# 第八章 移动荷载下的结构分析

# 8.5 影响线应用

一、利用影响线求固定荷载作用下的内力、反力等

二、利用影响线确定最不利荷载位置

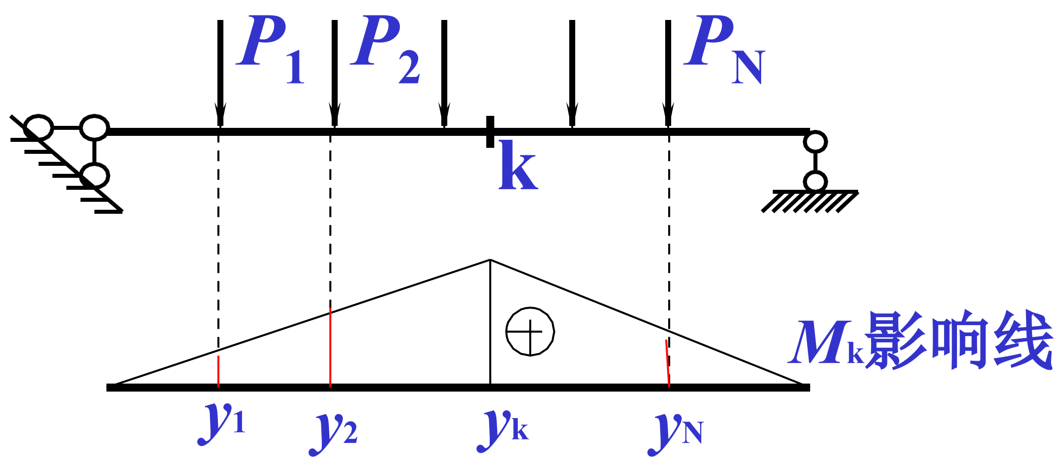
三、简支梁的绝对最大弯矩

四、内力包络图

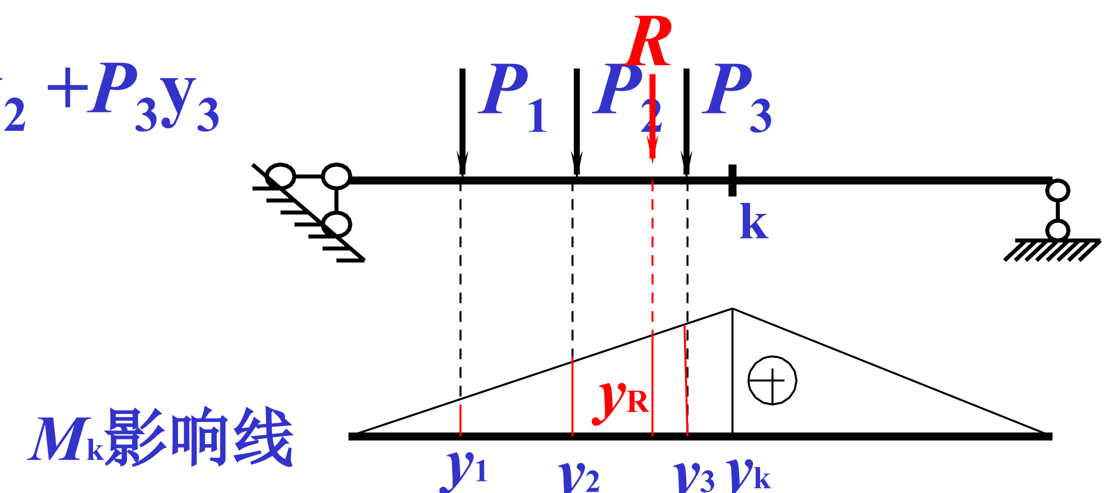
# 8.5 影响线应用

## 一、利用影响线求固定荷载作用下的内力、反力等

$$M_k = P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots \dots + P_N y_N = \sum_{i=1}^{N} P_i y_i$$

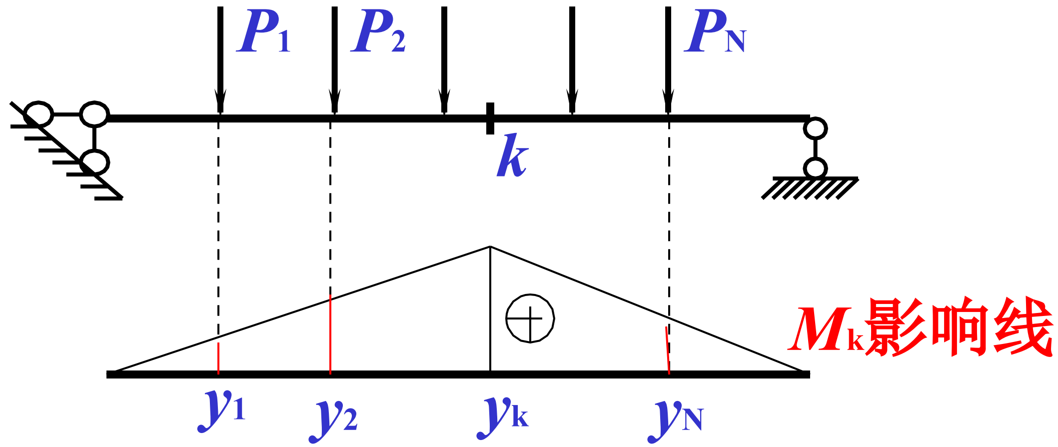



$$M_k = P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 = R \cdot y_R$$

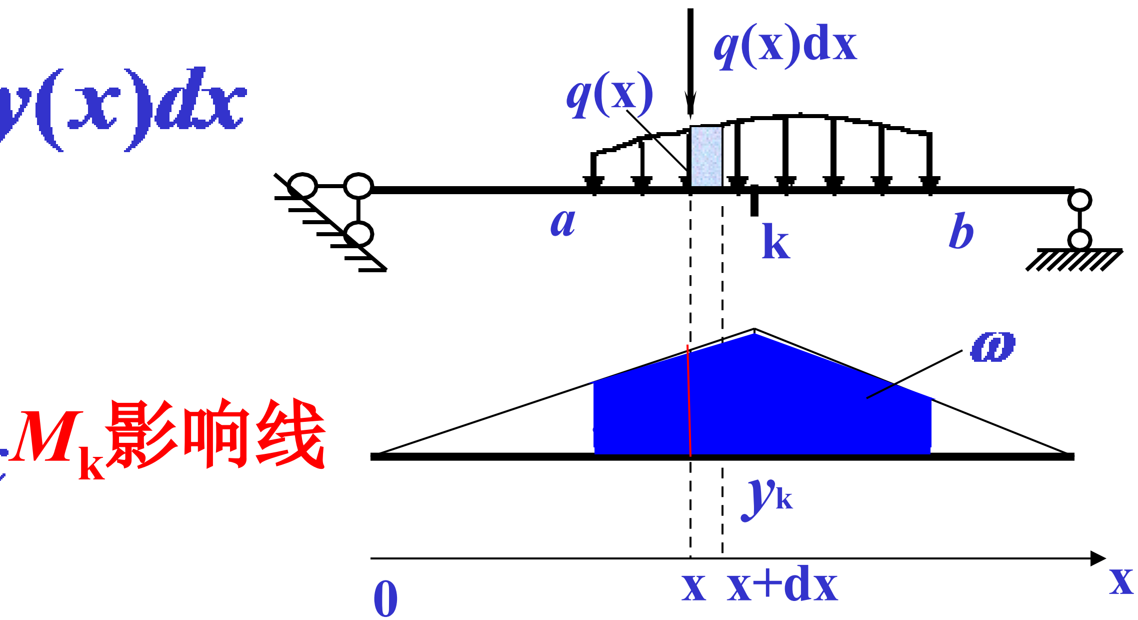


# 一、利用影响线求固定荷载作用下的内力、反力等

$$M_k = P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots\dots + P_N y_N = \sum_{i=1}^{N} P_i y_i$$




$$M_k = \int_{x_a}^{x_b} q(x) y(x) dx$$




当q(x)为常数时

$$M_k = q\int_{x_a}^{x_b} y(x) dx$$

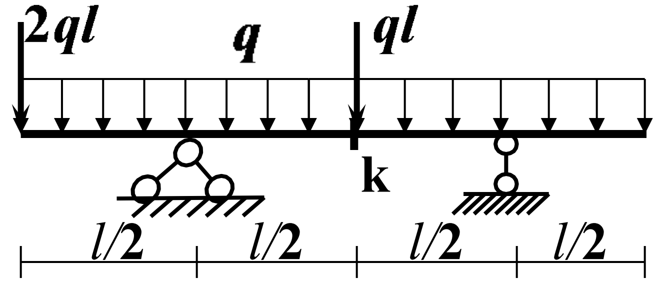
$$= q\omega$$

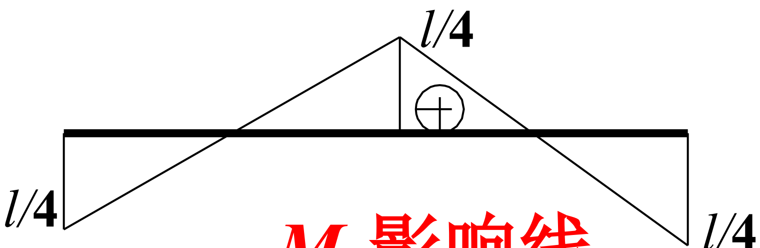
例：利用影响线求$k$截面弯矩、剪力。

解：$$M_k = 2ql\times(-l/4)+ql\times l/4+$$

$$+q\times(\frac{1}{2}\cdot l\cdot\frac{l}{4}-\frac{1}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{l}{4}\cdot 2)$$

$$=-ql^2/4$$

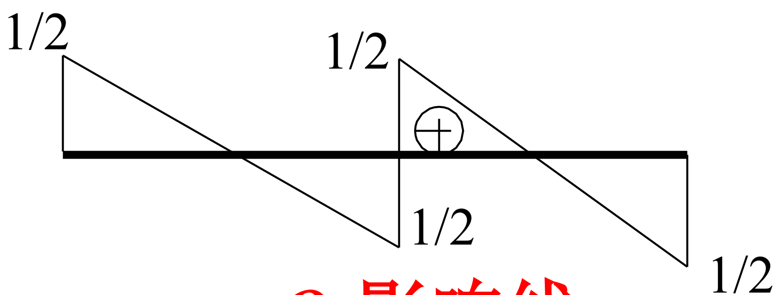



$M_k$影响线

$$Q_{k左}=2ql\cdot\frac{1}{2}+ql\cdot\frac{1}{2}+q\times 0$$

$$=3ql/2$$




$Q_k$影响线

$$Q_{k右}=2ql\cdot\frac{1}{2}+ql\cdot(-\frac{1}{2})+q\times 0$$

$$=ql/2$$

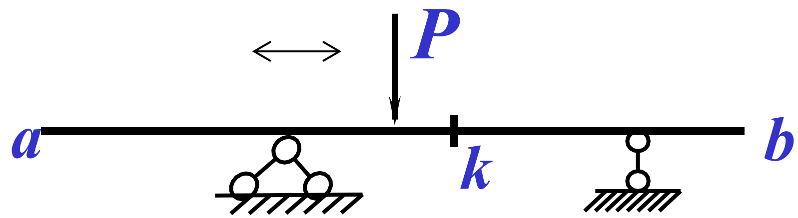
# 8.5 影响线应用

一、利用影响线求固定荷载作用下的内力、反力等

二、利用影响线确定最不利荷载位置

**最不利荷载位置**:结构中某量达到最大值(或最小值)时的荷载位置.

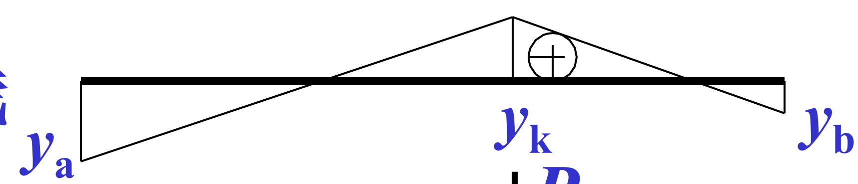
1. 一个移动集中荷载




$M_{k,max}=P\cdot y_k$

$M_{k,min}=P\cdot y_a$

$M_k$影响线



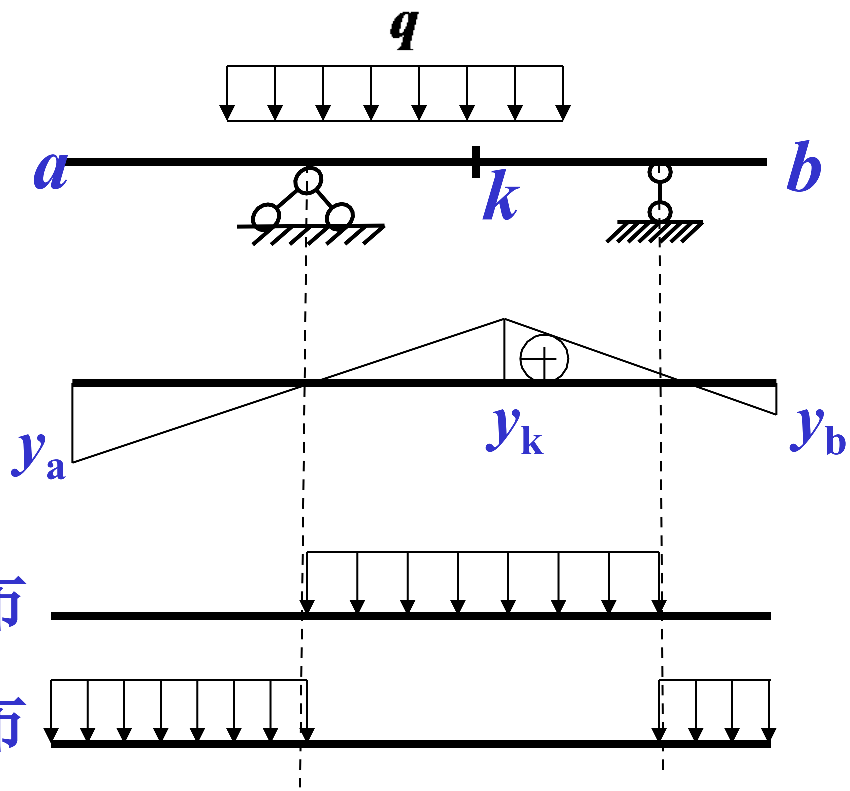

使$M_k$发生最大值的荷载位置


使$M_k$发生最小值的荷载位置

# 8.5 影响线应用

## 2. 可动均布荷载(定位荷载)

$$M_k = q\omega$$

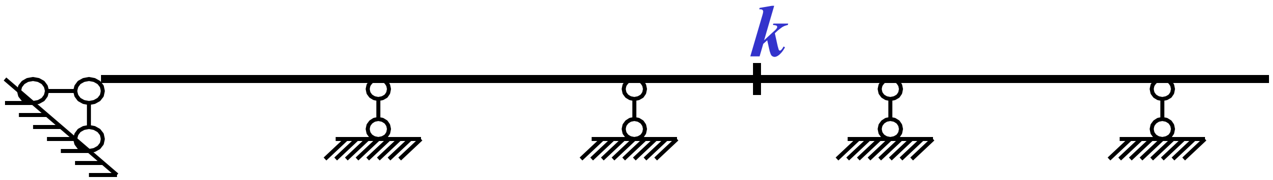



$M_k$影响线

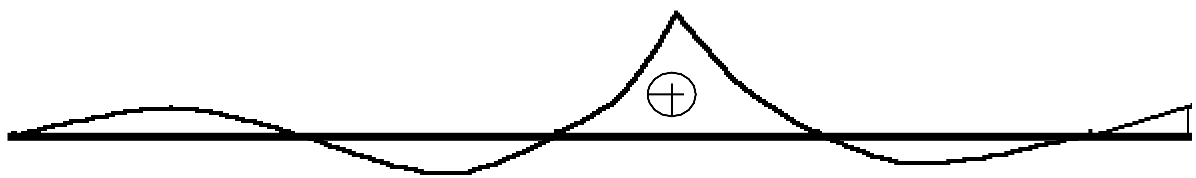
使$M_k$发生最大值的荷载分布

使$M_k$发生最小值的荷载分布

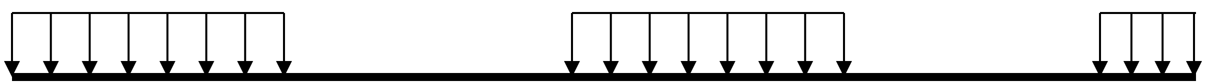
例:确定图示连续梁在可动均布荷载作用下$M_k$的最不利荷载分布。




$M_k$影响线



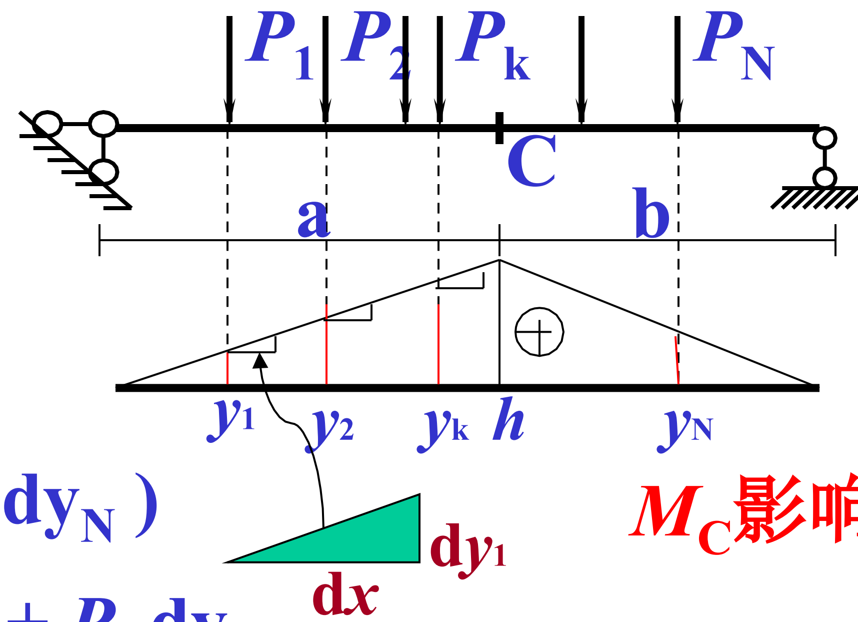
使$M_k$发生最大值的荷载分布



使$M_k$发生最小值的荷载分布

## 3. 移动集中力系

$$M_C(x)=P_1y_1+P_2y_2+\ldots\ldots+P_Ny_N$$




$M_C$影响线

$$M_C(x+\mathrm{d}x)=P_1(y_1+\mathrm{d}y_1)+P_2(y_2+\mathrm{d}y_2)+\ldots+P_N(y_N+\mathrm{d}y_N)$$

$$\mathrm{d}M_C(x)=P_1\mathrm{d}y_1+P_2\mathrm{d}y_2+\ldots+P_N\mathrm{d}y_N$$

$$\mathrm{d}M_C(x)=\mathrm{d}y_1(P_1+P_2+\ldots+P_k)+\mathrm{d}y_{k+1}(P_{k+1}+P_{k+2}+\ldots+P_N)$$

$$=(P_1+P_2+\cdots+P_k)\frac{h}{a}\cdot\mathrm{d}x-(P_{K+1}+\cdots P_N)\frac{h}{b}\cdot\mathrm{d}x$$

$$=\left[(P_1+P_2+\cdots+P_k)\frac{h}{a}-(P_{K+1}+\cdots P_N)\frac{h}{b}\right]\cdot\mathrm{d}x$$

量值取极值必须使得有一个荷载恰好作用在影响线顶点处

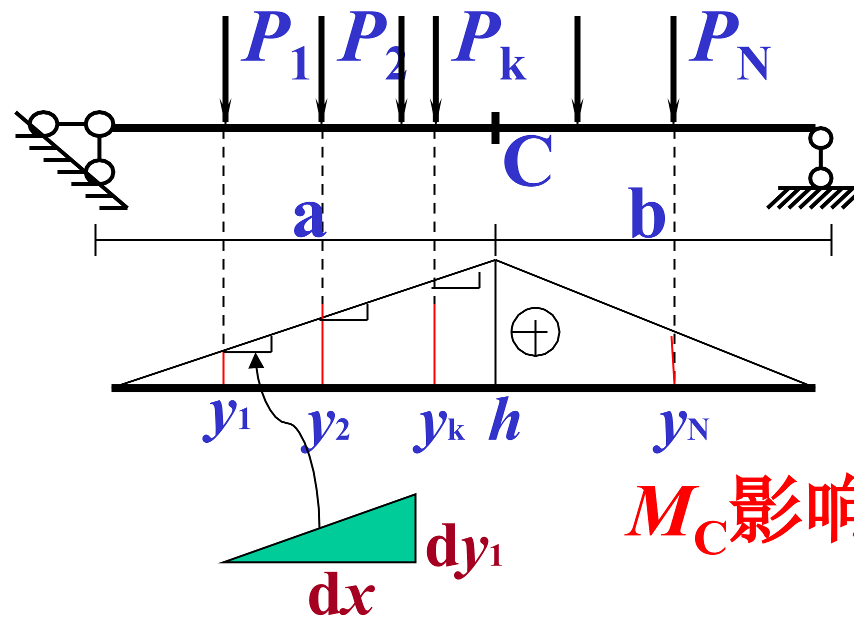
## 3. 移动集中力系

$$(P_1+P_2+\cdots+P_{k-1})\frac{h}{a}$$

$$-(P_K+\cdots P_N)\frac{h}{b}\le 0$$

$$(P_1+P_2+\cdots+P_k)\frac{h}{a}$$

$$-(P_{K+1}+\cdots P_N)\frac{h}{b}\ge 0$$




$M_C$影响线

$$\mathrm{d}M_C(x)=\mathrm{d}y_1\,(P_1+P_2+\ldots+P_k)+\mathrm{d}y_{k+1}\,(P_{k+1}+P_{k+2}+\ldots+P_N)$$

$$=(P_1+P_2+\cdots+P_k)\frac{h}{a}\cdot \mathrm{d}x-(P_{K+1}+\cdots P_N)\frac{h}{b}\cdot \mathrm{d}x$$

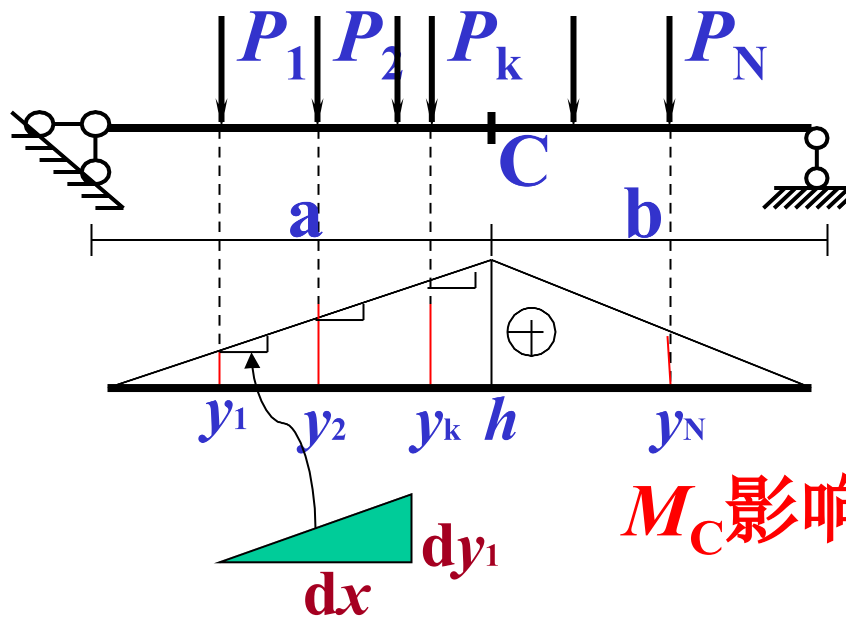
$$=\left[(P_1+P_2+\cdots+P_k)\frac{h}{a}-(P_{K+1}+\cdots P_N)\frac{h}{b}\right]\cdot \mathrm{d}x$$

量值取极值必须使得有一个荷载恰好作用在影响线顶点处

## 3. 移动集中力系

$$(P_1+P_2+\cdots+P_{k-1})\frac{h}{a}-(P_K+\cdots P_N)\frac{h}{b}\le 0$$

$$(P_1+P_2+\cdots+P_k)\frac{h}{a}-(P_{K+1}+\cdots P_N)\frac{h}{b}\ge 0$$




$M_C$影响线

满足上式的 $P_k$ 称作**极大临界荷载**.记作 $P_{cr}$ 。

临界力位于影响线顶点时的荷载位置称为**极大临界位置**

$$\begin{cases}\dfrac{R^L}{a}\le\dfrac{P_k+R^R}{b}\\[2ex]\dfrac{R^L+P_k}{a}\ge\dfrac{R^R}{b}\end{cases}$$

---极大临界荷载判别式

此式表明:临界力位于那一侧,那一侧的等效均布荷载集度就大。