浙江省湖州市示范初中 2023-2024 学年数学高三上期末综合测试试题

请考生注意：

1．请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0．5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若不等式 $x^2+ax+1\geq 0$ 对于一切 $x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$ 恒成立，则 a 的最小值是 （ ）

A．0 **B．** -2 **C．** $-\dfrac{5}{2}$ **D．** -3

2．已知抛物线 $x^2=4y$ 上一点 A 的纵坐标为 4，则点 A 到抛物线焦点的距离为（ ）

A．2 **B．3** **C．4** **D．5**

3．已知命题 P：$\forall x\in R$，$\sin x\leq 1$，则 $\neg p$ 为( )

A． $\exists x_0\in R$，$\sin x_0\geq 1$ **B．** $\forall x\in R$，$\sin x\geqslant 1$

C． $\exists x_0\in R$，$\sin x_0>1$ **D．** $\forall x\in R$，$\sin x>1$

4．已知全集 $U=\mathbf{R}$，函数 $y=\ln(1-x)$ 的定义域为 M，集合 $N=\left\{x\middle|x^2-x<0\right\}$，则下列结论正确的是

A． $M\cap N=N$ **B．** $M\cap(\complement_U N)=\varnothing$

C． $M\cup N=U$ **D．** $M\subseteq(\complement_U N)$

5．将 3 个黑球 3 个白球和 1 个红球排成一排，各小球除了颜色以外其他属性均相同，则相同颜色的小球不相邻的排法共有（ ）

A．14 种 **B．15 种** **C．16 种** **D．18 种**

6．已知抛物线 $C:y^2=4x$ 和点 $D(2,0)$，直线 $x=ty-2$ 与抛物线 C 交于不同两点 A，B，直线 BD 与抛物线 C 交于另一点 E．给出以下判断：

①以 BE 为直径的圆与抛物线准线相离；

②直线 OB 与直线 OE 的斜率乘积为 -2；

③设过点 A，B，E 的圆的圆心坐标为 (a,b)，半径为 r，则 $a^2-r^2=4$．

其中，所有正确判断的序号是（ ）

A．①② **B．①③** **C．②③** **D．①②③**

7．已知定义在 R 上的可导函数 $f(x)$ 满足 $(1-x)\cdot f(x)+x\cdot f'(x)>0$，若 $y=f(x+2)-e^3$ 是奇函数，则不等式

$x\cdot f(x)-2e^{x+1}<0$的解集是（　　）

A．$\left(-\infty,2\right)$　　　B．$\left(-\infty,1\right)$　　　C．$\left(2,+\infty\right)$　　　D．$\left(1,+\infty\right)$

8．若集合$A=\left\{x\middle|y=\sqrt{2-x}\right\},B=\left\{x\middle|-3\le x\le 3\right\}$，则$A\cap B=$（　　）

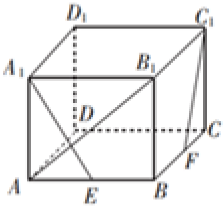
A．$\left[-3,2\right]$　　　B．$\left\{x\middle|2\le x\le 3\right\}$

C．$\left(2,3\right)$　　　D．$\left\{x\middle|-3\le x<2\right\}$

9．已知等差数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，且$S_{25}=50$，则$a_{11}+a_{15}=$（　　）

A．4　　　B．8　　　C．16　　　D．2

10．如图，在正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=\sqrt{2}AA_1$，E，F分别为AB，BC的中点，异面直线AB_1与C_1F所成角的余弦值为m，则(　　)



A．直线A_1E与直线C_1F异面，且$m=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　B．直线A_1E与直线C_1F共面，且$m=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

C．直线A_1E与直线C_1F异面，且$m=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　D．直线A_1E与直线C_1F共面，且$m=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

11．已知向量$\vec{a}=(-\sqrt{3},1),\vec{b}=(3,\sqrt{3})$，则向量$\vec{b}$在向量$\vec{a}$方向上的投影为（　　）

A．$-\sqrt{3}$　　　B．$\sqrt{3}$　　　C．-1　　　D．1

12．若复数$z=\dfrac{a-i}{1+i}$在复平面内对应的点在第二象限，则实数a的取值范围是（　　）

A．$(-1,1)$　　　B．$\left(-\infty,-1\right)$　　　C．$(1,+\infty)$　　　D．$\left(0,+\infty\right)$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．函数$y=\cos\left(2x+\phi\right)\left(-\pi\le\phi\le\pi\right)$的图象向右平移$\dfrac{\pi}{2}$个单位后，与函数$y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$的图象重合，则$\phi=$_____.

14．设S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，若$a_n>0$，$a_1=1$，且$2S_n=a_n(a_n+t)$，$n\in N^*$，则$S_{10}=$________.

15．在$\triangle ABC$中，若$\tan A+\tan B+\tan A\tan B=1$，则$\cos^2 A+\cos^2 B$的范围为________.

16．已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的左右焦点分别为$F_1,F_2$，过$F_1$的直线与双曲线左支交于$A,B$两点，$\angle AF_2B=90^\circ$，$\Delta AF_2B$的内切圆的圆心的纵坐标为$\dfrac{\sqrt{7}}{2}a$，则双曲线的离心率为________.

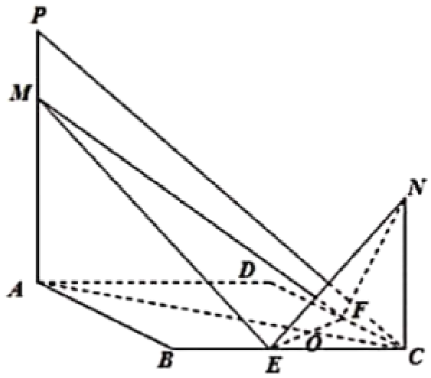
三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知$a,b\in(0,+\infty)$，$a(1-b)=b(a-1)$，$f(x)=|2x+1|+|x-2|$.

（1）求a^2+b^2的最小值；

（2）若对任意$a,b\in(0,+\infty)$，都有$f(x)\le 4\left(a^2+b^2\right)$，求实数$x$的取值范围.

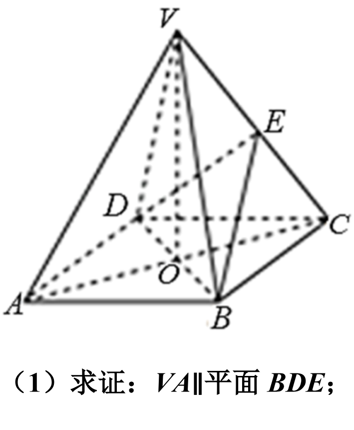
18．（12分）如图，已知E，F分别是正方形$ABCD$边BC，CD的中点，EF与AC交于点O，PA，NC都垂直于平面$ABCD$，且$PA=AB=4$，$NC=2$，M是线段PA上一动点.



（1）当$MO\perp$平面EFN，求$AM:MP$的值；

（2）当M是PA中点时，求四面体$M-EFN$的体积.

19．（12分）如图，四棱锥**V- ABCD**中，底面**ABCD**是菱形，对角线**AC**与**BD**交于点**O**，**VO**⊥平面**ABCD**，**E**是棱**VC**的中点.



（1）求证：**VA**∥平面**BDE**；

（2）求证：平面**VAC**⊥平面**BDE**.

20．（12分）已知在平面直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=1+\cos\alpha\\ y=\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数.$0\le\alpha<2\pi$）.以坐标原点

O为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线l的极坐标方程为$\theta=\dfrac{\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$，曲线$C$与直线$l$其中的一个交点为$A$，且点$A$极径$\rho_0\neq 0$.极角$0\le\theta_\rho<\dfrac{\pi}{2}$

（1）求曲线C的极坐标方程与点A的极坐标；

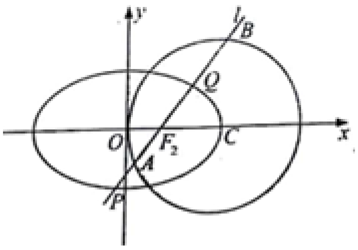
（2）已知直线m的直角坐标方程为$x-\sqrt{3}y=0$，直线m与曲线C相交于点B(异于原点O)，求ΔAOB的面积.

21．（12 分）已知抛物线$C:x^2=4y$与直线$l:x-2y-2=0$.

（1）求抛物线 C 上的点到直线 l 距离的最小值；

（2）设点$P\left(x_0,y_0\right)$是直线 l 上的动点，$Q(1,1)$是定点，过点 P 作抛物线 C 的两条切线，切点为 A，B，求证 A，Q，B 共线；并在$\overrightarrow{AQ}=3\overrightarrow{QB}$时求点 P 坐标.

22．（10 分）如图,设点$F_2(1,0)$为椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点，圆$C:(x-a)^2+y^2=a^2$,过$F_2$且斜率为$k(k>0)$的直线$l$交圆$C$于$A,B$两点，交椭圆$E$于点$P,Q$两点，已知当$k=\sqrt{3}$时，$AB=2\sqrt{6}$.



（1）求椭圆E的方程.

（2）当$PF_2=\dfrac{10}{3}$时，求ΔPQC的面积.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

试题分析：将参数 a 与变量 x 分离，将不等式恒成立问题转化为求函数最值问题，即可得到结论.

解：不等式 $x^2+ax+1\geq0$ 对一切 $x\in(0,\ \frac{1}{2}]$ 成立，等价于 $a\geq-x-\frac{1}{x}$ 对于一切 $x\in\left(0,\frac{1}{2}\right]$ 成立，

∵$y=-x-\frac{1}{x}$ 在区间 $\left(0,\frac{1}{2}\right]$ 上是增函数

$\therefore -x-\frac{1}{x}\leq-\frac{1}{2}-2=-\frac{5}{2}$

$\therefore a\geq-\frac{5}{2}$

∴a 的最小值为 $-\frac{5}{2}$ 故答案为 **C**.

考点：不等式的应用

点评：本题综合考查了不等式的应用、不等式的解法等基础知识，考查运算求解能力，考查化归与转化思想，属于中档题

2、**D**

【解析】

试题分析：抛物线 $x^2=4y$ 焦点在 y 轴上，开口向上，所以焦点坐标为 $(0,1)$，准线方程为 $y=-1$，因为点 **A** 的纵坐标为 **4**，所以点 **A** 到抛物线准线的距离为 $4+1=5$，因为抛物线上的点到焦点的距离等于到准线的距离，所以点 **A** 与抛物线焦点的距离为 **5.**

考点：本小题主要考查应用抛物线定义和抛物线上点的性质抛物线上的点到焦点的距离，考查学生的运算求解能力.

点评：抛物线上的点到焦点的距离等于到准线的距离，这条性质在解题时经常用到，可以简化运算.

3、**C**

【解析】

根据全称量词命题的否定是存在量词命题，即得答案.

【详解】

Q 全称量词命题的否定是存在量词命题，且命题 P：$\forall x\in R$，$\sin x\leq1$，

$\therefore \neg p:\exists x_0\in R,\sin x_0>1$.

故选：C.

【点睛】

本题考查含有一个量词的命题的否定，属于基础题.

4、**A**

【解析】

求函数定义域得集合 M，N 后，再判断．

【详解】

由题意 $M=\{x\,|\,x<1\}$，$N=\{x\,|\,0<x<1\}$，$\therefore M\cap N=N$．

故选 A．

【点睛】

本题考查集合的运算，解题关键是确定集合中的元素．确定集合的元素时要注意代表元形式，集合是函数的定义域，还是函数的值域，是不等式的解集还是曲线上的点集，都由代表元决定．

5、D

【解析】

采取分类计数和分步计数相结合的方法，分两种情况具体讨论，一种是黑白依次相间，一种是开始仅有两个相同颜色的排在一起

【详解】

首先将黑球和白球排列好，再插入红球.

情况 1：黑球和白球按照黑白相间排列（“黑白黑白黑白”或“白黑白黑白黑”），此时将红球插入 6 个球组成的 7 个空中即可，因此共有 2×7=14 种；

情况 2：黑球或白球中仅有两个相同颜色的排在一起（“黑白白黑白黑”、“黑白黑白白黑”、“白黑黑白黑白”“白黑白黑黑白”），此时红球只能插入两个相同颜色的球之中，共 4 种.

综上所述，共有 14+4=18 种.

故选：D

【点睛】

本题考查排列组合公式的具体应用，插空法的应用，属于基础题

6、D

【解析】

对于①，利用抛物线的定义，利用 $d=\dfrac{d_1+d_2}{2}=\dfrac{|BF|+|EF|}{2}>\dfrac{|BE|}{2}=R$ 可判断；

对于②，设直线 DE 的方程为 $x=my+2$，与抛物线联立，用坐标表示直线 OB 与直线 OE 的斜率乘积，即可判断；

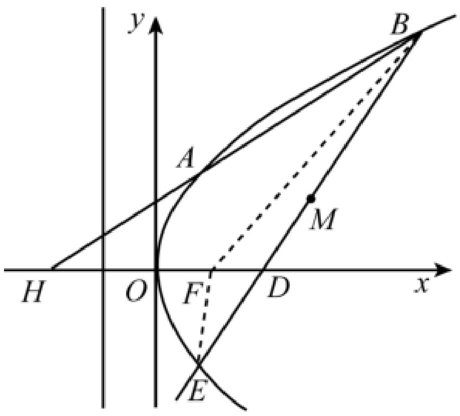
对于③，将 $x=ty-2$ 代入抛物线 C 的方程可得，$y_Ay_1=8$，从而，$y_A=-y_2$，利用韦达定理可得

$|BE|^2=16m^4+48m^2+32$，再由 $r^2=|MN|^2+\left(\dfrac{|BE|}{2}\right)^2$，可用 m 表示 r^2，线段 BE 的中垂线与 x 轴的交点（即圆心

N）横坐标为$2m^2+4$，可得 a，即可判断.

【详解】

如图，设F为抛物线C的焦点，以线段BE为直径的圆为M，则圆心M为线段BE的中点.



设B，E到准线的距离分别为d_1，d_2，$\odot M$的半径为R，点M到准线的距离为d，

显然B，E，F三点不共线，

则$d=\frac{d_1+d_2}{2}=\frac{|BF|+|EF|}{2}>\frac{|BE|}{2}=R$．所以①正确.

由题意可设直线DE的方程为$x=my+2$，

代入抛物线C的方程，有$y^2-4my-8=0$.

设点B，E的坐标分别为(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，

则$y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-8$.

所以$x_1x_2=(my_1+2)(my_2+2)=m^2y_1y_2+2m(y_1+y_2)+4=4$.

则直线OB与直线OE的斜率乘积为$\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=-2$．所以②正确.

将$x=ty-2$代入抛物线C的方程可得，$y_Ay_1=8$，从而，$y_A=-y_2$．根据抛物线的对称性可知，

A，E两点关于x轴对称，所以过点A，B，E的圆的圆心N在x轴上.

由上，有$y_1+y_2=4m$，$x_1+x_2=4m^2+4$，

则$|BE|^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2+(y_1+y_2)^2-4y_1y_2=16m^4+48m^2+32$.

所以，线段BE的中垂线与x轴的交点（即圆心N）横坐标为$2m^2+4$，所以$a=2m^2+4$.

于是，$r^2=|MN|^2+\left(\frac{|BE|}{2}\right)^2=\left(2m^2+4-\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2+\left(\frac{y_1+y_2}{2}\right)^2+4m^4+12m^2+8$，

代入$x_1+x_2=4m^2+4$，$y_1+y_2=4m$，得$r^2=4m^4+16m^2+12$，

所以$a^2-r^2=\left(2m^2+4\right)^2-\left(4m^4+16m^2+12\right)=4$.

所以③正确.

故选：D

【点睛】

本题考查了抛物线的性质综合，考查了学生综合分析，转化划归，数形结合，数学运算的能力，属于较难题.

7、**A**

【解析】

构造函数$g\left(x\right)=\dfrac{x\cdot f\left(x\right)}{e^x}$，根据已知条件判断出$g\left(x\right)$的单调性.根据$y=f\left(x+2\right)-e^3$是奇函数，求得$f\left(2\right)$的值，

由此化简不等式$x\cdot f(x)-2e^{x+1}<0$求得不等式的解集.

【详解】

构造函数$g\left(x\right)=\dfrac{x\cdot f\left(x\right)}{e^x}$，依题意可知$g'\left(x\right)=\dfrac{(1-x)\cdot f\left(x\right)+x\cdot f'\left(x\right)}{e^x}>0$，所以$g\left(x\right)$在$R$上递增.由于

$y=f\left(x+2\right)-e^3$是奇函数，所以当$x=0$时，$y=f\left(2\right)-e^3=0$，所以$f\left(2\right)=e^3$，所以$g\left(2\right)=\dfrac{2\times e^3}{e^2}=2e$.

由$x\cdot f(x)-2e^{x+1}<0$得$g\left(x\right)=\dfrac{x\cdot f\left(x\right)}{e^x}<2e=g\left(2\right)$，所以$x<2$，故不等式的解集为$\left(-\infty,2\right)$.

故选：A

【点睛】

本小题主要考查构造函数法解不等式，考查利用导数研究函数的单调性，考查化归与转化的数学思想方法，属于中档题.

8、**A**

【解析】

先确定集合A中的元素，然后由交集定义求解.

【详解】

Q $A=\left\{x\middle|y=\sqrt{2-x}\right\}=\left\{x\middle|x\le 2\right\},B=\left\{x\middle|-3\le x\le 3\right\}$，$\therefore \mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\left\{x\middle|-3\le x\le 2\right\}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查求集合的交集运算，掌握交集定义是解题关键.

9、**A**

【解析】

利用等差的求和公式和等差数列的性质即可求得.

【详解】

$$S_{25}=\frac{25\left(a_1+a_{25}\right)}{2}=50\Rightarrow a_1+a_{25}=4\Rightarrow a_{11}+a_{15}=4.$$

故选: A.

【点睛】

本题考查等差数列的求和公式和等差数列的性质,考查基本量的计算,难度容易.

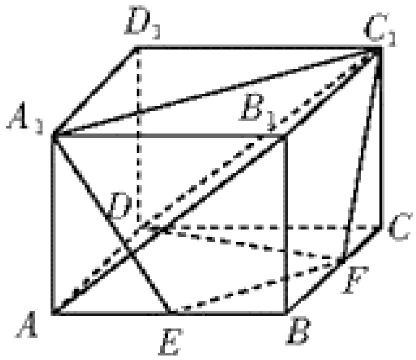
10、**B**

【解析】

连接 EF ， A_1C_1 ， C_1D ， DF ，由正四棱柱的特征可知 $EF \parallel A_1C_1$ ，再由平面的基本性质可知，直线 A_1E 与直线 C_1F 共面.，同理易得 $AB_1 \parallel C_1D$ ，由异面直线所成的角的定义可知，异面直线 AB_1 与 C_1F 所成角为 $\angle DC_1F$ ，然后再利用余弦定理求解.

【详解】

如图所示：



连接 EF ， A_1C_1 ， C_1D ， DF ，由正方体的特征得 $EF \parallel A_1C_1$ ，

所以直线 A_1E 与直线 C_1F 共面.

由正四棱柱的特征得 $AB_1 \parallel C_1D$ ，

所以异面直线 AB_1 与 C_1F 所成角为 $\angle DC_1F$.

设 $AA_1=\sqrt{2}$ ，则 $AB=\sqrt{2}AA_1=2$ ，则 $DF=\sqrt{5}$ ， $C_1F=\sqrt{3}$ ， $C_1D=\sqrt{6}$ ，

由余弦定理，得 $m=\cos\angle DC_1F=\dfrac{3+6-5}{2\times\sqrt{3}\times\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

故选：**B**

【点睛】

本题主要考查异面直线的定义及所成的角和平面的基本性质，还考查了推理论证和运算求解的能力，属于中档题.

11、A

【解析】

投影即为$|\vec{b}|\cdot\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}$，利用数量积运算即可得到结论.

【详解】

设向量$\vec{a}$与向量$\vec{b}$的夹角为θ，

由题意，得$\vec{a}\cdot\vec{b}=-\sqrt{3}\times3+1\times\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$，$|\vec{a}|=\sqrt{\left(-\sqrt{3}\right)^2+1^2}=2$，

所以，向量$\vec{b}$在向量$\vec{a}$方向上的投影为$|\vec{b}|\cdot\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}=\dfrac{-2\sqrt{3}}{2}=-\sqrt{3}$.

故选：A.

【点睛】

本题主要考察了向量的数量积运算，难度不大，属于基础题.

12、B

【解析】

复数$z=\dfrac{a-i}{1+i}=\dfrac{a-1}{2}-\dfrac{a+1}{2}i$，在复平面内对应的点在第二象限，可得关于 a 的不等式组，解得 a 的范围.

【详解】

$z=\dfrac{a-i}{1+i}=\dfrac{a-1}{2}-\dfrac{a+1}{2}i$，

由其在复平面对应的点在第二象限，

得$\begin{cases}a-1<0\\a+1<0\end{cases}$，则$a<-1$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了复数的运算法则、几何意义、不等式的解法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、$\dfrac{5\pi}{6}$

【解析】

根据函数$y=A\cos\left(\omega x+\varphi\right)$图象的平移变换公式求得变换后的函数解析式,再利用诱导公式求得φ