

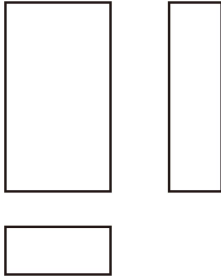
# 2024年北京市中国人民大学附属中学朝阳学校中考一模数学

## 试题

学校: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_ 考号: \_\_\_\_\_

### 一、单选题

1. 如图是某几何体的三视图, 该几何体是 ( )



- A. 长方体      B. 三棱柱      C. 圆锥      D. 圆柱

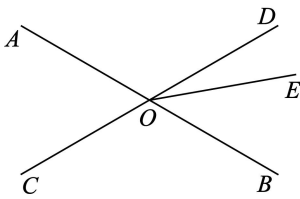
2. 2023年我国规模以上内容创作生产营业收入累计值前三个季度分别约为6500亿元, 13000亿元, 20000亿元, 合计约39500亿元. 将39500用科学记数法表示应为 ( )

- A.  $395 \times 10^2$       B.  $3.95 \times 10^4$       C.  $3.95 \times 10^3$       D.  $0.395 \times 10^5$

3. 不透明的袋子中装有2个红球和3个黄球, 两种球除颜色外无其他差别, 从中随机摸出一个小球, 摸到黄球的概率是 ( )

- A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{3}{4}$       C.  $\frac{2}{5}$       D.  $\frac{3}{5}$

4. 如图, 直线  $AB$ ,  $CD$  相交于点  $O$ , 若  $\angle AOC = 60^\circ$ ,  $\angle BOE = 40^\circ$ , 则  $\angle DOE$  的度数为 ( )



- A.  $60^\circ$       B.  $40^\circ$       C.  $20^\circ$       D.  $10^\circ$

5. 正六边形的外角和是 ( )

- A.  $180^\circ$       B.  $360^\circ$       C.  $540^\circ$       D.  $720^\circ$

6. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + a = 0$  有两个相等的实数根, 则实数  $a$  的值是 ( )

- A. -1      B. 1      C. 2      D. 3

7. 如图1是变量  $y$  与变量  $x$  的函数关系的图象, 图2是变量  $z$  与变量  $y$  的函数关系的图象, 则  $z$  与  $x$  的函数关系的图象可能是 ( )

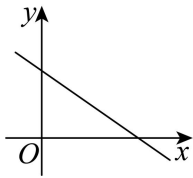


图1

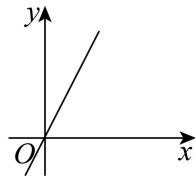
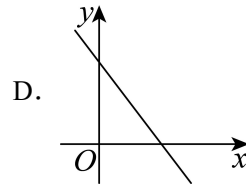
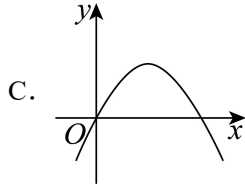
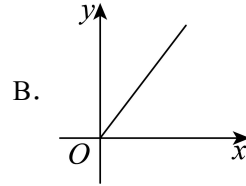
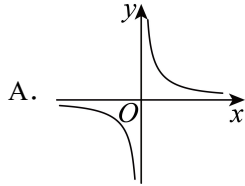
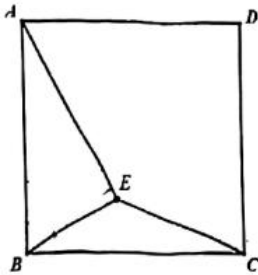


图2



8. 如图, 正方形边长为  $a$ , 点  $E$  是正方形  $ABCD$  内一点, 满足  $\angle AEB = 90^\circ$ , 连接  $CE$ . 给出下面四个结论: ①  $AE + CE \geq \sqrt{2}a$ ; ②  $CE \leq \frac{\sqrt{5}-1}{2}a$ ; ③  $\angle BCE$  的度数最大值为  $60^\circ$ ; ④当  $CE = a$  时,  $\tan \angle ABE = \frac{1}{2}$ . 上述结论中, 所有正确结论的序号为 ( )



A. ①②

B. ①③

C. ①④

D. ①③④

## 二、填空题

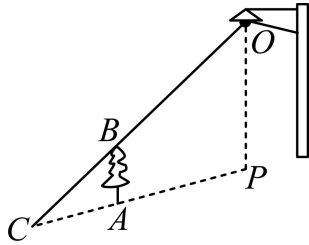
9. 若  $\sqrt{x-1}$  在实数范围内有意义, 则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 分解因式:  $3a^2 - 12 =$ \_\_\_\_\_.

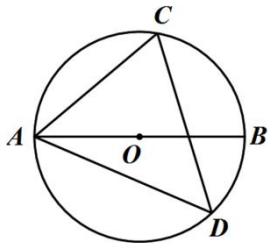
11. 方程  $\frac{3}{x+2} = \frac{2}{x}$  的解为\_\_\_\_\_.

12. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 若反比例函数  $y = \frac{6}{x}$  的图象经过点  $A(2, m)$  和点  $B(-2, n)$ , 则  $m+n =$ \_\_\_\_\_.

13. 如图, 树  $AB$  在路灯  $O$  的照射下形成投影  $AC$ , 已知路灯高  $PO = 5\text{m}$ , 树影  $AC = 3\text{m}$ , 树  $AB$  与路灯  $O$  的水平距离  $AP = 4.5\text{m}$ , 则树的高度  $AB$  长是\_\_\_\_\_米.



14. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $CD$  是  $\odot O$  的弦,  $\angle BAC=40^\circ$ , 则  $\angle ADC =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



15. 用一组  $a, b, m$  的值说明“若  $a < b$ , 则  $ma > mb$ ”是错误的, 这组数可以是  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_,  $m =$  \_\_\_\_\_.

16. 从甲地到乙地有 A, B, C 三条不同的公交线路. 为了解早高峰期间这三条线路上的公交车从甲地到乙地的用时情况, 在每条线路上随机选取了 500 个班次的公交车, 收集了这些班次的公交车用时 (单位: 分钟) 的数据, 统计如下:

公交车用时 公交车用时的频数 线路	$30 \leq t \leq 35$	$35 < t \leq 40$	$40 < t \leq 45$	$45 < t \leq 50$	合计
A	59	151	166	124	500
B	50	50	122	278	500
C	45	265	167	23	500

早高峰期间, 乘坐 \_\_\_\_\_ (填“A”, “B”或“C”) 线路上的公交车, 从甲地到乙地“用时不超过 45 分钟”的可能性最大.

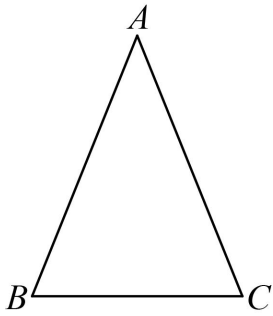
### 三、解答题

17. 计算:  $6\cos 45^\circ - \sqrt{18} + |-5| - (\pi - 2)^0$ .

18. 解不等式组: 
$$\begin{cases} x+2 < 2x-1 \\ \frac{3x-5}{2} < x \end{cases}$$
.

19. 已知  $x^2 - x - 3 = 0$ , 求代数式  $(x+2)(x-2) - x(2-x)$  的值.

20. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ .



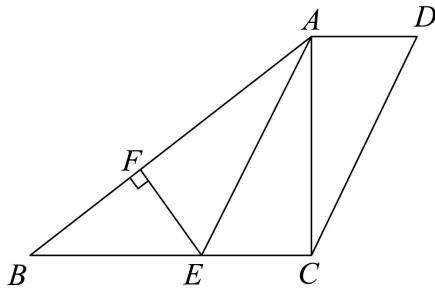
(1)使用直尺和圆规，作  $AD \perp BC$  交  $BC$  于点  $D$  (保留作图痕迹)；

(2)以  $D$  为圆心， $DC$  的长为半径作弧，交  $AC$  于点  $E$ ，连接  $BE$ ， $DE$ 。

①  $\angle BEC = \_\circ$ ；

②写出图中一个与  $\angle CBE$  相等的角\_。

21. 如图，在四边形  $ABCD$  中， $\angle ACB = \angle CAD = 90^\circ$ ，点  $E$  在  $BC$  上， $AE \parallel DC$ ， $EF \perp AB$ ，垂足为  $F$ 。



(1) 求证：四边形  $AECD$  是平行四边形；

(2) 若  $AE$  平分  $\angle BAC$ ， $BE = 5$ ， $\cos B = \frac{4}{5}$ ，求  $BF$  和  $AD$  的长。

22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，一次函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过点  $(0, 1)$ ， $(-2, 2)$ ，与  $x$  轴交于点  $A$ 。

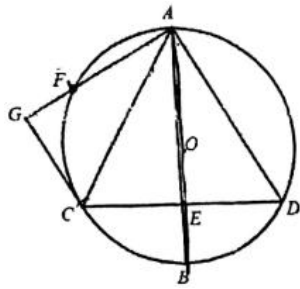
(1)求该一次函数的表达式及点  $A$  的坐标；

(2)当  $x > 2$  时，对于  $x$  的每一个值，函数  $y = 2x + m$  的值大于一次函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的值，直接写出  $m$  的取值范围。

23. 列方程解应用题

无人配送以其高效、安全、低成本等优势，正在成为物流运输行业的新趋势。某物流园区使用 1 辆无人配送车平均每天配送的包裹数量是 1 名快递员平均每天配送包裹数量的 5 倍。要配送 6000 件包裹，使用 1 辆无人配送车所需时间比 4 名快递员同时配送所需时间少 2 天，求 1 名快递员平均每天可配送包裹多少件？

24. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径，点  $E$  是  $OB$  的中点，过点  $E$  作弦  $CD \perp AB$ ，连接  $AC$ ， $AD$ 。



(1)求证:  $\triangle ACD$  是等边三角形;

(2)若点  $F$  是  $\overset{\frown}{AC}$  的中点, 过点  $C$  作  $CG \perp AF$ , 垂足为点  $G$ . 若  $\odot O$  的半径为 2, 求  $CG$  的长.

25. 学校组织九年级学生进行跨学科主题学习活动, 利用函数的相关知识研究某种化学试剂的挥发情况. 在两种不同的场景  $A$  和场景  $B$  下做对比实验, 设实验过程中, 该试剂挥发时间为  $x$  分钟时, 在场景  $A, B$  中的剩余质量分别为  $y_1, y_2$  (单位: 克).

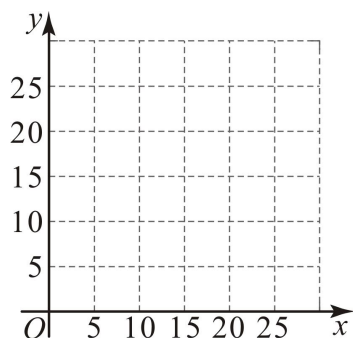
下面是某研究小组的探究过程, 请补充完整:

记录  $y_1, y_2$  与  $x$  的几组对应值如下:

$x$ (分钟)	0	5	10	15	20	...
$y_1$ (克)	25	23.5	20	14.5	7	...
$y_2$ (克)	25	20	15	10	5	...

(1)在同一平面直角坐标系  $xOy$  中, 描出上表中各组数值所对应的点  $(x, y_1), (x, y_2)$ , 并

画出函数  $y_1, y_2$  的图象:



(2)进一步探究发现, 场景  $A$  的图象是抛物线的一部分,  $y_1$  与  $x$  之间近似满足二次函数:

$y_1 = -0.04x^2 + bx + c$ . 场景  $B$  的图象是直线的一部分,  $y_2$  与  $x$  之间近似满足一次函数

$y_2 = kx + c$  ( $k \neq 0$ ). 则  $b = \underline{\quad}$ ,  $c = \underline{\quad}$ ,  $k = \underline{\quad}$ ;

(3)查阅文献可知, 该化学试剂的质量不低于 4 克时, 才能发挥作用, 在上述实验中, 记

该化学试剂在场景  $A, B$  中发挥作用的时间分别为  $x_A, x_B$ , 则  $x_A \_ x_B$  (填“ $>$ ”, “ $=$ ”或“ $<$ ”).

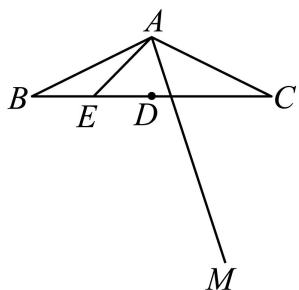
26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$  是抛物线  $y = ax^2 - 2ax + c$  ( $a > 0$ ) 上任意两点.

(1) 直接写出抛物线的对称轴;

(2) 若  $x_1 = a + 1, x_2 = a + 2$ , 比较  $y_1$  与  $y_2$  的大小, 并说明理由;

(3) 若对于  $m < x_1 < m + 1, m + 1 < x_2 < m + 2$ , 总有  $y_1 < y_2$ , 求  $m$  的取值范围.

27. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC, \angle BAC = 2\alpha$  ( $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ ),  $D$  是  $BC$  的中点,  $E$  是  $BD$  的中点, 连接  $AE$ . 将射线  $AE$  绕点  $A$  逆时针旋转  $\alpha$  得到射线  $AM$ , 过点  $E$  作  $EF \perp AE$  交射线  $AM$  于点  $F$ .



(1) ①依题意补全图形;

②求证:  $\angle B = \angle AFE$ ;

(2) 连接  $CF, DF$ , 用等式表示线段  $CF, DF$  之间的数量关系, 并证明.

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $\odot O$  的半径为 1,  $P$  是  $\odot O$  外一点, 给出如下的定义: 若在  $\odot O$  上存在一点  $T$ , 使得点  $P$  关于某条过点  $T$  的直线对称后的点  $Q$  在  $\odot O$  上, 则称  $Q$  为点  $P$  关于  $\odot O$  的关联点.

(1) 当点  $P$  在直线  $y = 2x$  上时,

①若点  $P(1, 2)$ , 在点  $Q_1\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right), Q_2(0, 1), Q_3(1, 0)$  中, 点  $P$  关于  $\odot O$  的关联点是 \_\_\_\_\_;

②若  $P$  关于  $\odot O$  的关联点  $Q$  存在, 求点  $P$  的横坐标  $p$  的取值范围;

(2) 已知点  $A\left(2, \frac{3}{2}\right)$ , 动点  $M$  满足  $AM \leq 1$ , 若  $M$  关于  $\odot O$  的关联点  $N$  存在, 直接写出  $MN$  的取值范围.

**参考答案:**

1. A

**【分析】**结合长方体的三视图特征判断即可.

**【详解】**解:  $\because$ 长方体的三视图都是长方形, 三棱柱的三视图中有三角形, 圆锥和圆柱的三视图中有圆,

$\therefore$ 该几何体符合长方体的三视图特征,

故选 A.

**【点睛】**

本题考查了三视图: 在正面内得到的由前向后观察物体的视图, 叫做主视图; 在水平面内得到的由上向下观察物体的视图, 叫做俯视图; 在侧面内得到的由左向右观察物体的视图, 叫做左视图; 掌握常见几何体的三视图特征是解题的关键.

2. B

**【分析】**本题主要考查了科学记数法. 科学记数法的表现形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中

$1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数, 确定  $n$  的值时, 要看把原数变成  $a$  时, 小数点移动了多少位,  $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同.

**【详解】**解: 将 39500 用科学记数法表示应为  $3.95 \times 10^4$ .

故选: B.

3. D

**【分析】**

根据概率计算公式进行求解即可.

**【详解】**

解:  $\because$ 不透明的袋子里装有 2 个红球, 3 个黄球,

$\therefore$ 从袋子中随机摸出一个, 摸到黄球的概率为  $\frac{3}{2+3} = \frac{3}{5}$ ;

故选: D.

**【点睛】**本题考查的是概率公式, 熟知随机事件  $A$  的概率  $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$  的商是解答此题的关键.

4. C

**【分析】**根据对顶角相等可得  $\angle BOD = 60^\circ$ , 再根据角的和差关系可得答案.

**【详解】**解:  $\because \angle AOC = 60^\circ$ ,

$$\therefore \angle BOD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE = \angle BOD - \angle BOE = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ,$$

故选：C.

【点睛】本题主要考查了对顶角的性质，解题的关键是掌握对顶角相等.

5. B

【分析】根据任何多边形的外角和是 $360^\circ$ 即可求出答案.

【详解】解：正六边形的外角和是 $360^\circ$ .

故选：B.

【点睛】本题考查了多边形的外角和定理，关键是掌握任何多边形的外角和是 $360^\circ$ ，外角和与多边形的边数无关.

6. B

【分析】

本题考查一元二次方程根与判别式的关系，根据方程有两个相等的实数根，判别式等于0列式求解即可得到答案；

【详解】解： $\because$ 一元二次方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore (-2)^2 - 4 \times 1 \times a = 0,$$

解得： $a = 1$ ,

故选：B.

7. D

【分析】

本题主要考查函数的图象，一次函数的图象与性质，根据图象正确设出函数解析式，学会利用整体思想解决问题是解题关键.

由图1可设 $y = kx + b$  ( $k, b$ 为常数，且 $k < 0, b > 0$ )，由图2可设 $z = my$  ( $m$ 为常数， $m > 0$ )，将 $y = kx + b$ 代入 $z = my$ 得 $z = mkx + mb$ ，再根据一次函数图象与系数之间的关系即可判断.

【详解】

解：由图1可设 $y = kx + b$  ( $k, b$ 为常数，且 $k < 0, b > 0$ )，由图2可设 $z = my$  ( $m$ 为常数， $m > 0$ )，将 $y = kx + b$ 代入 $z = my$ 得： $z = m(kx + b) = mkx + mb$ ,

$\therefore z$ 与 $x$ 的函数关系为一次函数关系，



$\therefore k < 0, b > 0, m > 0,$

$\therefore mk < 0, mb > 0,$

$\therefore z$  与  $x$  的函数图象过一、二、四象限.

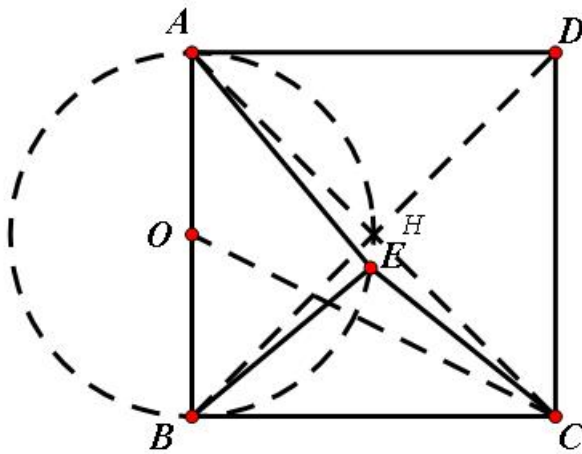
故选: D.

8. C

【分析】如图所示, 连接  $AC$  交  $BD$  于  $H$ , 取  $AB$  中点  $O$ , 连接  $OC$ , 先证明点  $E$  在以点  $O$  为圆心,  $AB$  为直径的圆上运动, 当  $A, E, C$  三点共线, 即点  $E$  运动到点  $H$  时  $AE + CE = AC$ , 当  $C, O, E$  三点共线时,  $CE$  有最小值, 据此可判断①②; 如下图所示, 当  $CE$  与  $\odot O$  相切时  $\angle BCE$  有最大值, 证明  $\text{Rt}\triangle OBC \cong \text{Rt}\triangle OEC$ , 得到  $CE = BC = a$ ,  $\angle OCE = \angle OCB$ , 则  $\tan \angle OCE = \frac{OE}{CE} = \frac{1}{2}$ , 再证明  $\angle ABE = \angle BCO = \angle OCE$ , 得到  $\tan \angle ABE = \tan \angle OCE = \frac{1}{2}$ , 即可判断③④.

【详解】解: 如图所示, 连接  $AC$  交  $BD$  于  $H$ , 取  $AB$  中点  $O$ , 连接  $OC$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是正方形,



$\therefore \angle AHB = 90^\circ;$

$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$

$\therefore$  点  $E$  在以点  $O$  为圆心,  $AB$  为直径的圆上运动,

$\therefore \angle AHB = 90^\circ,$

$\therefore$  点  $H$  在圆  $O$  上,

$\therefore AE + CE \geq AC = \sqrt{2}AB = \sqrt{2}a,$

$\therefore$  当  $A, E, C$  三点共线, 即点  $E$  运动到点  $H$  时,  $AE + CE = AC$ , 故①正确;

$\therefore$  点  $E$  在以点  $O$  为圆心,  $AB$  为直径的圆上运动,

∴当  $C$ 、 $O$ 、 $E$  三点共线时， $CE$  有最小值，

在  $\text{Rt}\triangle OBC$  中，由勾股定理得  $OC = \sqrt{OB^2 + BC^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a$ ，

∴ $CE$  的最小值为  $\frac{\sqrt{5}}{2}a - \frac{1}{2}a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}a$ ，故②错误；

如下图所示，当  $CE$  与  $\odot O$  相切时  $\angle BCE$  有最大值，

∵  $OB = OE$ ， $OC = OC$ ，

∴  $\text{Rt}\triangle OBC \cong \text{Rt}\triangle OEC$  (HL)，

∴  $CE = BC = a$ ， $\angle OCE = \angle OCB$ ，

∴  $\tan \angle OCE = \frac{OE}{CE} = \frac{1}{2}$ ，

∴  $\angle OCE \neq 30^\circ$ ，

∴  $\angle BCE \neq 60^\circ$ ，

∴  $\angle BCE$  的度数最大值不是  $60^\circ$ ，故③错误；

∵  $BC = EC$ ， $OB = OE$ ，

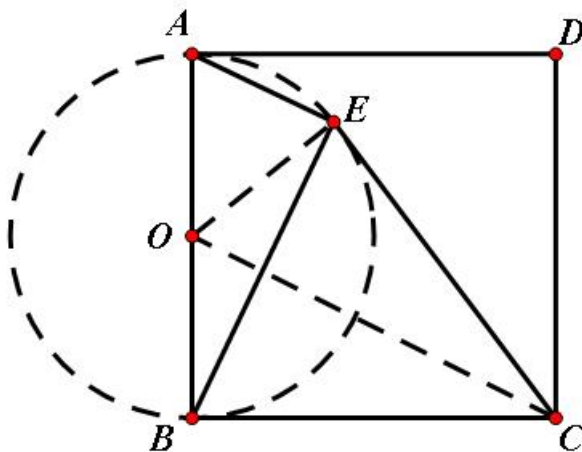
∴  $OC$  垂直平分  $BE$ ，

∴  $\angle ABE + \angle BOC = \angle BOC + \angle BCO$ ，

∴  $\angle ABE = \angle BCO = \angle OCE$ ，

∴  $\tan \angle ABE = \tan \angle OCE = \frac{1}{2}$ ，故④正确；

故选：C.



【点睛】本题主要考查了圆与正方形综合，解直角三角形，勾股定理等等，根据题意得到点  $E$  的运动轨迹是解题的关键。

9.  $x \geq 1$

**【分析】**

本题考查了二次根式有意义的条件，熟练掌握二次根式的被开方数非负是解决本题的关键.

根据二次根式被开方数非负可得  $x-1 \geq 0$ ，解不等式即可.

**【详解】**由题意得： $x-1 \geq 0$ ，

解得： $x \geq 1$ ，

故答案为： $x \geq 1$ .

10.  $3(a+2)(a-2)$

**【分析】**要将一个多项式分解因式的一般步骤是首先看各项有没有公因式，若有公因式，则把它提取出来，之后再观察是否是完全平方或平方差式，若是就考虑用公式法继续分解因式.

**【详解】** $3a^2 - 12$

$$= 3(a^2 - 4)$$

$$= 3(a+2)(a-2).$$

11.  $x=4$

**【分析】**分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到  $x$  的值，经检验即可得到分式方程的解.

**【详解】**

解：去分母得： $3x = 2(x+2)$ ，

解得： $x = 4$ ，

检验：当  $x = 4$  时， $x(x+2) \neq 0$ ，

所以  $x = 4$  是分式方程的解，

故答案为： $x = 4$ .

**【点睛】**此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

12. 0

**【分析】**

将  $A(2, m)$ ， $B(-2, n)$  两点代入反比例函数求得  $m$  和  $n$  的值，再计算求值即可；

**【详解】**解： $\because$  点  $A$  和  $B$  在反比例函数图象上，

$$\therefore m = \frac{6}{2} = 3, \quad n = \frac{6}{-2} = -3,$$

$$\therefore m + n = 3 - 3 = 0,$$

故答案为：0；

【点睛】本题考查了反比例函数图象上点的性质，掌握函数图象上的点满足函数关系式是解题关键.

13. 2

【分析】由题意知  $AB \parallel PO$ ，得出  $Rt\triangle ABC \sim Rt\triangle POC$ ，根据  $\frac{AB}{PO} = \frac{AC}{PC}$  求出  $AB$  的值.

【详解】解：由题意知  $AB \parallel PO$

在  $Rt\triangle ABC$  和  $Rt\triangle POC$  中

$$\therefore \begin{cases} \angle C = \angle C \\ \angle CAB = \angle CPO \\ \angle ABC = \angle POC \end{cases}$$

$$\therefore Rt\triangle ABC \sim Rt\triangle POC$$

$$\therefore \frac{AB}{PO} = \frac{AC}{PC}$$

$$\therefore \frac{AB}{5} = \frac{3}{3+4.5}$$

解得  $AB = 2$

故答案为：2.

【点睛】本题考查了三角形相似. 解题的关键与重点是找出判定三角形相似的条件以及计算三角形的相似比.

14. 50

【分析】连接  $BC$ ，则由圆周角定理可以得到  $\angle ADC = \angle ABC$ ，再根据直径所对的圆周角是  $90^\circ$ ，得到  $\angle ACB = 90^\circ$ ，再根据  $\angle BAC = 40^\circ$  即可求解.

【详解】解：如图所示，连接  $BC$

$$\therefore \angle ADC = \angle ABC$$

$\therefore AB$  是直径

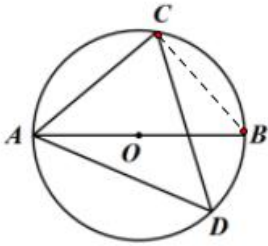
$$\therefore \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 40^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ABC = 50^\circ$$

故答案为：50.



【点睛】本题主要考查了圆周角定理，直径所对的圆周角是直角，三角形内角和定理，解题的关键在于能够熟练掌握相关知识进行求解.

15. 1 2 0

【分析】

本题考查了命题与定理，要说明一个命题的正确性，一般需要推理证明，而判断一个命题是假命题，只需举反例即可.

本题中依据题意选出适当的  $a$ 、 $b$ 、 $c$  即可，答案不唯一.

【详解】解：当  $a=1, b=2, m=0$  时，

满足  $a < b$ ，而  $ma=0, mb=0$ ，不满足  $ma > mb$ ，

$\therefore a=1, b=2, m=0$  符合题意.

故答案为：1,2,0.

16. C

【分析】样本容量相同，观察统计表，可以看出 C 线路上的公交车用时超过 45 分钟的频数最小，即可得出结论.

【详解】解：样本容量相同，C 线路上的公交车用时超过 45 分钟的频数最小，所以其频率也最小，

$\therefore$  乘坐 C 线路上的公交车，从甲地到乙地“用时不超过 45 分钟”的可能性最大.

故答案为：C.

【点睛】考查用频率估计概率，读懂统计表是解题的关键.

17. 4

【分析】先计算特殊角三角函数值，零指数幂，二次根式的化简，然后根据实数的计算法则求解即可.

【详解】

解：  $6\cos 45^\circ - \sqrt{18} + |-5| - (\pi - 2)^0$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/145022002221011131>