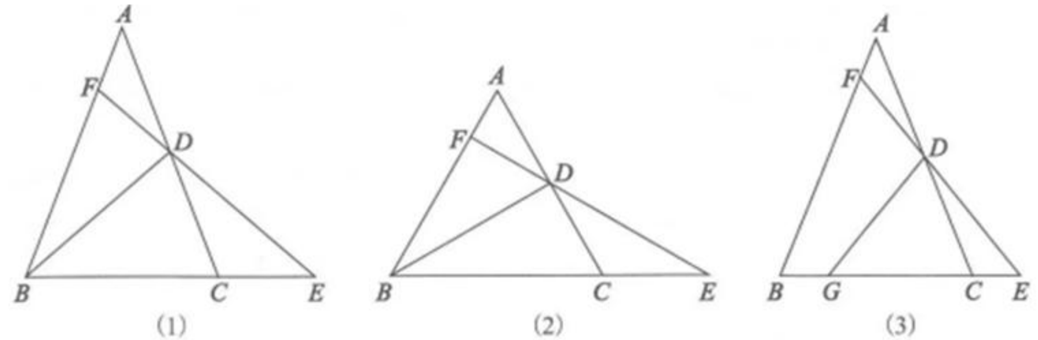
经过做题反思，小明同学认为：在△ABC 中，AB＝AC，D 为边 AC 上一动点（不与点 A，C 重合）．对于点 D 在边 AC 上的任意位置，在另一边 AB 上总能找到一个与其对应的点 E，使得 BD＝CE．进而提出问题：若点 D，E 分别运动到边 AC，AB 的延长线上，BD 与 CE 还相等吗？请解决下面的问题：

如图 2，在△ABC 中，AB＝AC，点 D，E 分别在边 AC，AB 的延长线上，请添加一个条件（不再添加新的字母），使得 BD＝CE，并证明．

（3）探究：用数学的语言表达

如图 3，在△ABC 中，AB＝AC＝2，∠A＝36°，E 为边 AB 上任意一点（不与点 A，B 重合），F 为边 AC 延长线上一点．判断 BF 与 CE 能否相等．若能，求 CF 的取值范围；若不能，说明理由．

14．如图



问题提出：如图（1），$\triangle ABC$中，$AB=AC$，D是AC的中点，延长BC至点E，使$DE=DB$，延长ED交AB于点F，探究$\frac{AF}{AB}$的值．

（1）问题探究：

先将问题特殊化．如图（2），当$\angle BAC=60°$时，直接写出$\frac{AF}{AB}$的值；

（2）再探究一般情形.如图（1），证明（1）中的结论仍然成立.

（3）问题拓展：

如图（3），在$\triangle ABC$中，$AB = AC$，D是AC的中点，G是边BC上一点，$\frac{CG}{BC} = \frac{1}{n}(n < 2)$，延长$BC$至点$E$，使$DE = DG$，延长$ED$交$AB$于点$F$.直接写出$\frac{AF}{AB}$的值（用含$n$的式子表示）.

15．如图

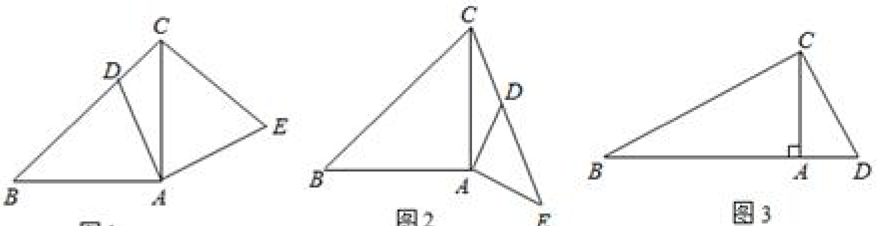


图1 图2 图3

（1）（问题发现）

如图1，在Rt△ABC中，AB＝AC，D为BC边上一点（不与点B、C重合）将线段AD绕点A顺时针旋转90°得到AE，连结EC，则线段BD与CE的数量关系是_________，位置关系是_________；

（2）（探究证明）

如图2，在Rt△ABC和Rt△ADE中，AB＝AC，AD＝AE，将△ADE绕点A旋转，当点C，D，E在同一直线时，BD与CE具有怎样的位置关系，并说明理由；

（3）（拓展延伸）

如图3，在Rt△BCD中，∠BCD＝90°，BC＝2CD＝4，将△ACD绕顺时针旋转，点C对应点E，设旋转角∠CAE为α（0°＜α＜360°），当点C，D，E在同一直线时，画出图形，并求出线段BE的长度.

答案解析部分

1．【答案】（1）解：AD=OB，

如图 1，连接 AC，

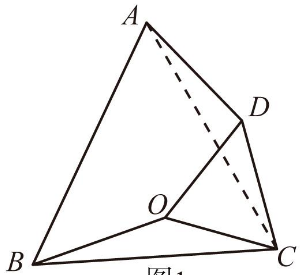


图1

∵AB=BC，OD=OC，∠ABC=∠DOC=60°，

∴△ABC 与△COD 是等边三角形，

∴∠ACB=∠DCO=60°，

∴∠ACD=∠BCO，

在△ACD 与△BCO 中，

$\begin{cases} AC=BC \\ \angle ACD=\angle BCO \\ OC=OD \end{cases}$，

∴△ACD≌△BCO，

∴AD=OB；

（2）解：AD=$\sqrt{3}$OB；

如图 2，连接 AC，过 B 作 BF⊥AC 于 F，

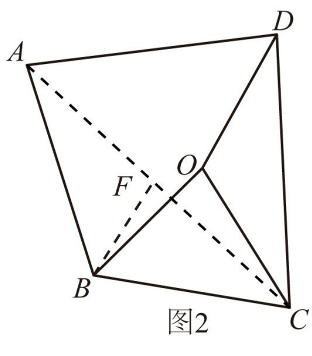


图2

∵AB=BC，OD=OC，∠ABC=∠DOC=120°，

∴∠ACB=∠DCO=30°，$\triangle ABC \backsim \triangle DOC$，

∴∠ACD=∠BCO，$\frac{BC}{OC}=\frac{AC}{DC}$，

∴△ACD∽△BCO，

$\therefore \frac{AD}{OB}=\frac{AC}{BC}$ ，

∵∠CFB=90°，

$\therefore \frac{AC}{BC}=\frac{2CF}{BC}$=2sin60°=$\sqrt{3}$，

∴AD=$\sqrt{3}$OB；

（3）AD=2sin$\frac{\alpha}{2}$OB．

2．【答案】（1）证明：∵$\triangle ABC$和$\triangle ADE$都是等边三角形，

$\therefore AD=AE$，$AB=AC$，$\angle DAE=\angle BAC=60°$，

$\therefore \angle DAE-\angle BAE=\angle BAC-\angle BAE$，即$\angle DAB=\angle EAC$

$$\therefore \Delta ADB\cong\Delta AEC(SAS)$$

$$\therefore BD=CE$$

（2）解：∵$\triangle ABC$和$\triangle ADE$都是等腰直角三角形，$\angle ABC=\angle ADE=90°$，$AD=DE$，$AB=BC$

$\therefore AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=\sqrt{2}AD$，$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{2}AB$，

$$\therefore \frac{AE}{AC}=\frac{\sqrt{2}AD}{\sqrt{2}AB}=\frac{AD}{AB}$$

$\because \angle DAE=\angle BAC=45°$，

$\angle DAE-\angle BAE=\angle BAC-\angle DAE$，即$\angle DAB=\angle EAC$

$\therefore \triangle DAB\backsim\triangle EAC$，

$\therefore \frac{BD}{CE}=\frac{AD}{AE}=\frac{AD}{\sqrt{2}AD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

（3）解： ∵$\triangle ABC$和$\triangle ADE$都是直角三角形，$\angle ABC=\angle ADE=90°$，且$\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DE}=\frac{3}{4}$,

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle ADE$，

$\therefore \angle DAE=\angle BAC$，$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$

$\therefore \angle DAE-\angle BAE=\angle BAC-\angle BAE$，即$\angle DAB=\angle EAC$，

$\therefore \triangle DAB\backsim\triangle EAC$，

$\therefore \angle ABD=\angle ACE$，

$\because \angle AGC=\angle FGB$，

$\therefore \angle BFC=\angle CAB$，

$\therefore \sin\angle BFC=\sin\angle BAC=\frac{BC}{AC}$,

设$AB=3k$，$BC=4k$，则$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{(3k)^2+(4k)^2}=5k$，

$$\therefore \sin\angle BFC=\frac{BC}{AC}=\frac{4k}{5k}=\frac{4}{5}$$

3.【答案】（1）证明：$\because \angle BAC=\angle MAN$，

$\therefore \angle BAC-\angle MAC=\angle MAN-\angle MAC$，即$\angle BAM=\angle CAN$，

$\because AB=AC$，$AM=AN$，

$\therefore \triangle ABM\cong\triangle ACN(SAS)$，

$\therefore \angle ACN=\angle ABM$.

（2）解：AN存在最小值，理由如下：

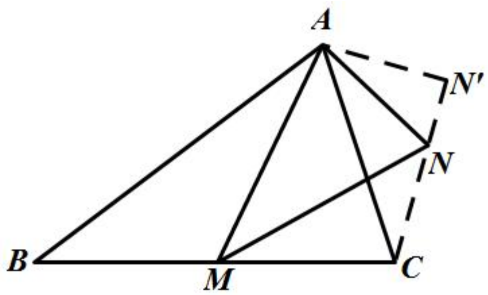
$\because AM=MN$，$AB=BC$，$\angle AMN=\angle B$，

$\therefore \angle BAC=\angle C=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle B)$，$\angle MAN=\angle N=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle AMN)$，

$\therefore \angle BAC=\angle C=\angle MAN=\angle N$，

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle AMN$，

如图所示，连接CN，过点A作$AN'\perp CN$延长线于点N'，根据点到直线的垂线段最短可知，当点N与N'重合时，即$AN'\perp CN$时，AN最小，最小值为AN'，



$\because \triangle ABC\backsim\triangle AMN$，

$\therefore \frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$，$\angle BAC=\angle MAN$，

$\therefore \angle BAC-\angle MAC=\angle MAN-\angle MAC$，即$\angle BAM=\angle CAN$，

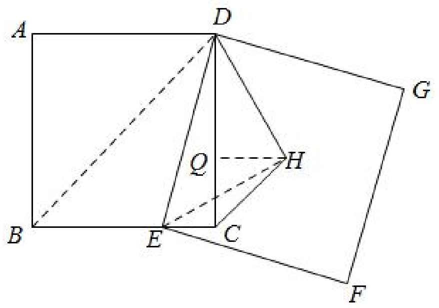
$\therefore \triangle ABM\backsim\triangle CAN$，

$\therefore \angle ACN=\angle B=30^\circ$，

在$Rt\triangle ACH$中，$\angle ACN=30^\circ$，$AH=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 8=4$，

$\therefore AN$存在最小值，最小值为4.

（3）解：如图所示，连接BD，EH，过H作$HQ\perp CD$于Q，



∵H为正方形$DEFG$的中心，

∴$DH = EH$，$\angle DHE = 90°$，即$\triangle DEH$是等腰直角三角形，

∵四边形$ABCD$为正方形，

∴$BC = CD$，$\angle BCD = 90°$，

∴$\angle BDE + \angle CDE = \angle CDH + \angle CDE = 45°$，

∴$\angle BDE = \angle CDH$，

∵$\frac{BD}{CD} = \frac{DE}{DH} = \sqrt{2}$，

∴$\triangle BDE \backsim \triangle CDH$，

∴$\angle DCH = \angle DBC = 45°$，$BE = \sqrt{2}CH = 6$，

设$CE = x$，则$CD = x + 6$，

∵$DE = 8$，

∴由勾股定理得：$x^2 + (x + 6)^2 = 8^2$，解得：$x = \sqrt{23} - 3$或$x = -\sqrt{23} - 3$（舍），

∴$CD = \sqrt{23} - 3 + 6 = \sqrt{23} + 3$，在$Rt\triangle CDH$中，$CQ = QH = 3$，

∴$\triangle CDH$的面积为$\frac{1}{2} \times (\sqrt{23} + 3) \times 3 = \frac{3\sqrt{23}+9}{2}$.

4.【答案】（1）证明：由翻折的性质以及正方形的性质可得，$AB = BF = BC$，$\angle BFE = \angle A = 90°$，

∴$\angle BFG = 90° = \angle C$，

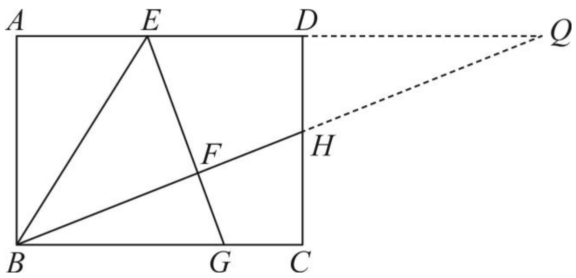
在$Rt\triangle BFG$和$Rt\triangle BCG$中，

∵$\begin{cases} BG = BG \\ BF = BC \end{cases}$,

∴$Rt\triangle BFG \cong Rt\triangle BCG(HL)$，

∴$\triangle BFG \cong \triangle BCG$；

（2）解：如图，延长BH，AD交于点 Q，



设$FH=CH=x$，则$BH=6+x$，

在$Rt\triangle BCH$中，由勾股定理得，$BC^2+CH^2=BH^2$，即$8^2+x^2=(6+x)^2$，解得$x=\frac{7}{3}$，

$\therefore DH=DC-HC=\frac{11}{3}$，

$\because \angle QDH=\angle A=90°$，$\angle DQH=\angle AQB$，

$\therefore \triangle DQH\backsim\triangle AQB$，

$\therefore \frac{DQ}{AQ}=\frac{DH}{AB}$，即$\frac{DQ}{8+DQ}=\frac{\frac{11}{3}}{6}$，解得$DQ=\frac{88}{7}$，

在$Rt\triangle DHQ$中，由勾股定理得，$HQ=\sqrt{DH^2+DQ^2}=\frac{275}{21}$，

$\therefore FQ=FH+HQ=\frac{7}{3}+\frac{275}{21}=\frac{108}{7}$，

$\because \angle QDH=\angle QFE=90°$，$\angle DQH=\angle FQE$，

$\therefore \triangle DQH\backsim\triangle FQE$，

$\therefore \frac{DH}{EF}=\frac{DQ}{FQ}$，即$\frac{\frac{11}{3}}{EF}=\frac{\frac{88}{7}}{\frac{108}{7}}$，解得$EF=\frac{9}{2}$，

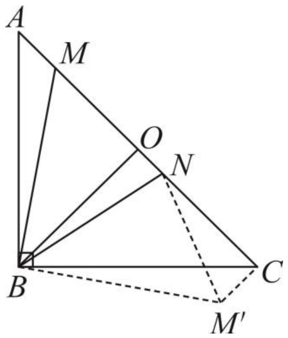
$\therefore AE=EF=\frac{9}{2}$，

$\therefore AE$的长为$\frac{9}{2}$；

（3）证明：$\because Rt\triangle ABC$为等腰三角形，$\angle ABC=90°$，O 为斜边AC的中点，

$\therefore \angle A=\angle ACB=45°$，$OB=OA=OC$，

如图，将$\triangle BAM$绕 B 点顺时针旋转 90°得到$\triangle BAM'$，连接NM'，CM'，



由旋转的性质可得$\triangle BAM\cong\triangle BAM'$，$BM=BM'$，$AM=CM'$，$\angle BCM'=\angle BAM=45°$，$\angle MBM'=90°$，

$\because \angle MBN = 45°$，

$\therefore \angle M'BN = 45°$，

在$\triangle MBN$和$\triangle M'BN$中，

$\therefore \begin{cases} BM = BM' \\ \angle MBN = \angle M'BN, \\ BN = BN \end{cases}$

$\therefore \triangle MBN \cong \triangle M'BN(SAS)$，

$\therefore MN = M'N = OM + ON$，

$\because \angle MBN = 45°$，$\angle MBO = \alpha$，$\angle NBO = \beta$，$AB = \sqrt{2}$，

$\therefore OB = AB \cdot \cos 45° = 1$，$\tan(\alpha + \beta) = \tan 45° = 1$，$\tan\alpha = \frac{OM}{OB} = OM$，$\tan\beta = \frac{ON}{OB} = ON$，$\tan\alpha + \tan\beta = OM + ON$，$\tan\alpha \cdot \tan\beta = OM \cdot ON$，

$\because \angle BCM' + \angle ACB = 90°$，

$\therefore$在$Rt\triangle NCM'$中，由勾股定理得$M'N^2 = CM'^2 + CN^2$，

即$M'N^2 = AM^2 + CN^2 = (1 - OM)^2 + (1 - ON)^2$

$$= 2 - 2(OM + ON) + OM^2 + ON^2$$

$$= 2 - 2(OM + ON) + (OM + ON)^2 - 2OM \cdot ON$$

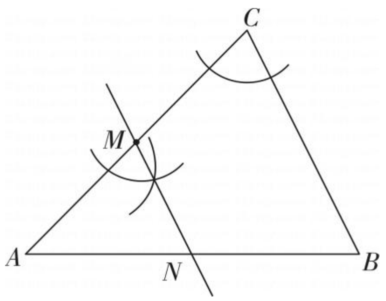
$$= 2 - 2M'N + M'N^2 - 2OM \cdot ON$$

$\therefore 1 - OM \cdot ON = M'N$，

$\therefore \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \cdot \tan\beta} = \frac{OM + ON}{1 - OM \cdot ON} = \frac{M'N}{M'N} = 1 = \tan(\alpha + \beta)$，

$\therefore \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \cdot \tan\beta}$.

5.【答案】（1）解：过点 M 作$\angle AMN = \angle ACB$，MN交AB于点 N，则$MN \parallel BC$，如图所示：



（2）AB=2AN

（3）解：圆规取适当长度，在射线AC上依次截取$AD = DE = EF$，过点 E 作$\angle AEN = \angle AFB$，EN交AB

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/286023142200010055