

2021-2022 高考数学模拟试卷

注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知将函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($0 < \omega < 6$, $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图

象，若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象都关于 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称，则 ω 的值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. $\frac{3}{2}$

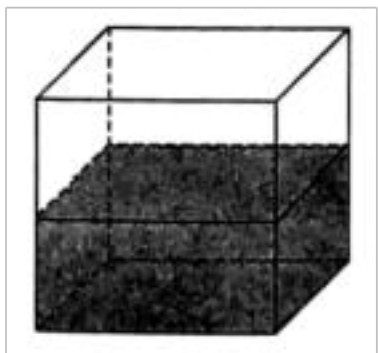
2. 若复数 z 满足 $z - \sqrt{3}(1+z)i = 1$ ，复数 z 的共轭复数是 \bar{z} ，则 $z + \bar{z} =$ ()

- A. 1 B. 0 C. -1 D. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $a_1 = 1$ ， $a_2 = 2$ 且对于任意 $n > 1$ ， $n \in N^*$ 满足 $S_{n+1} + S_{n-1} = 2(S_n + 1)$ ，则 ()

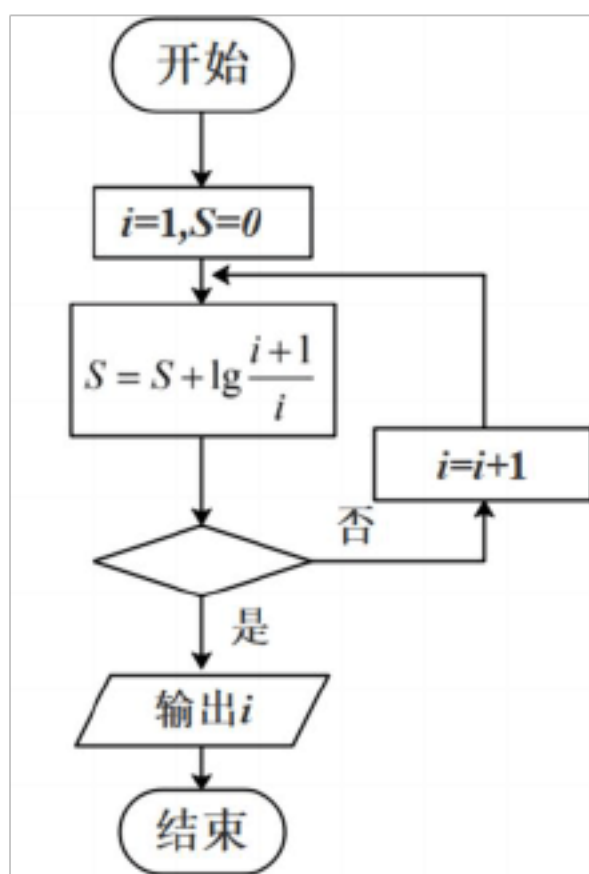
- A. $a_4 = 7$ B. $S_{16} = 240$ C. $a_{10} = 19$ D. $S_{20} = 381$

4. 一个封闭的棱长为 2 的正方体容器，当水平放置时，如图，水面的高度正好为棱长的一半。若将该正方体绕下底面（底面与水平面平行）的某条棱任意旋转，则容器里水面的最大高度为 ()



- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

5. 运行如图所示的程序框图，若输出的 i 的值为 99，则判断框中可以填 ()



- A. $S \geq 1$ B. $S > 2$ C. $S > \lg 99$ D. $S \geq \lg 98$

6. 复数 z 满足 $(1+i)z = |1-i|$, 则 $z =$ ()

- A. $1-i$ B. $1+i$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

7. 已知函数 $f(x) = -a \sin 3x + a + b$ ($a > 0, x \in \mathbf{R}$) 的值域为 $[-5, 3]$, 函数 $g(x) = b - \cos ax$, 则 $g(x)$ 的图象的对称中心为 ()

- A. $\left(\frac{k\pi}{4}, -5\right) (k \in \mathbf{Z})$ B. $\left(\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, -5\right) (k \in \mathbf{Z})$
 C. $\left(\frac{k\pi}{5}, -4\right) (k \in \mathbf{Z})$ D. $\left(\frac{k\pi}{5} + \frac{\pi}{10}, -4\right) (k \in \mathbf{Z})$

8. 过抛物线 $x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点且倾斜角为 α 的直线交抛物线于两点 A, B . $|AF| = 2|BF|$, 且 A 在第一象限, 则 $\cos 2\alpha =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $a \cos B - b \cos A = \frac{c}{4}$, 则 $\frac{a^2 - b^2}{2c^2} =$ ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

10. 已知集合 $A = \{-2, 0, 1, 3\}$, $B = \{x | -\sqrt{5} < x < \sqrt{3}\}$, 则集合 $A \cap B$ 子集的个数为 ()

- A. 4 B. 8 C. 16 D. 32

11. 要得到函数 $y = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象, 只需将函数 $y = 2\cos 2x$ 的图象

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
- B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
- C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
- D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

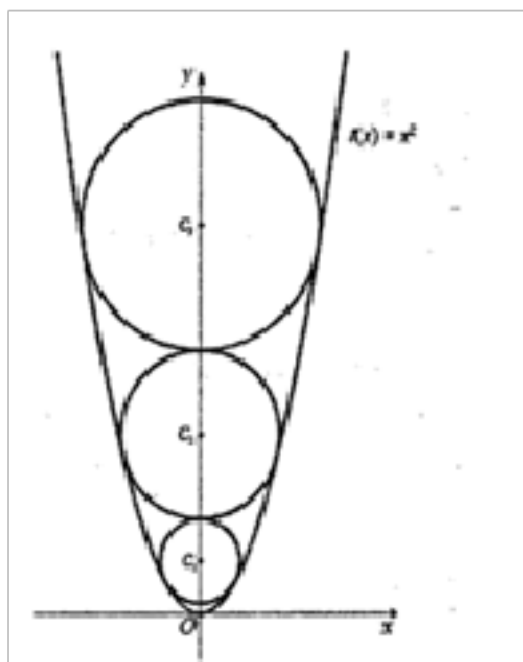
12. 如图是甲、乙两位同学在六次数学小测试 (满分 100 分) 中得分情况的茎叶图, 则下列说法错误的是 ()

甲				乙		
		9	7	2	4	
2	2	8	8	1	9	
	1	3	9	6	9	

- A. 甲得分的平均数比乙大
- B. 甲得分的极差比乙大
- C. 甲得分的方差比乙小
- D. 甲得分的中位数和乙相等

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 两光滑的曲线相切, 那么它们在公共点处的切线方向相同. 如图所示, 一系列圆 $C_n: x^2 + (y - a_n)^2 = r_n^2$ ($a_n > 0, r_n > 0, n = 1, 2, \dots$) 逐个外切, 且均与曲线 $y = x^2$ 相切, 若 $r_1 = 1$, 则 $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$, $r_n = \underline{\hspace{2cm}}$



14. 函数 $f(x) = \frac{2 + \ln 2x}{x^2}$ 的图象在 $x = \frac{e}{2}$ 处的切线方程为_____.

15. 若一组样本数据 7, 9, x , 8, 10 的平均数为 9, 则该组样本数据的方差为_____.

16. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 1 \geq 0, \\ x + 2y - 4 \leq 0, \\ 2x - y - 6 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x + 4y$ 的最小值为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cos \varphi \\ y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \varphi \end{cases} \quad (\varphi \text{ 为参数}),$$
 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴的极坐标系

中, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \cos^2 \theta = 3 \sin \theta$.

(1) 求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若直线 $l: y = kx$ 与曲线 C_1, C_2 的交点分别为 A, B (A, B 异于原点), 当斜率 $k \in [\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}]$ 时, 求 $|OA| + \frac{1}{|OB|}$ 的最小值.

18. (12 分) 2019 年春节期间, 某超市准备举办一次有奖促销活动, 若顾客一次消费达到 400 元则可参加一次抽奖活动, 超市设计了两种抽奖方案.

方案一: 一个不透明的盒子中装有 30 个质地均匀且大小相同的小球, 其中 10 个红球, 20 个白球, 搅拌均匀后, 顾客从中随机抽取一个球, 若抽到红球则顾客获得 60 元的返金券, 若抽到白球则获得 20 元的返金券, 且顾客有放回地抽取 3 次.

方案二: 一个不透明的盒子中装有 30 个质地均匀且大小相同的小球, 其中 10 个红球, 20 个白球, 搅拌均匀后, 顾客从中随机抽取一个球, 若抽到红球则顾客获得 80 元的返金券, 若抽到白球则未中奖, 且顾客有放回地抽取 3 次.

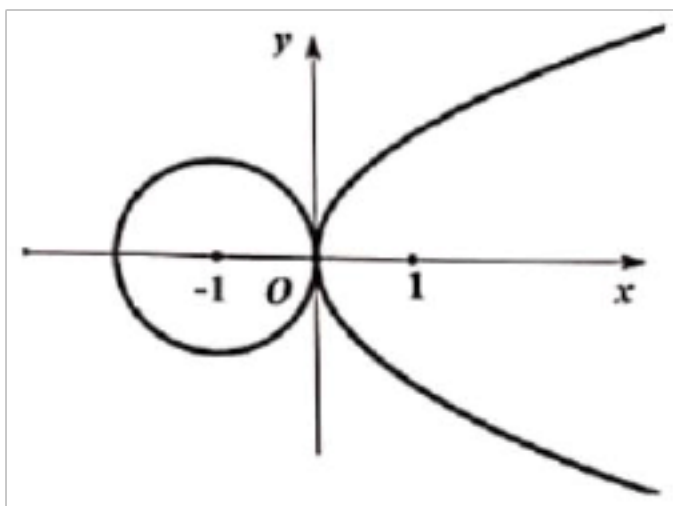
(1) 现有两位顾客均获得抽奖机会, 且都按方案一抽奖, 试求这两位顾客均获得 180 元返金券的概率;

(2) 若某顾客获得抽奖机会.

① 试分别计算他选择两种抽奖方案最终获得返金券的数学期望;

② 为了吸引顾客消费, 让顾客获得更多金额的返金券, 该超市应选择哪一种抽奖方案进行促销活动?

19. (12 分) 已知抛物线 $C_1: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上横坐标为 3 的点与抛物线焦点的距离为 4.



(1) 求 p 的值;

(2) 设 $P(x_0, y_0)$ ($0 < x_0 \leq 2$) 为抛物线 C_1 上的动点, 过 P 作圆 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 的两条切线分别与 y 轴交于 A, B 两点. 求 $|AB|$ 的取值范围.

20. (12分) 已知动圆 M 经过点 $N(2,0)$, 且动圆 M 被 y 轴截得的弦长为 4, 记圆心 M 的轨迹为曲线 C .

(1) 求曲线 C 的标准方程;

(2) 设点 M 的横坐标为 x_0 , A, B 为圆 M 与曲线 C 的公共点, 若直线 AB 的斜率 $k=1$, 且 $x_0 \in [0,4]$, 求 x_0 的值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = ax^2 - a - \ln x$, $\exists a \in [0, +\infty)$, 使得对任意两个不等的正实数 x_1, x_2 , 都有

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0 \text{ 恒成立.}$$

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若方程 $\frac{1}{2x} = f(x) + m$ 有两个实根 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 求证: $x_1 + x_2 > 1$.

22. (10分) 为了解本学期学生参加公益劳动的情况, 某校从初高中学生中抽取 100 名学生, 收集了他们参加公益劳动时间 (单位: 小时) 的数据, 绘制图表的一部分如表.

时间 \ 人数		学生类别					
		[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)
性 别	男	6	9	10	10	9	4
	女	5	12	13	8	6	8
学 段	初中	x	8	11	11	10	7
	高中						

(1) 从男生中随机抽取一人, 抽到的男生参加公益劳动时间在 $[10, 20)$ 的概率:

(2) 从参加公益劳动时间 $[25, 30)$ 的学生中抽取 3 人进行面谈, 记 X 为抽到高中的人数, 求 X 的分布列;

(3) 当 $x=5$ 时, 高中生和初中生相比, 那学段学生平均参加公益劳动时间较长. (直接写出结果)

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. B

【解析】

因为将函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($0 < \omega < 6$, $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象,

可得 $g(x) = \sin\left[\omega\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \varphi\right] = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\omega + \varphi\right)$, 结合已知, 即可求得答案.

【详解】

\because 将函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($0 < \omega < 6$, $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象

$$\therefore g(x) = \sin\left[\omega\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \varphi\right] = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\omega + \varphi\right),$$

又 $\because f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象都关于 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称,

$$\therefore \text{由} \begin{cases} \frac{\pi}{4}\omega + \varphi = k_1\pi + \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{4}\omega - \frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_2\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k_1, k_2 \in \mathbf{Z}),$$

$$\text{得} \frac{\pi}{3}\omega = (k_1 - k_2)\pi, \quad (k_1, k_2 \in \mathbf{Z}),$$

$$\text{即} \omega = 3(k_1 - k_2) \quad (k_1, k_2 \in \mathbf{Z}),$$

又 $\because 0 < \omega < 6$,

$$\therefore \omega = 3.$$

故选: **B**.

【点睛】

本题主要考查了三角函数图象平移和根据图象对称求参数, 解题关键是掌握三角函数图象平移的解法和正弦函数图象的特征, 考查了分析能力和计算能力, 属于基础题.

2. **C**

【解析】

根据复数代数形式的运算法则求出 z , 再根据共轭复数的概念求解即可.

【详解】

$$\text{解: } \because z - \sqrt{3}i - \sqrt{3}zi = 1,$$

$$\therefore z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i,$$

$$\text{则} \bar{z} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i,$$

$$\therefore z + \bar{z} = -1,$$

故选：C.

【点睛】

本题主要考查复数代数形式的运算法则，考查共轭复数的概念，属于基础题.

3. D

【解析】

利用数列的递推关系式判断求解数列的通项公式，然后求解数列的和，判断选项的正误即可.

【详解】

$$\text{当 } n \geq 2 \text{ 时, } S_{n+1} + S_{n-1} = 2(S_n + 1) \Rightarrow S_{n+1} - S_n = S_n - S_{n-1} + 2 \Rightarrow a_{n+1} = a_n + 2.$$

$$\text{所以数列 } \{a_n\} \text{ 从第 2 项起为等差数列, } a_n = \begin{cases} 1, n=1 \\ 2n-2, n \geq 2 \end{cases},$$

$$\text{所以, } a_4 = 6, a_{10} = 18.$$

$$S_n = a_1 + \frac{(a_1 + a_n)(n-1)}{2} = n(n-1) + 1, S_{16} = 16 \times 15 + 1 = 241,$$

$$S_{20} = 20 \times 19 + 1 = 381.$$

故选：D.

【点睛】

本题考查数列的递推关系式的应用、数列求和以及数列的通项公式的求法，考查转化思想以及计算能力，是中档题.

4. B

【解析】

根据已知可知水面的最大高度为正方体面对角线长的一半，由此得到结论.

【详解】

正方体的面对角线长为 $2\sqrt{2}$ ，又水的体积是正方体体积的一半，

且正方体绕下底面（底面与水平面平行）的某条棱任意旋转，

所以容器里水面的最大高度为面对角线长的一半，

即最大水面高度为 $\sqrt{2}$ ，故选 B.

【点睛】

本题考查了正方体的几何特征，考查了空间想象能力，属于基础题.

5. C

【解析】

模拟执行程序框图，即可容易求得结果.

【详解】

运行该程序：

第一次， $i=1$ ， $S=\lg 2$ ；

第二次， $i=2$ ， $S=\lg 2+\lg \frac{3}{2}=\lg 3$ ；

第三次， $i=3$ ， $S=\lg 3+\lg \frac{4}{3}=\lg 4$ ，

...；

第九十八次， $i=98$ ， $S=\lg 98+\lg \frac{99}{98}=\lg 99$ ；

第九十九次， $i=99$ ， $S=\lg 99+\lg \frac{100}{99}=\lg 100=2$ ，

此时要输出*i*的值为**99**.

此时 $S=2>\lg 99$.

故选：**C**.

【点睛】

本题考查算法与程序框图，考查推理论证能力以及化归转化思想，涉及判断条件的选择，属基础题.

6. **C**

【解析】

利用复数模与除法运算即可得到结果.

【详解】

$$\text{解： } z = \frac{|1-i|}{1+i} = \frac{\sqrt{2}}{1+i} = \frac{\sqrt{2}(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{\sqrt{2}(1-i)}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i,$$

故选：**C**

【点睛】

本题考查复数除法运算，考查复数的模，考查计算能力，属于基础题.

7. **B**

【解析】

由值域为 $[-5,3]$ 确定*a, b*的值，得 $g(x)=-5-\cos 4x$ ，利用对称中心列方程求解即可

【详解】

因为 $f(x) \in [b, 2a+b]$ ，又依题意知 $f(x)$ 的值域为 $[-5,3]$ ，所以 $2a+b=3$ 得 $a=4$ ， $b=-5$ ，

所以 $g(x) = -5 - \cos 4x$, 令 $4x = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$, 得 $x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8} (k \in \mathbf{Z})$, 则 $g(x)$ 的图象的对称中心为

$$\left(\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, -5\right) (k \in \mathbf{Z}).$$

故选: **B**

【点睛】

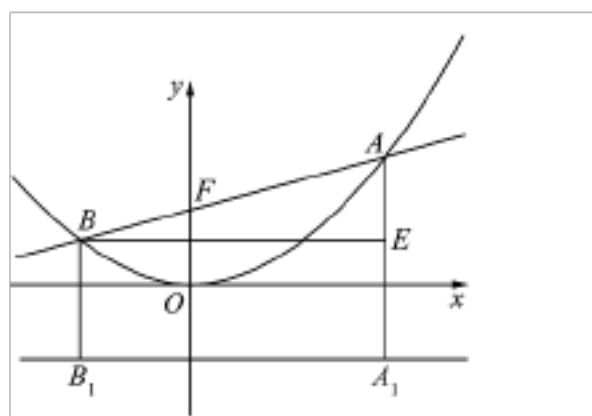
本题考查三角函数的图像及性质, 考查函数的对称中心, 重点考查值域的求解, 易错点是对称中心纵坐标错写为 0

8. **C**

【解析】

作 $AA_1 \perp l$, $BB_1 \perp l$; $BE \perp AA_1$, 由题意 $\sin \alpha = \frac{AE}{AB}$, 由二倍角公式即得解.

【详解】



由题意, $F\left(0, \frac{p}{2}\right)$, 准线 $l: y = -\frac{p}{2}$,

作 $AA_1 \perp l$, $BB_1 \perp l$; $BE \perp AA_1$,

设 $|BF| = |BB_1| = t$,

故 $|AB| = |AA_1| = 2t$, $|AE| = t$,

$$\sin \alpha = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = \frac{7}{9}.$$

故选: **C**

【点睛】

本题考查了抛物线的性质综合, 考查了学生综合分析, 转化划归, 数学运算的能力, 属于中档题.

9. **D**

【解析】

利用余弦定理角化边整理可得结果.

【详解】

由余弦定理得： $a \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} - b \cdot \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{c}{4}$ ，

整理可得： $a^2 - b^2 = \frac{c^2}{4}$ ， $\therefore \frac{a^2 - b^2}{2c^2} = \frac{1}{8}$ 。

故选： D 。

【点睛】

本题考查余弦定理边角互化的应用，属于基础题。

10. **B**

【解析】

首先求出 $A \cap B$ ，再根据含有 n 个元素的集合有 2^n 个子集，计算可得。

【详解】

解： $\because A = \{-2, 0, 1, 3\}$ ， $B = \{x | -\sqrt{5} < x < \sqrt{3}\}$ ，

$\therefore A \cap B = \{-2, 0, 1\}$ ，

$\therefore A \cap B$ 子集的个数为 $2^3 = 8$ 。

故选： B 。

【点睛】

考查列举法、描述法的定义，以及交集的运算，集合子集个数的计算公式，属于基础题。

11. **D**

【解析】

先将 $y = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 化为 $y = 2\cos\left[2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right]$ ，根据函数图像的平移原则，即可得出结果。

【详解】

因为 $y = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 2\cos\left[2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right]$ ，

所以只需将 $y = 2\cos 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位。

【点睛】

本题主要考查三角函数的平移，熟记函数平移原则即可，属于基础题型。

12. **B**

【解析】

由平均数、方差公式和极差、中位数概念，可得所求结论。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/275143243111011130>