2022年秋季鄂东南省级示范高中教育教学改革联盟学校期中联考高二数学试卷

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、单选题（本大题共8小题，共40分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 已知复数z满足$|z-1-i|=1$，则$|z+1+i|$的最大值是（　）

A. $2\sqrt{2}-1$　　B. $2\sqrt{2}+1$　　C. 2　　D. $2\sqrt{2}$

2. 下列说法正确的是(　)

A. 零向量没有方向

B. 若$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$，$(\vec{a}\neq\vec{0})$，则$\vec{b}=\vec{c}$

C. 长度相等的向量叫做相等向量

D. 两个有共同起点而且相等的向量，其终点必相同

3. 高二某班参加了“中国神舟十三号载人飞船航空知识答题”竞赛，10位评委的打分如下：5，6，6，7，7，8，9，9，10，10，则(　)

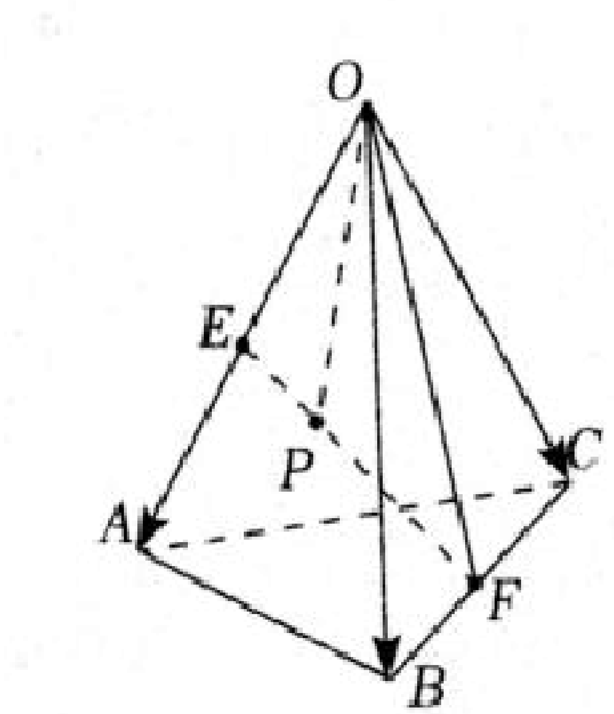
A. 该组数据第60百分位数为8　　B. 该组数据第60百分位数为8.5

C. 该组数据中位数为7和8　　D. 该组数据中位数为8

4. 若直线$l:\cos\frac{\theta}{2}x-\sin\frac{\theta}{2}y+1=0$，$(0\le\theta<\pi)$，则直线$l$的倾斜角为(　)

A. $\frac{\theta}{2}$　　B. θ　　C. $\frac{3\pi}{2}-\frac{\theta}{2}$　　D. $\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}$

5. 在空间四边形$OABC$中，E、F分别是OA、BC的中点，P为线段EF上一点，且$PF=2EP$，设$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，则下列等式不成立的是(　)



A. $\overrightarrow{OF}=\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$　　B. $\overrightarrow{EP}=-\frac{1}{6}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}+\frac{1}{6}\vec{c}$

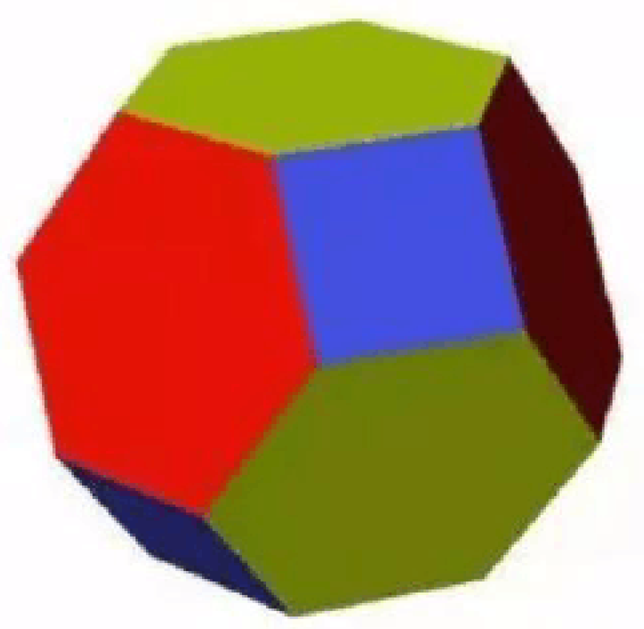
C. $\overrightarrow{FP}=-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$　　D. $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}+\frac{1}{6}\vec{c}$

6. 若直线$kx+y+2-2k=0$与曲线$\sqrt{4-(y-1)^2}+1=x$有两个不同的交点，则实数k的取值范围是(　)

A. $(-\infty,-1-\frac{2\sqrt{6}}{3})\cup[5,+\infty)$　　B. $(\frac{4}{3},4]$

C. $[-2,-1+\frac{2\sqrt{6}}{3})\cup(\frac{4}{3},2]$　　D. $(\frac{4}{3},+\infty)$

7. 2008年北京奥运会游泳中心(水立方)的设计来于威尔，弗兰泡沫是对开尔文胞体的改进，如图，开尔文胞体是一种多面体，它由正六边形和正方形围成(其中每一个顶点处有一个正方形和两个正六边形)，已知该多面体共有24个顶点，且该多面体表面积是$6+12\sqrt{3}$，则该多面体的棱长是(　)



A. 1　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，$\angle A=\frac{\pi}{3}$，AD是$\angle A$的平分线，$AD=\sqrt{3}$，$AB>1$，则$b+2c$的最小值是(　)

A. 6　　B. $3-2\sqrt{2}$　　C. $3+2\sqrt{2}$　　D. 10

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20 分。在每小题有多项符合题目要求）

9. 下列描述正确的是(　)

A. 若事件A，B满足$P(A)+P(B)=1$，则A与B是对立事件

B. 若$P(AB)=\frac{1}{9}$，$P(\overline{A})=\frac{2}{3}$，$P(B)=\frac{1}{3}$，则事件$A$与$B$相互独立

C. 掷两枚质地均匀的骰子，“第一枚出现奇数点”与“第二枚出现偶数点”是对立事件

D. 一个袋子中有2个红球，3个绿球，采用不放回方式从中依次随机地取出两球第二次取到红球的概率是$\frac{2}{5}$

10. 已知O是边长为$\sqrt{3}$正三角形ABC的外心，沿OB将该三角形折成直二面角$A-OB-C$，则下列说法正确的是(　)

A. 直线AC垂直直线OB

B. 直线AC与平面BOC所成角的大小为$\frac{\pi}{4}$

C. 平面AOC与平面BOC的夹角的余弦值是$\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. O到平面ABC的距离是$\frac{\sqrt{3}}{3}$

11. 某中学高二学生500人，其中男生300人，女生200人，现希望获得全体学生的身高信息，按照分层抽样的原则抽取了容量为50的样本，经计算得到男生身高样本均值为171cm，方差为29cm^2;女生身高样本均值为161cm，所有样本的方差为49cm^2，下列说法中正确的是(　)

A. 男生样本容量为30

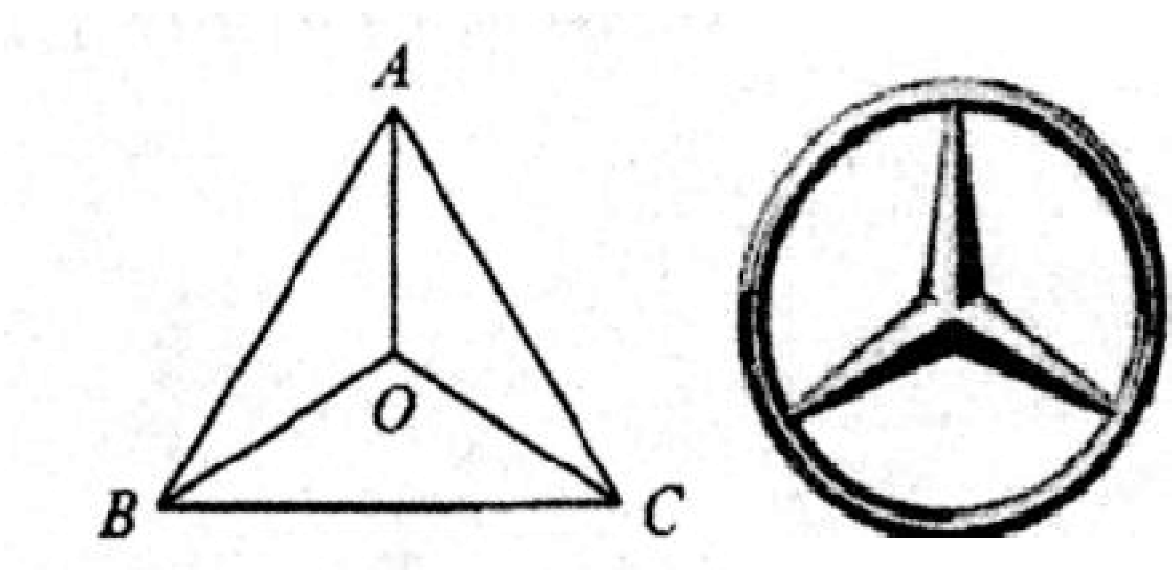
B. 每个男生被抽入到样本的概率均为$\frac{3}{5}$

C. 所有样本的均值为167cm^2

D. 女生身高的样本方差为19cm^2

12. “奔驰定理”是平面向量中一个非常优美的结论，因为这个定理对应的图形与“奔驰”轿车($Mercedesbenz$)的$logo$很相似，故形象地称其为“奔驰定理”.奔驰定理：已知O是$\triangle ABC$内一点，$\triangle BOC$，$\triangle AOC$，$\triangle AOB$的面积分别为S_A，S_B，S_C，且$S_A\cdot\overline{OA}+S_B\cdot\overline{OB}+S_C\cdot\overline{OC}=\overline{0}$.设$O$是锐角$\triangle ABC$内的一点，$\angle BAC$，$\angle ABC$，$\angle ACB$分别是的$\triangle ABC$三个内角，以下命题正确的有

(　)



A. 若$\overline{OA}+2\overline{OB}+3\overline{OC}=\overline{0}$，则$S_A:S_B:S_C=1:2:3$

B. 若$|\overline{OA}|=|\overline{OB}|=2$，$\angle AOB=\frac{5\pi}{6}$，$2\overline{OA}+3\overline{OB}+4\overline{OC}=\overline{0}$，则$S_{\triangle ABC}=\frac{9}{2}$

C. 若O为$\triangle ABC$的内心，$3\overline{OA}+4\overline{OB}+5\overline{OC}=\overline{0}$，则$\angle C=\frac{\pi}{2}$

D. 若O为$\triangle ABC$的垂心，$3\overline{OA}+4\overline{OB}+5\overline{OC}=\overline{0}$，则$\cos\angle AOB=-\frac{\sqrt{6}}{6}$

三、填空题（本大题共4小题，共20分）

13. 在$\triangle ABC$中，D是BC边上的点且$\overline{AC}+2\overline{AB}=3\overline{AD}$，若$\overline{BC}=\lambda\overline{DC}$则$\lambda=$_____.

14. 写出与圆$x^2+y^2=1$和$(x-4)^2+(y-3)^2=16$都相切的一条直线的方程_____.

15. 已知$\triangle ABC$的顶点$A(1,\sqrt{3})$，$\angle ACB$的平分线所在的直线方程为$\sqrt{3}x+3y-2\sqrt{3}=0$，边AC的高所在的直线方程为$\sqrt{3}x-3y=0$，则直线BC的方程为_____.

16. 在四棱锥$P-ABCD$中，$\angle APB=\angle BPC=\angle CPD=\angle DPA=\frac{\pi}{3}$，$\angle APC=\angle BPD$，$PB=PD$，$PA=2\sqrt{6}$;

(1)若$PA=PB=PC$，P点到面$ABCD$的距离是_____.

(2)若该四棱锥内存在半径为2的球，PC的最小值是_____.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. (本小题10分)

已知圆的方程$x^2+y^2=4$;

(1)求$3x+4y-12$的范围;

(2)已知$A(-2,-2)$，$B(-2,6)$，$C(4,-2)$，P为圆上的动点，求$|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2$的最大值.

18. (本小题12分)

新高考实行“$3+1+2$”模式，其中“3”为语文、数学，外语这3门必选科目，“1”由考生在物理、历史2门首选科目中选择1门，“2”由考生在政治、地理、化学、生物这4门再选科目中选择2门。已知武汉大学临床医学类招生选科要求是首选科目为物理，再选科目为化学、生物至少1门。

(1)从所有选科组合中任意选取1个，求该选科组合符合武汉大学临床医学类招生选科要求的概率;

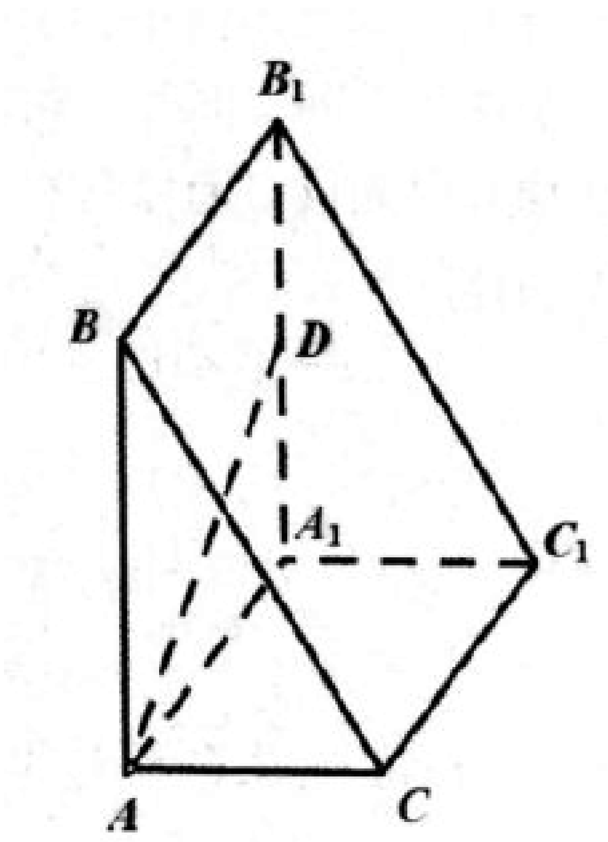
(2)假设甲、乙、丙三人每人选择任意1个选科组合是等可能的，求这三人中恰好有一人的选科组合符合武汉大学临床医学类招生选科要求的概率.

19. (本小题12分)

已知三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$，侧面AA_1C_1C是边长为2的菱形，$\angle CAA_1=\frac{\pi}{3}$，侧面四边形$ABB_1A_1$是矩形，且平面$AA_1C_1C\perp$平面$ABB_1A_1$，点$D$是棱$A_1B_1$的中点.

(1)在棱AC上是否存在一点E，使得$AD//$平面B_1C_1E，并说明理由;

(2)当三棱锥$B-A_1DC_1$的体积为$\sqrt{3}$时，求平面A_1C_1D与平面CC_1D夹角的余弦值.



20. (本小题12分)

在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且$\frac{1+\sin 2A-\cos 2A}{1+\sin 2A+\cos 2A}=\tan B$，$BC$的中线长为4.

(1)证明：$\angle A=\angle B$;

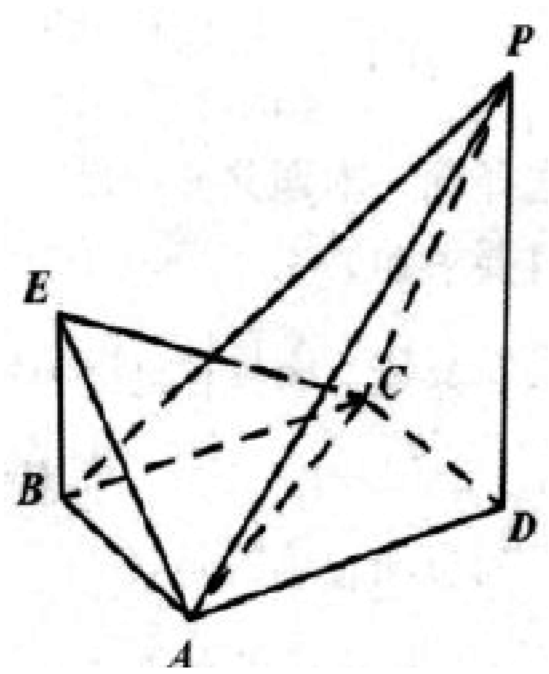
(2)求$\triangle ABC$的面积最大值.

21. (本小题12分)

如图，四棱锥$P-ABCD$的底面$ABCD$为菱形，且菱形$ABCD$的面积为4，PD，BE都与平面$ABCD$垂直，$BE=1$，$PD=2$.

(1)求三棱锥$E-ABC$与四棱锥$P-ABCD$公共部分的体积大小;

(2)若二面角$D-AP-B$大小为$\frac{\pi}{2}$，求DE与平面PAD所成角的正弦值.



22. (本小题12分)

在$\triangle ABC$中，已知$A(-1,0)$，$B(-2,0)$，且$\sqrt{2}\sin B=\sin A$.

(1)求顶点C的轨迹E的方程;

(2)曲线E与y轴交于P，Q两点，T是直线$y=2\sqrt{2}$上一点，连TP，TQ分别与E交于M，N两点(异于P，Q两点)，试探究直线MN是否过定点，若是求定点，若不是说明理由.

答案和解析

1.【答案】B

【解析】

【分析】

本题考查了复数的模、复数的模长$|z|$及几何意义，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

【解答】

解：$\because |z-1-i|=1$表示圆心在$O(1,1)$，半径为1的圆，

$|z+1+i|$表示圆O上的点到点$Z_0(-1,-1)$的距离.

故最大值就是点Z_0到$(1,1)$的距离加上圆O半径长，即$2\sqrt{2}+1$.

故答案为$2\sqrt{2}+1$.

2.【答案】D

【解析】

【分析】

本题考查向量的概念、向量的数量积运算，属基础题.

【解答】

解：零向量的方向是任意的，而不是没有方向，故 A 不正确；

$\bar{b}$、$\bar{c}$可以是相反向量且都垂直$\bar{a}$，故 B 不正确；

长度相等的向量方向不一定同向，故 C 不正确；

故选 D.

3.【答案】B

【解析】

【分析】

本题考查百分位数，中位数的定义，属于基础题.

【解答】

$10\times 60\%=6$，$\therefore$第60百分位数为第6个数和第7个数的平均数，为$\frac{8+9}{2}=8.5$，故 B 正确；

中位数为$\frac{7+8}{2}=7.5$，故 CD 错误.

4.【答案】D

【解析】

【分析】

本题考查直线的倾斜角，属于基础题.

【解答】

解：①当$\theta=0$时，原式可以写为$x+1=0$，此时倾斜角为$\frac{\pi}{2}$；

②当$\theta\in(0,\pi)$时，原式可以写为$y=\frac{1}{\tan\frac{\theta}{2}}x+\frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}}$，此时倾斜角为$\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}$，当$\theta=0$时满足上式；

综上可知，直线的倾斜角为$\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}$.

5.【答案】C

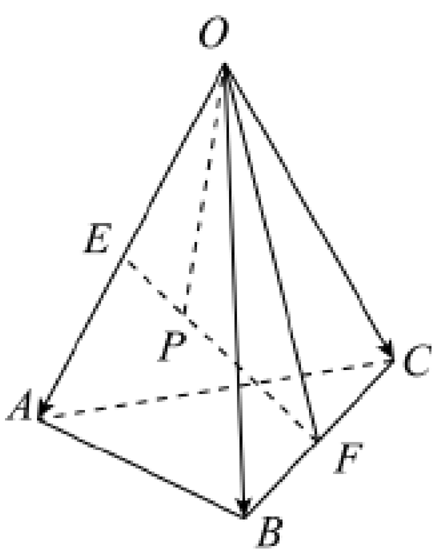
【解析】

【分析】

本题主要考查空间向量的线性运算与表示，结合向量三角形法则进行转化求解是解决本题的关键，是中档题.

【解答】

解：$\because E$、F分别是OA、BC的中点，



$\therefore\overline{OF}=\frac{1}{2}(\overline{OB}+\overline{OC})=\frac{1}{2}\overline{OB}+\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{b}+\frac{1}{2}\overline{c}$，故 A 正确，

$\overline{EF}=\overline{OF}-\overline{OE}=\frac{1}{2}\overline{b}+\frac{1}{2}\overline{c}-\frac{1}{2}\overline{a}$，

$\because PF=2EP$，

$\therefore EP=\frac{1}{3}EF$，$FP=\frac{2}{3}EF$，

即$\overline{EP}=\frac{1}{3}\overline{EF}=\frac{1}{3}(\frac{1}{2}\overline{b}+\frac{1}{2}\overline{c}-\frac{1}{2}\overline{a})=-\frac{1}{6}\overline{a}+\frac{1}{6}\overline{b}+\frac{1}{6}\overline{c}$，故 B 正确，

$\overline{FP}=-\frac{2}{3}\overline{EF}=-\frac{2}{3}(\frac{1}{2}\overline{b}+\frac{1}{2}\overline{c}-\frac{1}{2}\overline{a})=\frac{1}{3}\overline{a}-\frac{1}{3}\overline{b}-\frac{1}{3}\overline{c}$，故 C 错误，

$\overline{OP}=\overline{OE}+\overline{EP}=\frac{1}{2}\overline{a}-\frac{1}{6}\overline{a}+\frac{1}{6}\overline{b}+\frac{1}{6}\overline{c}=\frac{1}{3}\overline{a}+\frac{1}{6}\overline{b}+\frac{1}{6}\overline{c}$，故 D 正确.

故选 C.

6.【答案】A

【解析】

【分析】

本题考查直线与圆的位置关系及直线的斜率，属于中档题.

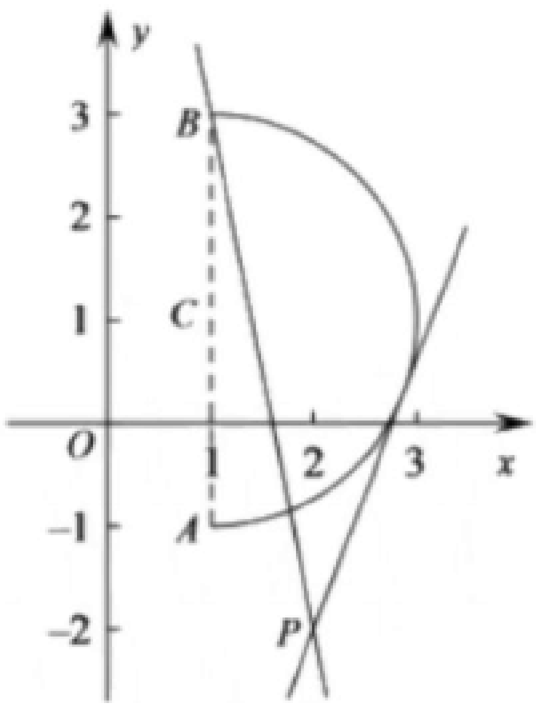
【解答】

方程$kx+y+2-2k=0$是恒过定点$P(2,-2)$，斜率为$-k$的直线，

曲线$\sqrt{4-(y-1)^2}+1=x$，即$(x-1)^2+(y-1)^2=4(x\geq 1)$，

是圆心为$C(1,1)$，半径$r=2$，在直线$x=1$及右侧的半圆，半圆弧端点$A(1,-1)$，$B(1,3)$，

在同一坐标系内作出直线$x+y+2-2k=0$与半圆$C:(x-1)^2+(y-1)^2=4(x\geq 1)$，如图，



当直线$kx+y+2-2k=0$与半圆C相切时，

由$\frac{|3-k|}{\sqrt{1+k^2}}=2$，得相切时斜率为$\frac{2\sqrt{6}}{3}+1$，

又$k_{PB}=-5$，所以$-k>\frac{2\sqrt{6}}{3}+1$，或$-k\leq -5$，

所以$k<-1-\frac{2\sqrt{6}}{6}$或$k\geq 5$.

7.【答案】A

【解析】

【分析】

本题考查多面体表面积的求法，考查空间想象能力与思维能力，求出多面体中正方形与正六边形的个数是关键，属于中档题.

设棱长为x，求出每个正方形及正六边形的面积，再由已知求得正方形及正六边形的个数，即可求解.

【解答】

解：设棱长为x，正方形的面积为$x \times x = x^2$，

正六边形的面积为$6 \times \frac{1}{2} \times x \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}x^2$，

又正方形有4个顶点，正六边形有6个顶点，该多面体共有24个顶点，

则最多有6个正方形，最少有4个正六边形，一个正六边形与3个正方形相连，

所以该多面体有6个正方形，正六边形有$6 \times 4 \div 3 = 8$个.

故该多面体表面积是$6 \times x^2 + 8 \times \frac{3\sqrt{3}}{2}x^2 = 12\sqrt{3} + 6$.

解得$x = 1$，所以棱长为1.

故选：A.

8.【答案】C

【解析】

【分析】

本题主要考查了三角形的面积公式，基本不等式求解三角形中的应用，属于中档试题.

由已知结合三角形的面积公式及基本不等式可求$b + 2c$的最小值.

【解答】

解：设$AB = c$，$AC = b$，$BC = a$，

由$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADB} + S_{\triangle ADC}$得$\frac{1}{2}bc\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3}c\sin\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} \times \sqrt{3}b\sin\frac{\pi}{6}$,

整理得$bc = b + c \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$，$c > 1$

$$\therefore b + 2c = (b + 2c)(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}) = 3 + \frac{2c}{b} + \frac{b}{c} \geqslant 3 + 2\sqrt{2}$$

当且仅当$\sqrt{2}c = b = \sqrt{2} + 1$时等号成立，即$b + 2c$的最小值为$3 + 2\sqrt{2}$.

故选C.

9.【答案】BD

【解析】

【分析】

本题考查对立事件的判断，相互独立事件的概率乘法公式的应用，属于基础题.

【解答】

对于选项A，例如，投掷一枚质地均匀的骰子，记事件A为“点数为1，2，3”，事件B为“点数为2，4，6”，则$P(A) + P(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$，但是$A$，$B$不是对立事件，故$A$错误；