

2023 北京运河中学初三 10 月月考

数 学

考试时间 120 分钟；满分 100 分

一. 选择题（共 8 小题每题 2 分共 16 分）

1. 已知 $3a = 4b (ab \neq 0)$ ，则下列各式正确的是（ ）

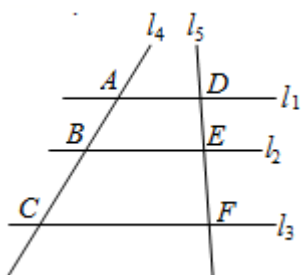
A. $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$

B. $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$

C. $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$

D. $\frac{a}{3} = \frac{4}{b}$

2. 如图，直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ，直线 l_4, l_5 被 l_1, l_2, l_3 所截，截得的线段分别为 AB, BC, DE, EF 。若 $AB = 4, BC = 6, DE = 3$ ，则 EF 的长是（ ）



A. 4

B. 4.5

C. 5

D. 5.5

3. 下列说法正确的是（ ）

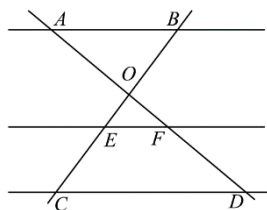
A. 任意两个矩形一定相似

B. 任意两个菱形一定相似

C. 任意两个等腰直角三角形一定相似

D. 任意两个平行四边形一定相似

4. 如图，直线 AD, BC 交于点 O ， $AB \parallel EF \parallel CD$ 。若 $AO = 2, OF = 1, FD = 2$ 。则 $\frac{BE}{EC}$ 的值为（ ）。



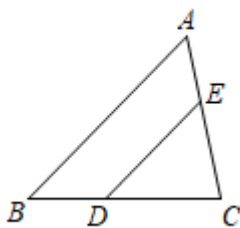
A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. 2

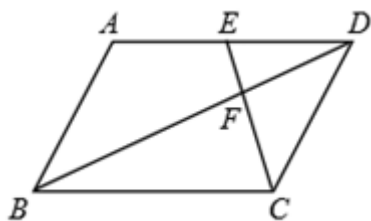
D. $\frac{1}{2}$

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB \parallel DE$ ，若 $\frac{AE}{CE} = \frac{2}{3}$ ，则 $\triangle ECD$ 与 $\triangle ACB$ 的面积之比为（ ）



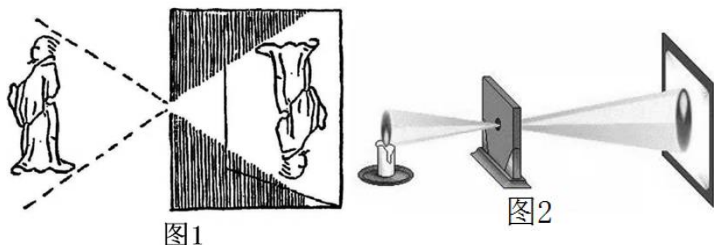
- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{9}{25}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{16}{25}$

6. 如图， $\square ABCD$ 中，点 E 是 AD 的中点， EC 交对角线 BD 于点 F ，则 $\frac{DF}{BF} = (\quad)$



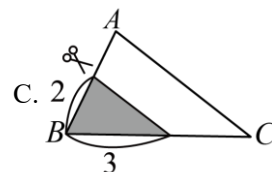
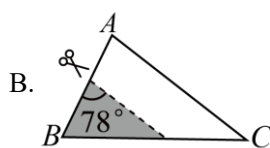
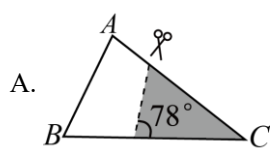
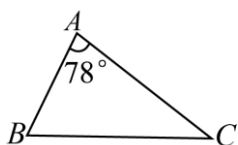
- A. $\frac{2}{3}$ B. 2 C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

7. 大约在两千四五百年前，如图 1 墨子和他的学生做了世界上第一个小孔成倒像的实验。并在《墨经》中有这样的精彩记录：“景到，在午有端，与景长，说在端”。如图 2 所示的小孔成像实验中，若物距为 10cm，像距为 15cm，蜡烛火焰倒立的像的高度是 6cm，则蜡烛火焰的高度是 ()



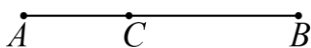
- A. 3cm B. 4cm C. 6cm D. 9cm

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 78^\circ$ ， $AB = 4$ ， $AC = 6$ ，将 $\triangle ABC$ 沿图示中的虚线剪开，剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是 ()

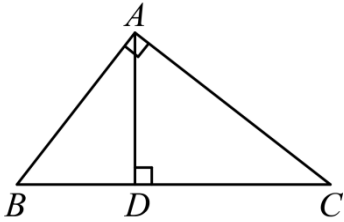


二. 填空题 (共 8 小题每题 2 分共 16 分)

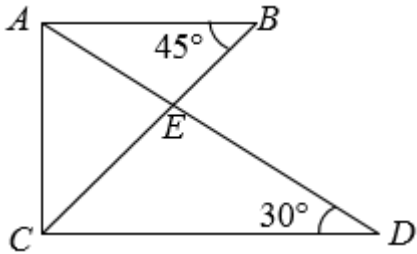
9. 某校要举办国庆联欢会，主持人站在舞台的黄金分割点处最自然得体。如图，若舞台 AB 的长为 20m， C 为 AB 的一个黄金分割点 ($AC < BC$)，则 AC 的长为_____。(结果精确到 0.1m)



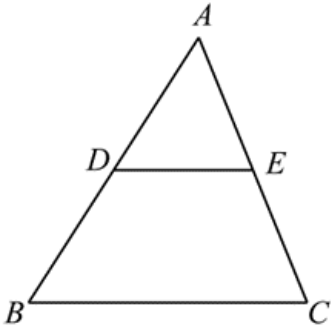
10. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ ， $AD = 3$ ， $BD = 2$ ，则 CD 的长为_____。



11. 将一副三角尺如图所示叠放在一起，则 $\frac{BE}{EC}$ 的值是___.

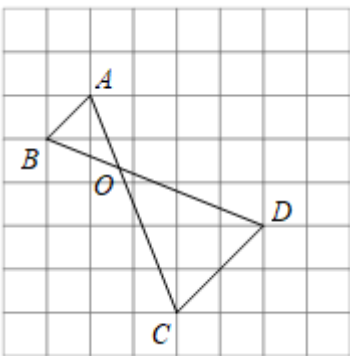


12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点，若 $\triangle ABC$ 的面积为4，则四边形 $BCED$ 的面积为___.

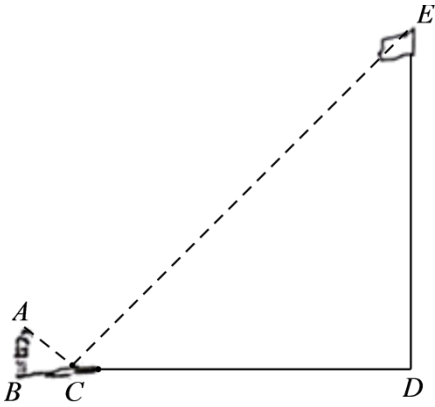


13. 已知 $\triangle ABC$ 的三边分别是5, 6, 7, 则与它相似 $\triangle A'B'C'$ 的最短边为10, 则 $\triangle A'B'C'$ 的周长是___

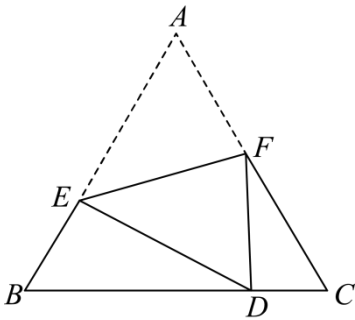
14. 如图所示的网格是正方形网格, A, B, C, D 是网格线交点, AC 与 BD 相交于点 O , 则 $\triangle ABO$ 的面积与 $\triangle CDO$ 的面积比为___.



15. 如图，在测量旗杆高度的数学活动中，某同学在脚下放了一面镜子，然后向后退，直到他刚好在镜子中看到旗杆的顶部．若眼睛距离地面 $AB = 1.5\text{m}$ ，同时量得 $BC = 2\text{m}$ ， $CD = 12\text{m}$ ，则旗杆高度 $DE =$ _____ m.



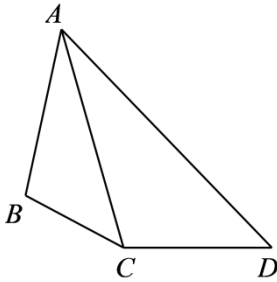
16. 如图，将等边三角形 ABC 折叠，使点 A 落在 BC 边上点 D 处（不与 B 、 C 重合），折痕为 EF ，若 $BD = 6$ ， $DC = 2$ ，则 BE 的长为_____.



三. 解答题（共 9 小题，17 至 22 题每题 5 分，23 至 26 题每题 6 分，27 至 28 题每题 7 分）

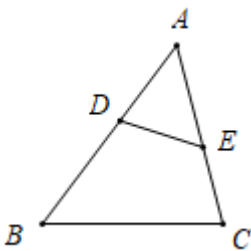
17. 如图， AC 平分 $\angle BAD$ ， $\angle B = \angle ACD$.

- (1) 求证： $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ；
- (2) 若 $AB = 2$ ， $AC = 3$ ，求 AD 的长.

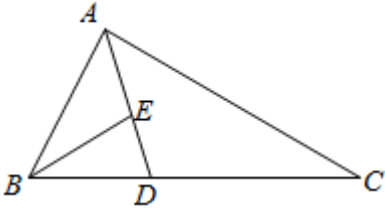


18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，连接 DE ，且 $AD \cdot AB = AE \cdot AC$.

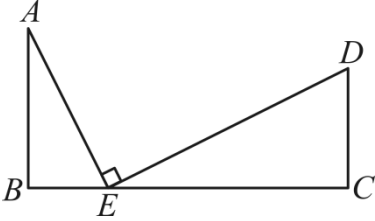
- (1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ；
- (2) 若 $\angle B = 55^\circ$ ， $\angle ADE = 75^\circ$ ，求 $\angle A$ 的度数.



19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle BAC$ ， E 是 AD 上一点，且 $BE=BD$ ；求证： $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ 。

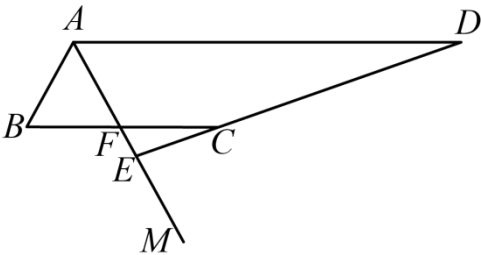


20. 如图，已知 $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ， $AE \perp DE$ ，点 E 在 BC 上，且满足 $AB = 4$ ， $BE = 2$ ， $CE = 6$ 。求证：



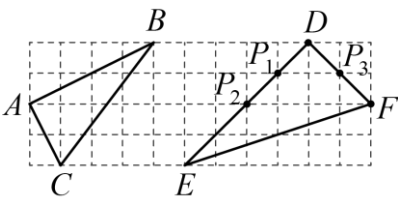
- (1) $\triangle ABE \sim \triangle ECD$ ；
- (2) 求线段 CD 的长。

21. 如图， AM 平分 $\angle BAD$ ， $BF \parallel AD$ 交 AM 于点 F ，点 C 在 BF 的延长线上， $CF = BF$ ， DC 的延长线交 AM 于点 E 。

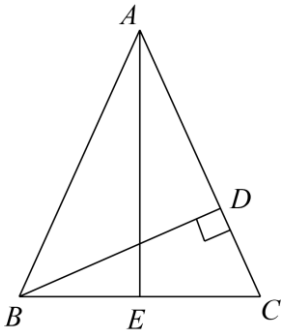


- (1) 求证： $AB = BF$ ；
- (2) 若 $AB = 1$ ， $AD = 4$ ，求 $S_{\triangle EFC} : S_{\triangle EAD}$ 的值

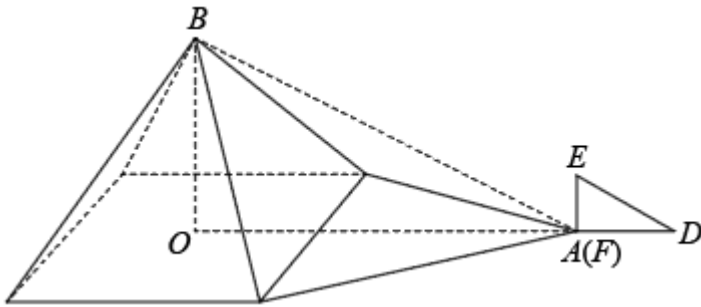
22. 如图：方格纸中的每个小正方形边长均为1， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的顶点都在方格纸的格点上。



- (1) 判断 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是否相似，并说明理由；
 - (2) 点 P_1 ， P_2 ， P_3 ， D ， F 都是 $\triangle DEF$ 边上的5个格点，请在这5个格点中选取3个点作为三角形的顶点，使构成的三角形与 $\triangle ABC$ 相似。（写出一个即可，并在图中连接相应线段，不必说明理由）
23. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， AE 是顶角 $\angle BAC$ 的角平分线， BD 是腰 AC 边上的高，垂足为点 D 。求证： $\triangle ACE \sim \triangle BCD$ 。



24. 据史料记载，古希腊数学家、天文学家泰勒斯曾利用相似三角形的原理，在金字塔影子的顶部立一根木杆，借助太阳光线构成两个相似三角形，来测量金字塔的高度。如图，如果木杆 EF 长 $2m$ ，它的影长 FD 为 $3m$ ，测得 OA 为 $201m$ ，求金字塔的高度 BO 。



25. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$

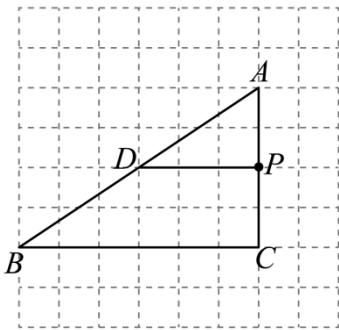


图1

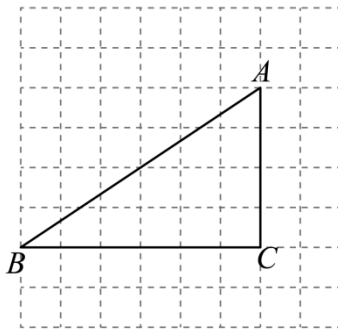
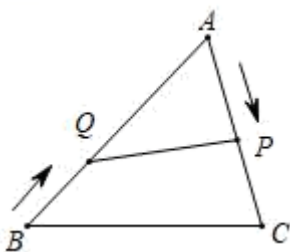


图2

(1) 如图1， P 是 AC 上的点，过点 P 作直线截 $\triangle ABC$ ，使截得的三角形与 $\triangle ABC$ 相似。例如：过点 P 作 $PD \parallel BC$ 交 AB 于 D ，则截得的 $\triangle ADP$ 与 $\triangle ABC$ 相似。请在图中画出所有满足条件的直线。

(2) 如图2， Q 是 BC 上异于点 B, C 的动点，过点 Q 作直线截 $\triangle ABC$ ，使截得的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，直接写出满足条件的直线的条数。（不要求画出具体的直线）

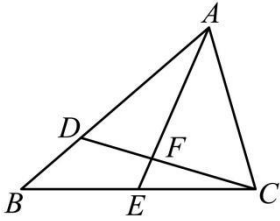
26. 如图， $AB=16cm$ ， $AC=12cm$ ，动点 P, Q 分别以每秒 $2cm$ 和 $1cm$ 的速度同时开始运动，其中点 P 从点 A 出发，沿 AC 边一直移到点 C 为止，点 Q 从点 B 出发沿 BA 边一直移到点 A 为止，（点 P 到达点 C 后，点 Q 继续运动）



(1) 请直接用含 t 的代数式表示 AP 的长和 AQ 的长，并写出定义域.

(2) 当 t 等于何值时， $\triangle APQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似?

27. 如图： $\triangle ABC$ 中， D 是 AB 上一点， $AD = AC$ ， BC 边上的中线 AE 交 CD 于 F ， 求证：
 $AB : AC = CF : DF$



28. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC > BC$ ， D 是 AB 的中点. E 为直线上一点， 连接 DE ， 过点 D 作 $DF \perp DE$ ， 交直线 BC 于点 F ， 连接 EF .

(1) 如图 1， 当 E 是线段 AC 的中点时， 设 $AE = a$ ， $BF = b$ ， 求 EF 的长 (用含 a, b 的式子表示);

(2) 当点 E 在线段 CA 的延长线上时， 依题意补全图 2， 用等式表示线段 AE ， EF ， BF 之间的数量关系， 并证明.

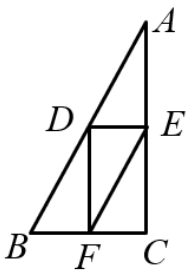


图1

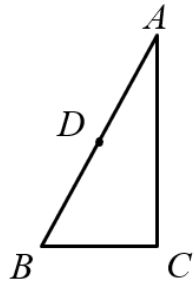


图2

参考答案

一. 选择题 (共 8 小题每题 2 分共 16 分)

1. 【答案】 A

【分析】 直接利用分式的基本性质即可得到 $\frac{a}{b}$ 的值, 再进行选择即可.

【详解】 $3a = 4b$, 等式两边同时除以 $3b$.

$$\text{得: } \frac{a}{b} = \frac{3}{4}.$$

故选: A.

【点睛】 本题考查分式的基本性质, 灵活运用分式的基本性质进行变形是解答本题关键.

2. 【答案】 B

【分析】 根据平行线分线段成比例可得 $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$, 代入线段长度即可求解.

【详解】 解: \because 直线 $l_1 // l_2 // l_3$, 直线 l_4, l_5 被 l_1, l_2, l_3 所截,

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}, \text{ 即 } \frac{4}{6} = \frac{3}{EF},$$

解得 $EF = 4.5$,

故选: B.

【点睛】 本题考查平行线分线段成比例, 掌握平行线分线段成比例是解题的关键.

3. 【答案】 C

【分析】 根据相似图形的定义分别判断后即可确定正确选项.

【详解】 A、两个矩形的对应角相等, 但对应边的比不一定相等, 故不一定相似;

B、两个菱形对应边的比相等, 但对应角不一定相等, 故不一定相似;

C、两个等腰直角三角形对应角相等, 且对应边的比也相等, 故一定相似;

D、两个平行四边形的对应角不一定相等, 对应边的比不一定相等, 故不一定相似.

故选: C.

【点睛】 本题主要考查相似图形的判定, 注意相似图形的对应角相等, 对应边的比相等.

4. 【答案】 A

【分析】 由线段的和差可得 $AF = 3$, 再根据平行线等分线段定理可得 $\frac{BE}{EC} = \frac{FA}{FD}$ 即可解答.

【详解】 解: $\because AO = 2, OF = 1, FD = 2,$

$$\therefore AF = OA + OF = 2 + 1 = 3$$

$\because AB // EF // CD,$

$$\therefore \frac{BE}{EC} = \frac{FA}{FD} = \frac{3}{2}.$$

故选 A.

【点睛】本题主要考查了平行线等分线段定理，掌握两条直线被一组平行线（不少于 3 条）所截，截得的对应线段的长度成比例是解答本题的关键.

5. 【答案】 B

【分析】利用已知条件得出 $\triangle ECD \sim \triangle ACB$ ，然后根据相似三角形的性质求解即可.

【详解】解： $\because \frac{AE}{CE} = \frac{2}{3}$ ， $AB \parallel DE$ ，

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{2}{3}$$

$$\text{则 } \frac{CE}{AC} = \frac{3}{5}, \quad \frac{CD}{BC} = \frac{3}{5}$$

$\therefore \triangle ECD \sim \triangle ACB$ ，

$$\therefore \frac{S_{\triangle ECD}}{S_{\triangle ACB}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

故选： B.

【点睛】本题考查相似三角形的性质，解题的关键是熟知三角形的性质.

6. 【答案】 D

【分析】根据四边形 ABCD 是平行四边形，得到 $AD \parallel BC$ ， $AD=BC$ ，证得 $\triangle DEF \sim \triangle BCF$ ，由点 E 是 AD

的中点，得到 $DE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC$ ，由此得到 $\frac{DF}{BF} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$.

【详解】 \because 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $AD=BC$ ，

$\therefore \triangle DEF \sim \triangle BCF$ ，

\because 点 E 是 AD 的中点，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC$$

$$\therefore \frac{DF}{BF} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$$

故选： D.

【点睛】此题考查平行四边形的性质，相似三角形的判定及性质，熟记平行四边形的性质证得 $\triangle DEF \sim \triangle BCF$ 是解题的关键.

7. 【答案】 B

【分析】根据小孔成像的性质及相似三角形的性质求解即可.

【详解】根据小孔成像的性质及相似三角形的性质可得：蜡烛火焰的高度与火焰的像的高度的比值等于物距与像距的比值，设蜡烛火焰的高度为 xcm，则

$$\frac{x}{6} = \frac{10}{15}, \quad x=4$$

即蜡烛火焰的高度为 4cm,

故答案为: B.

【点睛】本题考查了相似三角形性质的应用, 解题的关键在于理解小孔成像的原理得到相似三角形.

8. 【答案】C

【分析】根据相似三角形的判定定理对各选项进行逐一判定即可.

【详解】解: A、阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等, 故两三角形相似, 不符合题意;

B、阴影部分的三角形与原三角形有两个角相等, 故两三角形相似, 不符合题意;

C、两三角形的对应边不成比例, 故两三角形不相似, 符合题意.

故选: C.

【点睛】本题考查相似三角形的判定, 两组角对应相等, 两个三角形相似; 两组边对应成比例及其夹角相等, 两个三角形相似; 三组边对应成比例, 两个三角形相似.

二. 填空题 (共 8 小题每题 2 分共 16 分)

9. 【答案】7.6

【分析】根据黄金分割比即可求解.

【详解】解: 根据题意, 得 $AC = \left(1 - \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)AB = \left(1 - \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \times 20 \approx 7.6\text{m}.$

故答案为: 7.6.

【点睛】本题考查利用黄金分割解决实际问题, 读懂题意, 熟练掌握黄金分割比与黄金分割点是解决问题的关键.

10. 【答案】 $\frac{9}{2}$

【分析】由题意, 证明 $\triangle ACD \sim \triangle BAD$, 得到 $\frac{AD}{BD} = \frac{CD}{AD}$, 然后代入数据, 即可得到答案.

【详解】解: $\because \angle A = 90^\circ, AD \perp BC,$

$\therefore \angle ADC = \angle BDA = 90^\circ, \angle C = \angle BAD = 90^\circ - \angle B,$

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BAD,$

$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{CD}{AD},$

又 $AD = 3, BD = 2,$

$\therefore \frac{3}{2} = \frac{CD}{3},$

$\therefore CD = \frac{9}{2}.$

故答案为: $\frac{9}{2}.$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/245041144041011040>