2023年上海市初中学业水平考试

考生注意：

1. 本场考试时间 **100** 分钟，试卷共 **4** 页，满分 **150** 分，答题纸共 **2** 页．

2. 作答前，在答题纸指定位置填写姓名、报名号、座位号．将核对后的条形码贴在答题纸指定位置．

3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位．在试卷上的作答一律不得分．

4. 选择题和作图题用 **2*B*** 铅笔作答，其余题型用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答．

一、选择题：（本大题共 **6** 题，每题 **4** 分，共 **24** 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题卡的相应位置上】

1. 下列运算正确的是（　　）

A. $a^5 \div a^2 = a^3$　　B. $a^3 + a^3 = a^6$　　C. $\left(a^3\right)^2 = a^5$　　D. $\sqrt{a^2} = a$

【答案】A

【解析】

【分析】根据同底数幂的除法，合并同类项，幂的乘方，二次根式的化简等计算即可．

【详解】解：A、$a^5 \div a^2 = a^3$，故正确，符合题意；

B、$a^3 + a^3 = 2a^3$，故错误，不符合题意；

C、$\left(a^3\right)^2 = a^6$，故错误，不符合题意；

D、$\sqrt{a^2} = |a|$，故错误，不符合题意；

故选：A．

【点睛】本题考查了同底数幂的除法，合并同类项，幂的乘方，二次根式的化简，熟练掌握幂的运算法则是解题的关键．

2. 在分式方程$\frac{2x-1}{x^2} + \frac{x^2}{2x-1} = 5$中，设$\frac{2x-1}{x^2} = y$，可得到关于$y$的整式方程为（　　）

A. $y^2 + 5y + 5 = 0$　　B. $y^2 - 5y + 5 = 0$　　C. $y^2 + 5y + 1 = 0$　　D. $y^2 - 5y + 1 = 0$

【答案】D

【解析】

【分析】设$\frac{2x-1}{x^2} = y$，则原方程可变形为$y + \frac{1}{y} = 5$，再化为整式方程即可得出答案.

【详解】解：设$\frac{2x-1}{x^2}=y$，则原方程可变形为$y+\frac{1}{y}=5$，

即$y^2-5y+1=0$；

故选：D.

【点睛】本题考查了利用换元法解方程，正确变形是关键，注意最后要化为整式方程.

3. 下列函数中，函数值y随x的增大而减小的是（　　）

A. $y=6x$　　B. $y=-6x$　　C. $y=\frac{6}{x}$　　D. $y=-\frac{6}{x}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据一次函数和反比例函数的性质，逐项分析即可得到答案.

【详解】解：A、$y=6x$，$k=6>0$，y随x的增大而增大，不符合题意；

B、$y=-6x$，$k=-6<0$，y随x的增大而减小，符合题意；

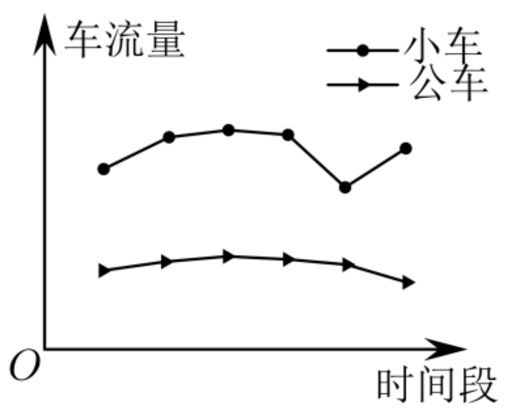
C、$y=\frac{6}{x}$，$k=6>0$，在每个象限内，y随x的增大而减小，不符合题意；

D、$y=-\frac{6}{x}$，$k=-6<0$，在每个象限内，y随x的增大而增大，不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题主要考查了一次函数、反比例函数的性质，熟练掌握函数的性质，是解题的关键.

4. 如图所示，为了调查不同时间段的车流量，某学校的兴趣小组统计了不同时间段的车流量，下图是各时间段的小车与公车的车流量，则下列说法正确的是（　　）



A. 小车的车流量与公车的车流量稳定；　　B. 小车的车流量的平均数较大；

C. 小车与公车车流量在同一时间段达到最小值；　　D. 小车与公车车流量的变化趋势相同.

【答案】B

【解析】

【分析】根据折线统计图逐项判断即可得.

【详解】解：A、小车的车流量不稳定，公车的车流量较为稳定，则此项错误，不符合题意；

B、小车的车流量的平均数较大，则此项正确，符合题意；

C、小车车流量达到最小值的时间段早于公车车流量，则此项错误，不符合题意；

D、小车车流量的变化趋势是先增加、再减小、又增加；大车车流量的变化趋势是先增加、再减小，则此项错误，不符合题意；

故选：B．

【点睛】本题考查了折线统计图，读懂折线统计图是解题关键．

5. 在四边形$ABCD$中，$AD /\!/ BC, AB=CD$．下列说法能使四边形$ABCD$为矩形的是（　　）

A. AB□CD　　　　B. $AD=BC$　　　　C. $\angle A=\angle B$　　　　D. $\angle A=\angle D$

【答案】C

【解析】

【分析】结合平行四边形的判定和性质及矩形的判定逐一分析即可．

【详解】A：$\because AB$□CD，$AD /\!/ BC, AB=CD$

$\therefore ABCD$为平行四边形而非矩形

故 A 不符合题意

B：$\because AD=BC$，$AD /\!/ BC, AB=CD$

$\therefore ABCD$为平行四边形而非矩形

故 B 不符合题意

C：$\because AD /\!/ BC$

$\therefore \angle A+\angle B=180^{\circ}$

$\because \angle A=\angle B$

$\therefore \angle A=\angle B=90^{\circ}$

$\because AB=CD$

$\therefore ABCD$为矩形

故 C 符合题意

D：$\because AD /\!/ BC$

$\therefore \angle A+\angle B=180^{\circ}$

$\because \angle A=\angle D$

$\therefore \angle D+\angle B=180^{\circ}$

$\therefore ABCD$不是平行四边形也不是矩形

故 D 不符合题意

故选：C ．

【点睛】本题主要考查平行线的性质，平行四边形的判定和性质及矩形的判定等知识，熟练掌握以上知识并灵活运用是解题的关键.

6. 已知在梯形$ABCD$中，连接AC，BD，且$AC \perp BD$，设$AB = a, CD = b$．下列两个说法：

①$AC = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(a+b)$；②$AD = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{a^2+b^2}$

则下列说法正确的是（　　）

A. ①正确②错误　　B. ①错误②正确　　C. ①②均正确　　D. ①②均错误

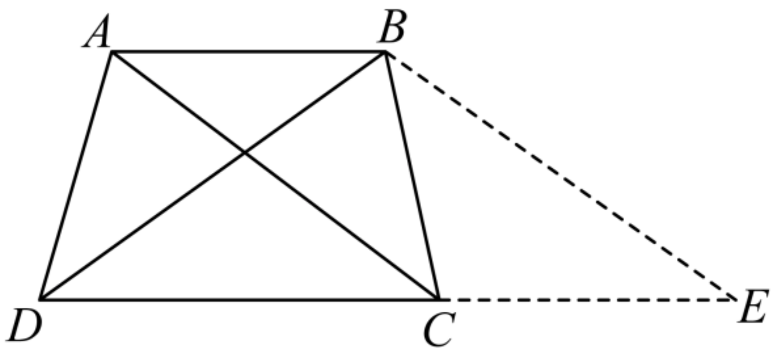
【答案】D

【解析】

【分析】根据已知及结论，作出图形，进而可知当梯形$ABCD$为等腰梯形，即$AD = BC$，$AB \parallel CD$时，

①$AC = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(a+b)$；②$AD = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{a^2+b^2}$，其余情况得不出这样的结论，从而得到答案.

【详解】解：过B作$BE \parallel CA$，交BC延长线于E，如图所示：



若梯形$ABCD$为等腰梯形，即$AD = BC$，$AB \parallel CD$时，

$\therefore$四边形$ACEB$是平行四边形，

$\therefore CE = AB, AC = BE$，

$\because AB \parallel DC$，

$\therefore \angle DAB = \angle CBA$，

$\because AB = AB$，

$\therefore \triangle DAB \cong \triangle CBA(\text{SAS})$

$\therefore AC = BD$，即$BD = BE$，

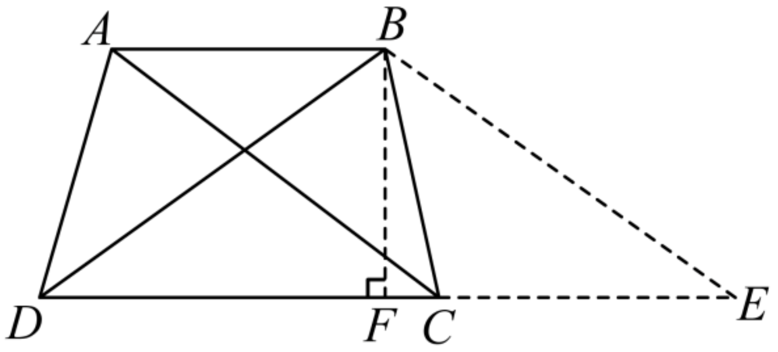
又$\because AC \perp BD$，

$\therefore BE \perp BD$，

在$\text{Rt}\triangle BDE$中，$BD = BE$，$AB = a, CD = b$，则$DE = DC + CE = b + a$，

$\therefore AC=BE=\dfrac{DE}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}DE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(a+b\right)$，此时①正确；

过B作$BF\perp DE$于F，如图所示：



在$\text{Rt}\triangle BFC$中，$BD=BE$，$AB=a,CD=b$，$DE=b+a$，则$BF=FE=\dfrac{1}{2}DE=\dfrac{1}{2}\left(a+b\right)$，

$FC=FE-CE=\dfrac{1}{2}\left(a+b\right)-a=\dfrac{1}{2}\left(b-a\right)$，

$\therefore BC=\sqrt{BF^2+FC^2}=\sqrt{\left[\dfrac{\left(a+b\right)}{2}\right]^2+\left[\dfrac{\left(b-a\right)}{2}\right]^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{a^2+b^2}$，此时②正确；

而题中，梯形$ABCD$是否为等腰梯形，并未确定；梯形$ABCD$是$AB\parallel CD$还是$AD\parallel BC$，并未确定，

$\therefore$无法保证①②正确，

故选：D．

【点睛】本题考查梯形中求线段长，涉及梯形性质、平行四边形的判定与性质、全等三角形的判定性质、勾股定理、等腰直角三角形的判定与性质等知识，熟练掌握相关几何判定与性质是解决问题的关键．

二、填空题：（本大题共 **12** 题，每题 **4** 分，共 **48** 分）**【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】**

7. 分解因式：$n^2-9=$________．

【答案】$\left(n-3\right)\left(n+3\right)$

【解析】

【分析】利用平方差公式进行因式分解即可．

【详解】解：$n^2-9=\left(n-3\right)\left(n+3\right)$，

故答案为：$\left(n-3\right)\left(n+3\right)$．

【点睛】本题考查因式分解，熟练掌握平方差公式是解题的关键．

8. 化简：$\dfrac{2}{1-x}-\dfrac{2x}{1-x}$的结果为________．

【答案】2

【解析】

【分析】根据同分母分式的减法计算法则解答即可.

【详解】解：$\frac{2}{1-x}-\frac{2x}{1-x}=\frac{2-2x}{1-x}=\frac{2\left(1-x\right)}{1-x}=2$；

故答案为：2.

【点睛】本题考查了同分母分式减法计算，熟练掌握运算法则是解题关键.

9. 已知关于x的方程$\sqrt{x-14}=2$，则$x=$________

【答案】18

【解析】

【分析】根据二次根式的性质，等式两边平方，解方程即可.

【详解】解：根据题意得，$x-14\geq 0$，即$x\geq 14$，

$\sqrt{x-14}=2$，

等式两边分别平方，$x-14=4$

移项，$x=18$，符合题意，

故答案为：18.

【点睛】本题主要考查二次根式与方程的综合，掌握含二次根式的方程的解法是解题的关键.

10. 函数$f\left(x\right)=\frac{1}{x-23}$的定义域为________.

【答案】$x\neq 23$

【解析】

【分析】根据分式有意义的条件可进行求解.

【详解】解：由$f\left(x\right)=\frac{1}{x-23}$可知：$x-23\neq 0$，

$\therefore x\neq 23$；

故答案为$x\neq 23$.

【点睛】本题主要考查函数及分式有意义的条件，熟练掌握函数的概念及分式有意义的条件是解题的关键.

11. 已知关于 x 的一元二次方程$ax^2+6x+1=0$没有实数根，那么 a 的取值范围是________.

【答案】$a>9$

【解析】

【分析】根据一元二次方程根的判别式可进行求解.

【详解】解：∵关于 x 的一元二次方程 $ax^2+6x+1=0$ 没有实数根，

∴ $\Delta=b^2-4ac=36-4a<0$，

解得：$a>9$；

故答案为：$a>9$．

【点睛】本题主要考查一元二次方程根的判别式，熟练掌握一元二次方程根的判别式是解题的关键．

12. 在不透明的盒子中装有一个黑球，两个白球，三个红球，四个绿球，这十个球除颜色外完全相同．那么从中随机摸出一个球是绿球的概率为________．

【答案】$\frac{2}{5}$

【解析】

【分析】根据简单事件的概率公式计算即可得．

【详解】解：因为在不透明的盒子中，总共有 10 个球，其中有四个绿球，并且这十个球除颜色外，完全相同，

所以从中随机摸出一个球是绿球的概率为 $P=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$，

故答案为：$\frac{2}{5}$．

【点睛】本题考查了求概率，熟练掌握概率公式是解题关键．

13. 如果一个正多边形的中心角是 $20°$，那么这个正多边形的边数为________．

【答案】18

【解析】

【分析】根据正 n 边形的中心角的度数为 $360°\div n$ 进行计算即可得到答案．

【详解】根据正 n 边形的中心角的度数为 $360°\div n$，

则 $n=360\div 20=18$，

故这个正多边形的边数为 18，

故答案为：18．

【点睛】本题考查的是正多边形内角和中心角的知识，掌握中心角的计算公式是解题的关键．

14. 一个二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点在 y 轴正半轴上，且其对称轴左侧的部分是上升的，那么这个二次函数的解析式可以是________．

【答案】$y=-x^2+1$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据二次函数$y=ax^2+bx+c$的顶点在y轴正半轴上，且其对称轴左侧的部分是上升的，可确定$a<0$，对称轴$x=-\dfrac{b}{2a}=0$，$c>0$，从而确定答案.

【详解】解：∵二次函数$y=ax^2+bx+c$的对称轴左侧的部分是上升的，

∴抛物线开口向上，即$a<0$，

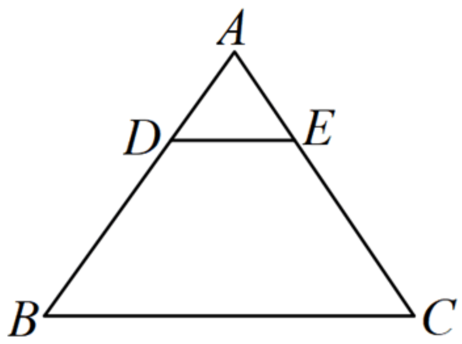
∵二次函数$y=ax^2+bx+c$的顶点在y轴正半轴上，

∴$-\dfrac{b}{2a}=0$，即$b=0$，$c>0$，

∴二次函数的解析式可以是$y=-x^2+1$（答案不唯一）.

【点睛】本题考查二次函数的性质，能根据增减性和二次函数图象与y轴的交点确定系数的正负是解题的关键.

15. 如图，在□ABC中，点D，E在边AB，AC上，$2AD=BD, DE\parallel BC$，联结DE，设向量$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，那么用$\vec{a}$，$\vec{b}$表示$\overrightarrow{DE}=$________.



【答案】$\dfrac{1}{3}\vec{b}-\dfrac{1}{3}\vec{a}$

【解析】

【分析】先根据向量的减法可得$\overrightarrow{BC}=\vec{b}-\vec{a}$，再根据相似三角形的判定可得□$ADE$ □□ABC，根据相似三角形的性质可得$DE=\dfrac{1}{3}BC$，由此即可得.

【详解】解：∵向量$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，

∴$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$，

∵$2AD=BD$，

∴$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{1}{3}$，

∵$DE\parallel BC$，

∴□ADE □□ABC，

$\therefore \dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{1}{3}$,

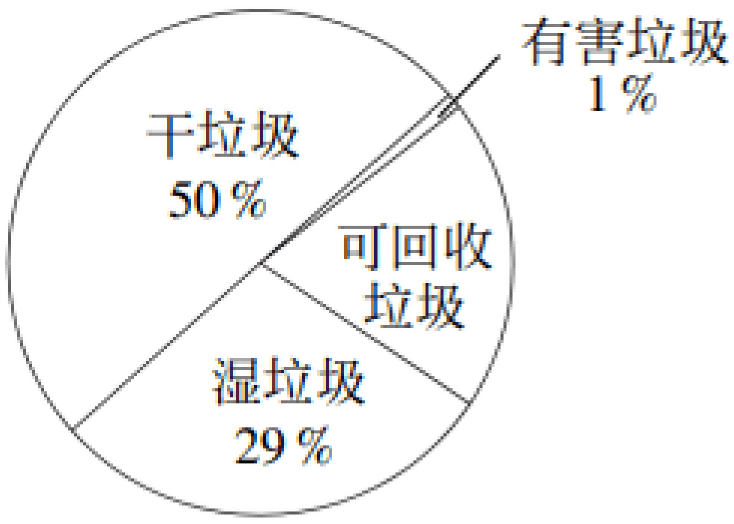
$\therefore DE=\dfrac{1}{3}BC$,

$\therefore \overrightarrow{DE}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\dfrac{1}{3}\vec{b}-\dfrac{1}{3}\vec{a}$,

故答案为：$\dfrac{1}{3}\vec{b}-\dfrac{1}{3}\vec{a}$.

【点睛】本题考查了向量的运算、相似三角形的判定与性质，熟练掌握向量的运算是解题关键.

16. 垃圾分类（*Refuse sorting*），是指按照垃圾的不同成分、属性、利用价值以及对环境的影响，并根据不同处置方式的要求，分成属性不同的若干种类．某市试点区域的垃圾收集情况如扇形统计图所示，已知可回收垃圾共收集 60 吨，且全市人口约为试点区域人口的 10 倍，那么估计全市可收集的干垃圾总量为________.



【答案】1500 吨

【解析】

【分析】由题意易得试点区域的垃圾收集总量为 300 吨，然后问题可求解.

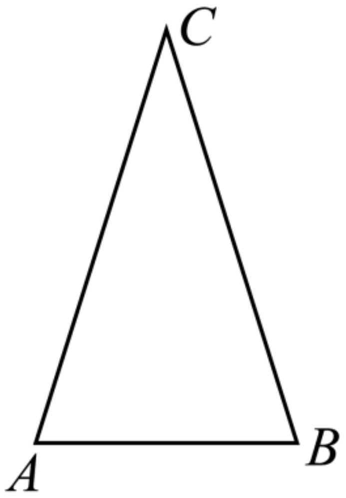
【详解】解：由扇形统计图可得试点区域的垃圾收集总量为$60\div(1-50\%-1\%-29\%)=300$（吨），

$\therefore$全市可收集的干垃圾总量为$300\times50\%\times10=1500$（吨）；

故答案为 1500 吨.

【点睛】本题主要考查扇形统计图，熟练掌握扇形统计图是解题的关键.

17. 如图，在□ABC 中，$\angle C=35^\circ$，将□ABC 绕着点 A 旋转 $\alpha(0^\circ<\alpha<180^\circ)$，旋转后的点 B 落在 BC 上，点 B 的对应点为 D，连接 AD，AD 是$\angle BAC$ 的角平分线，则$\alpha=$________.



【答案】$\left(\frac{110}{3}\right)^{\circ}$

【解析】

【分析】如图，$AB=AD$，$\angle BAD=\alpha$，根据角平分线的定义可得$\angle CAD=\angle BAD=\alpha$，根据三角形的外角性质可得$\angle ADB=35^{\circ}+\alpha$，即得$\angle B=\angle ADB=35^{\circ}+\alpha$，然后根据三角形的内角和定理求解即可．

【详解】解：如图，根据题意可得$AB=AD$，$\angle BAD=\alpha$，

$\because$ AD是$\angle BAC$的角平分线，

$\therefore \angle CAD=\angle BAD=\alpha$，

$\because \angle ADB=\angle C+\angle CAD=35^{\circ}+\alpha$，$AB=AD$，

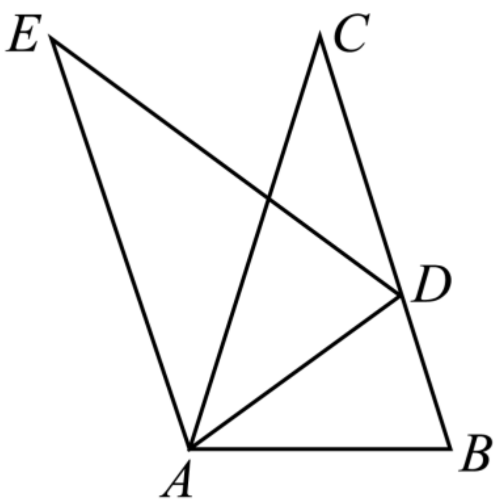
$\therefore \angle B=\angle ADB=35^{\circ}+\alpha$，

则在□ABC中，$\because \angle C+\angle CAB+\angle B=180^{\circ}$，

$\therefore 35^{\circ}+2\alpha+35^{\circ}+\alpha=180^{\circ}$，

解得：$\alpha=\left(\frac{110}{3}\right)^{\circ}$；

故答案为：$\left(\frac{110}{3}\right)^{\circ}$



【点睛】本题考查了旋转的性质等腰三角形的性质、三角形的外角性质以及三角形的内角和等知识，熟练掌握相关图形的性质是解题的关键．

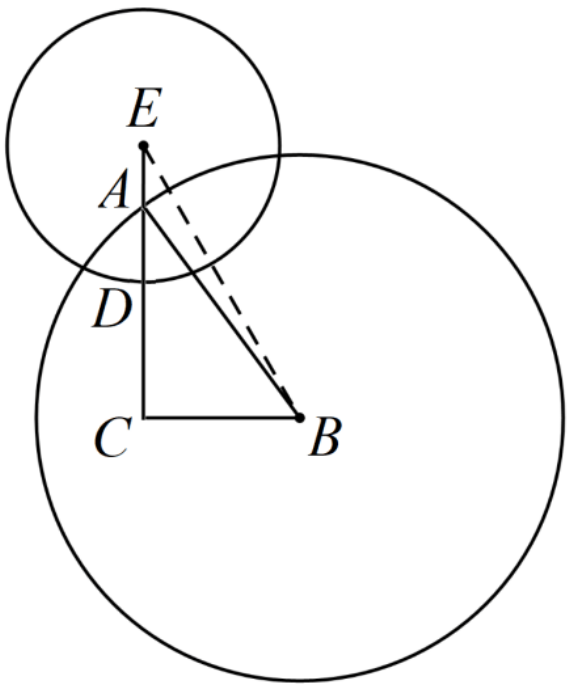
18. 在□ABC中$AB=7, BC=3, \angle C=90^{\circ}$，点$D$在边$AC$上，点$E$在$CA$延长线上，且$CD=DE$，如果□$B$过点$A$，□$E$过点$D$，若□$B$与□$E$有公共点，那么□$E$半径$r$的取值范围是_______.

【答案】$\sqrt{10}<r\le 2\sqrt{10}$

【解析】

【分析】先画出图形，连接 BE，利用勾股定理可得 $BE=\sqrt{9+4r^2}$，$AC=2\sqrt{10}$，从而可得 $\sqrt{10}<r\le 2\sqrt{10}$，再根据□ B 与□ E 有公共点可得一个关于 r 的不等式组，然后利用二次函数的性质求解即可得.

【详解】解：由题意画出图形如下：连接 BE，



$\because$□ B 过点A，且 $AB=7$，

$\therefore$e B 的半径为 7，

$\because$□ E 过点 D，它的半径为 r，且 $CD=DE$，

$\therefore CE=CD+DE=2r$，

$\because BC=3, \angle C=90^\circ$，

$\therefore BE=\sqrt{BC^2+CE^2}=\sqrt{9+4r^2}$，$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=2\sqrt{10}$，

$\because D$ 在边 AC 上，点 E 在 CA 延长线上，

$\therefore \begin{cases} CD\le AC \\ CE>AC \end{cases}$，即 $\begin{cases} r\le 2\sqrt{10} \\ 2r>2\sqrt{10} \end{cases}$，

$\therefore \sqrt{10}<r\le 2\sqrt{10}$，

$\because$□ B 与□ E 有公共点，

$\therefore AB-DE\le BE\le AB+DE$，即 $\begin{cases} \sqrt{9+4r^2}\le 7+r ① \\ 7-r\le \sqrt{9+4r^2} ② \end{cases}$，

不等式①可化为 $3r^2-14r-40\le 0$，