

专题 01 集合和常用逻辑用语

目 录

题型 01 集合的基本概念	1
题型 02 集合间的基本关系	3
题型 03 集合的运算	6
题型 04 以集合为载体的创新题	10
题型 05 充分条件与必要条件	13
题型 06 全称量词与存在量词	17

题型 01 集合的基本概念

1. (2023·四川成都·高三校考阶段练习) 小于 2 的自然数集用列举法可以表示为 ()

- A. $\{0,1,2\}$ B. $\{1\}$ C. $\{0,1\}$ D. $\{1,2\}$

【答案】C

【解析】由题设，小于 2 的自然数有 0,1，

所以，列举法表示集合为 $\{0,1\}$ 。

故选：C

2. (2023·河南南阳·高三校考阶段练习) 集合 $\left\{y \mid y = \frac{6}{x+2}, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\right\}$ 中的元素个数为 ()

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

【答案】D

【解析】因为 $y \in \mathbf{Z}$ ，即 $\frac{6}{x+2} \in \mathbf{Z}$ ，所以 $x+2$ 的可能取值为 $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$ ，

分别代入可得 $y = -6, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 6$ ，所以集合中共有 8 个元素.

故选：D

3. (2023 · 广东河源 · 高三河源市河源中学校考阶段练习) 集合 $\{x | -3 < 2x - 1 \leq 3, x \in \mathbf{Z}\} = (\quad)$

A. $(-1, 2]$

B. $\{1, 2\}$

C. $\{0, 1, 2\}$

D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

【答案】C

【解析】由 $-3 < 2x - 1 \leq 3$ ，可得 $-1 < x \leq 2$ ，又 $x \in \mathbf{Z}$ ，

所以集合 $\{x | -3 < 2x - 1 \leq 3, x \in \mathbf{Z}\} = \{0, 1, 2\}$.

故选：C

4. (2023 · 上海静安 · 高三上海市市西中学校考开学考试) 已知集合 A, B ，若 A 不是 B 的子集，则下列命题中正确的是 ()

A. 对任意的 $a \in A$ ，都有 $a \notin B$

B. 对任意的 $a \in B$ ，都有 $a \in A$

C. 存在 a_0 ，满足 $a_0 \in A$ ，且 $a_0 \notin B$

D. 存在 a_0 ，满足 $a_0 \in A$ ，且 $a_0 \in B$

【答案】C

【解析】对于选项 A、B：例如 $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}$ ，满足 A 不是 B 的子集，

但 $2 \in A, 2 \in B$ ，故 A 错误； $3 \notin A, 3 \in B$ ，故 B 错误；

对于选项 C：对任意的 $a \in A$ ，都有 $a \in B$ ，则 $A \subseteq B$ ，

若 A 不是 B 的子集，则存在 a_0 ，满足 $a_0 \in A$ ，且 $a_0 \notin B$ ，故 C 正确；

对于选项 D：例如 $A = \{1\}, B = \{2\}$ ，满足 A 不是 B 的子集，

但不存在 a_0 ，满足 $a_0 \in A$ ，且 $a_0 \in B$ ，故 D 错误；

故选：C.

5. (2023 · 广东惠州 · 高三统考阶段练习) 集合 $A = \left\{ x \in \mathbf{R} \mid \frac{x-a}{2x+1} > 0 \right\}$ ，若 $3 \in A$ 且 $-1 \notin A$ ，则 a 的取值范

围为 ()

- A. $a < 3$ B. $a \leq -1$ C. $a \leq 3$ D. $-1 < a < 3$

【答案】 B

【解析】 因为 $3 \in A$ 且 $-1 \notin A$, 所以 $\frac{3-a}{6+1} > 0$ 且 $\frac{-1-a}{-2+1} \leq 0$, 解得 $a \leq -1$.

故选: B.

6. (2023·全国·高三专题练习) 已知集合 $A = \{0, m, m^2 - 3m + 2\}$, 且 $2 \in A$, 则实数 m 为 ()

- A. 2 B. 3 C. 0 或 3 D. 0, 2, 3

【答案】 B

【解析】 因为 $A = \{0, m, m^2 - 3m + 2\}$ 且 $2 \in A$,

所以 $m = 2$ 或 $m^2 - 3m + 2 = 2$,

①若 $m = 2$, 此时 $m^2 - 3m + 2 = 0$, 不满足互异性;

②若 $m^2 - 3m + 2 = 2$, 解得 $m = 0$ 或 3 ,

当 $m = 0$ 时不满足互异性, 当 $m = 3$ 时, $A = \{0, 3, 2\}$ 符合题意.

综上所述, $m = 3$.

故选: B

题型 02 集合间的基本关系

7. (2021·上海) 已知集合 $A = \{x | x > -1, x \in R\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0, x \in R\}$, 则下列关系中, 正确的是

()

- A. $A \subseteq B$ B. $\complement_R A \subseteq \complement_R B$ C. $A \cap B = \emptyset$ D. $A \cup B = R$

【答案】 D

【解析】 已知集合 $A = \{x | x > -1, x \in R\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0, x \in R\}$,

解得 $B = \{x | x \geq -1 \text{ 或 } x \leq 2, x \in R\}$,

$\complement_R A = \{x | x \leq -1, x \in R\}$, $\complement_R B = \{x | -1 < x < 2\}$;

则 $A \cup B = R$, $A \cap B = \{x | x \geq -1\}$,

故选: D.

8. (2022·乙卷) 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 M 满足 $\complement_U M = \{1, 3\}$, 则 ()

- A. $2 \in M$ B. $3 \in M$ C. $4 \notin M$ D. $5 \notin M$

【答案】A

【解析】因为全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\complement_U M = \{1, 3\}$,

所以 $M = \{2, 4, 5\}$,

所以 $2 \in M$, $3 \notin M$, $4 \in M$, $5 \in M$.

故选: A.

9. (2023·河北石家庄·高三石家庄市第十八中学校考阶段练习) 已知集合 $A = \{x | 4^x > 4\}$, $B = \{x | \sqrt{x} < 4\}$,

则 ()

- A. $\frac{1}{2} \in A$ B. $A \supseteq B$ C. $4\sqrt{15} \in B$ D. $A \subseteq B$

【答案】C

【解析】因为 $A = \{x | 4^x > 4\} = \{x | x > 1\}$, $B = \{x | \sqrt{x} < 4\} = \{x | 0 \leq x < 16\}$,

所以 $\frac{1}{2} \notin A$, $4\sqrt{15} \in B$, A 与 B 之间没有包含关系.

故选: C.

10. (2023·江西·高三校联考阶段练习) 已知集合 $A = \{x | 0 < x - 1 < 7\}$, $B = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B$

的真子集的个数为 ()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 15

【答案】B

【解析】因为 $A = \{x | 0 < x - 1 < 7\} = \{x | 1 < x < 8\}$,

又 $B = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\} = \{\dots, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$,

所以 $A \cap B = \{3, 5, 7\}$, 所以 $A \cap B$ 的真子集有 $2^3 - 1 = 7$ 个.

故选: B

11. (2023·安徽·高三安徽省马鞍山市第二十二中学校考阶段练习) 已知集合 $A = \{x | 1 \leq x < 5\}$,

$B = \{x | -a < x \leq a + 4\}$, 若 $B \subseteq (A \cap B)$, 则 a 的取值范围为 ()

- A. $\{a | -2 < a < -1\}$ B. $\{a | a < -2\}$
C. $\{a | a \leq -1\}$ D. $\{a | a > -2\}$

【答案】C

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】D

【解析】由 $A = \{x \in \mathbb{N}_+ | 0 < x < 3\} = \{1, 2\}$ ，又 $B \subseteq A$ ，

故 B 可以为 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 共 4 种.

故选：D

15. (2023 · 全国 · 高三对口高考) 已知集合 $M = \{x | x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 ()

A. $M = N$

B. $M \subset N$

C. $N \subset M$

D. $M \cap N = \emptyset$

【答案】C

【解析】 $M = \{x | x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}\} = \{x | x = \frac{k+2}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$,

$N = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}\} = \{x | x = \frac{2k+1}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$,

由 $k \in \mathbb{Z}$, $k+2$ 为整数, $2k+1$ 为奇数, 故集合 M, N 的关系为 $N \subset M$.

故选：C

16. (2023 · 山西大同 · 高三校联考阶段练习) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 1 < 3\}$, $B = \{x | x > a\}$, 若 $B \subseteq \complement_{\mathbb{R}} A$, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $(-\infty, -2)$

B. $(-\infty, 2]$

C. $[2, +\infty)$

D. $(2, +\infty)$

【答案】C

【解析】由 $A = \{x | x^2 < 4\} = (-2, 2)$, 有 $\complement_{\mathbb{R}} A = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$,

若 $B \subseteq \complement_{\mathbb{R}} A$, 有 $a \geq 2$, 即实数 a 的取值范围为 $[2, +\infty)$.

故选：C.

题型 03 集合的运算

17. (2023 · 浙江 · 模拟预测) 已知集合 $A = \{x | (x-2)^2 \geq x+10\}$, $B = \{x | 2^x > 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{x | x \geq 3\}$

B. $\{x | x \geq 6\}$

C. $\{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$

D. $\{x | x \leq -1 \text{ 或 } x > 0\}$

【答案】D

【解析】由题意 $A = \{x | (x-2)^2 \geq x+10\} = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 6\}$ ， $B = \{x | 2^x > 1\} = \{x | x > 0\}$ ，

所以 $A \cup B = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x > 0\}$ ，

故选：D.

18. (2022•北京) 已知全集 $U = \{x | -3 < x < 3\}$ ，集合 $A = \{x | -2 < x < 1\}$ ，则 $\complement_U A = (\quad)$

- A. $(-2, 1]$ B. $(-3, -2] \cup [1, 3)$ C. $[-2, 1)$ D. $(-3, -2] \cup (1, 3)$

【答案】D

【解析】因为全集 $U = \{x | -3 < x < 3\}$ ，集合 $A = \{x | -2 < x < 1\}$ ，

所以 $\complement_U A = \{x | -3 < x < -2 \text{ 或 } 1 < x < 3\} = (-3, -2] \cup (1, 3)$.

故选：D.

19. (2021•新高考 I) 设集合 $A = \{x | -2 < x < 4\}$ ， $B = \{2, 3, 4, 5\}$ ，则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $\{2, 3, 4\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{2, 3\}$ D. $\{2\}$

【答案】C

【解析】∵ 集合 $A = \{x | -2 < x < 4\}$ ， $B = \{2, 3, 4, 5\}$ ，

∴ $A \cap B = \{2, 3\}$.

故选：C.

20. (2021•乙卷) 已知集合 $S = \{s | s = 2n+1, n \in \mathbb{Z}\}$ ， $T = \{t | t = 4n+1, n \in \mathbb{Z}\}$ ，则 $S \cap T = (\quad)$

- A. \emptyset B. S C. T D. \mathbb{Z}

【答案】C

【解析】当 n 是偶数时，设 $n = 2k$ ，则 $s = 2n+1 = 4k+1$ ，

当 n 是奇数时，设 $n = 2k+1$ ，则 $s = 2n+1 = 4k+3$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，

则 $T \subseteq S$ ，

则 $S \cap T = T$ ，

故选：C.

21. (2021•甲卷) 设集合 $M = \{x | 0 < x < 4\}$ ， $N = \{x | \frac{1}{3} < x < 5\}$ ，则 $M \cap N = (\quad)$

- A. $\{x | 0 < x < \frac{1}{3}\}$ B. $\{x | \frac{1}{3} < x < 4\}$ C. $\{x | 4 < x < 5\}$ D. $\{x | 0 < x < 5\}$

【答案】B

【解析】集合 $M = \{x | 0 < x < 4\}$ ， $N = \{x | \frac{1}{3} x < 5\}$ ，则 $M \cap N = \{x | \frac{1}{3} x < 4\}$ ，

故选：B.

22. (2021·乙卷) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 $M = \{1, 2\}$ ， $N = \{3, 4\}$ ，则 $\complement_U(M \cup N) = (\quad)$

- A. $\{5\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$

【答案】A

【解析】∵全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 $M = \{1, 2\}$ ， $N = \{3, 4\}$ ，

$$\therefore M \cup N = \{1, 2, 3, 4\},$$

$$\therefore \complement_U(M \cup N) = \{5\}.$$

故选：A.

23. (2023·江苏淮安·高三江苏省清浦中学校联考阶段练习) 已知集合

$$A = \{x | x^2 - 7x - 8 < 0\}, B = \{x | x = 3k - 1, k \in \mathbf{N}\}, \text{ 则 } A \cap B = (\quad)$$

- A. $\{2, 5\}$ B. $\{-1, 2, 5\}$ C. $\{2, 5, 8\}$ D. $\{-1, 2, 5, 8\}$

【答案】A

【解析】由 $A = \{x | x^2 - 7x - 8 < 0\}$ 可得 $A = \{x | -1 < x < 8\}$ ，又 $B = \{x | x = 3k - 1, k \in \mathbf{N}\} = \{-1, 2, 5, 8, \dots\}$ ，所以

$$A \cap B = \{2, 5\},$$

故选：A

24. (2023·甘肃定西·高三陇西县第一中学校考阶段练习) 已知集合 $A = \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$ ，

$$B = \{x | x = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}\}, \text{ 则 } (\quad)$$

- A. $A \cap B = A$ B. $A \cup B = B$
C. $B \cap (\complement_{\mathbf{R}} A) = \emptyset$ D. $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \emptyset$

【答案】C

【解析】 $A = \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\} = \{x | x = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}\} \cup \{x | x = 4k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$ ，

故 B 是 A 的真子集，

故 $A \cap B = B$ ， $A \cup B = A$ ， $B \cap (\complement_{\mathbf{R}} A) = \emptyset$ ， $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \{x | x = 4k - 1, k \in \mathbf{Z}\} \neq \emptyset$ ，

故 A，B，D 均错误，C 正确.

故选：C.

25. (2023·海南省直辖县级单位·校考模拟预测) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 7x < 0\}$, $B = \{x | x > 4\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. \emptyset B. $(4, 7)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(0, 4)$

【答案】C

【解析】因为 $A = \{x | x^2 - 7x < 0\} = \{x | 0 < x < 7\}$, $B = \{x | x > 4\}$,

故 $A \cup B = (0, +\infty)$.

故选：C.

26. (2023·云南昆明·高三昆明一中校考阶段练习) 某班一个课外调查小组调查了该班同学对物理和历史两门学科的兴趣爱好情况, 其中该班同学对物理或历史感兴趣的同学占 90%, 对物理感兴趣的占 56%, 对历史感兴趣的占 74%, 则既对物理感兴趣又对历史感兴趣的同学占该班学生总数的比例是 ()

- A. 70% B. 56% C. 40% D. 30%

【答案】C

【解析】对物理感兴趣的同学占 56%, 对历史感兴趣的同学占 74%,

这两组的比例数据都包含了既对物理感兴趣又对历史感兴趣的同学们的比例,

设既对物理感兴趣又对历史感兴趣的同学占该班学生总数的比例为 x ,

则对物理或历史感兴趣的同学的比例是 $56\% + 74\% - x$,

所以 $56\% + 74\% - x = 90\%$,

解得 $x = 40\%$,

故选：C.

27. (2023·全国·高三专题练习) 我们把含有有限个元素的集合 A 叫做有限集, 用 $\text{card}(A)$ 表示有限集合 A 中元素的个数. 例如, $A = \{a, b, c\}$, 则 $\text{card}(A) = 3$. 容斥原理告诉我们, 如果被计数的事物有 A, B, C 三类, 那么, $\text{card}(A \cup B \cup C) = \text{card}A + \text{card}B + \text{card}C - \text{card}(A \cap B) - \text{card}(B \cap C) - \text{card}(A \cap C) + \text{card}(A \cap B \cap C)$. 某校初一四班学生 46 人, 寒假参加体育训练, 其中足球队 25 人, 排球队 22 人, 游泳队 24 人, 足球排球都参加的有 12 人, 足球游泳都参加的有 9 人, 排球游泳都参加的有 8 人, 问: 三项都参加的有多少人? (教材阅读与思考改编) ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】C

【解析】设集合 $A = \{\text{参加足球队的学生}\}$,

集合 $B = \{\text{参加排球队的学生}\}$,

集合 $C = \{\text{参加游泳队的学生}\}$,

则 $\text{card}(A) = 25, \text{card}(B) = 22, \text{card}(C) = 24$,

$\text{card}(A \cap B) = 12, \text{card}(B \cap C) = 8, \text{card}(A \cap C) = 9$

设三项都参加的有 x 人, 即 $\text{card}(A \cap B \cap C) = x$, $\text{card}(A \cup B \cup C) = 46$,

所以由 $\text{card}(A \cup B \cup C) = \text{card}A + \text{card}B + \text{card}C - \text{card}(A \cap B) - \text{card}(B \cap C) - \text{card}(A \cap C) + \text{card}(A \cap B \cap C)$

即 $46 = 25 + 22 + 24 - 12 - 8 - 9 + x$,

解得 $x = 4$,

三项都参加的有 4 人,

故选: C.

题型 04 以集合为载体的创新题

28. (2023 · 全国 · 高三专题练习) 非空集合 G 关于运算 \oplus 满足: (1) 对任意的 $a, b \in G$, 都有 $a \oplus b \in G$;

(2) 存在 $e \in G$, 都有 $a \oplus e = e \oplus a = a$, 则称 G 关于运算 \oplus 为“融洽集”. 现给出下列集合和运算:

① $G = \{\text{非负整数}\}$, \oplus 为整数的加法; ② $G = \{\text{偶数}\}$, \oplus 为整数的乘法;

③ $G = \{\text{平面向量}\}$, \oplus 为平面向量的加法; ④ $G = \{\text{二次三项式}\}$, \oplus 为多项式的加法.

其中 G 关于运算 \oplus 为“融洽集”的是_____. (写出所有“融洽集”的序号)

【答案】①③

【解析】对于①, $G = \{\text{非负整数}\}$, \oplus 为整数的加法;

当 a, b 都为非负整数时, a, b 通过加法运算还是非负整数, 满足条件 (1),

且存在一整数 $0 \in G$ 有 $0 + a = a + 0 = a$, 满足条件 (2),

所以①为“融洽集”;

对于②, $G = \{\text{偶数}\}$, \oplus 为整数的乘法,

由于任意两个偶数的积仍是偶数, 故满足条件 (1),

但不存在偶数 e , 使得一个偶数与 e 的积仍是此偶数, 故不满足条件 (2),

故不满足“融洽集”的定义;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/267106153166006044>