浙江省衢州、丽水、湖州三地市2023-2024学年高三上学期11月教学质量检测数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．若集合$A=\{x|\log_3 x\leq 1\}$，$B=\{x|x\leq 2\}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$(-\infty,3]$　　B．$(-\infty,2]$　　C．$(0,2]$　　D．$(0,3]$

2．若复数z满足$(3+4\mathrm{i})z=2+\mathrm{i}$（$\mathrm{i}$为虚数单位），则$|z|=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$\frac{1}{5}$　　D．$\frac{3}{4}$

3．已知向量$\vec{a}=(2,3)$，$\vec{b}=(-1,x)$，则"$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})$"是"$x=2\sqrt{3}$"的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．下列命题中错误的是（　　）

A．已知随机变量$X\sim B\left(6,\frac{1}{2}\right)$，则$D(2X-1)=6$

B. 已知随机变量$\xi\sim N(\mu,\sigma^2)$，若函数$f(x)=P(x-1<\xi<x+1)$为偶函数，则$\mu=0$

C．数据 1，3，4，5，7，8，10 的第 80 百分位数是 8

D．样本甲中有m件样品，其方差为s_1^2，样本乙中有n件样品，其方差为s_2^2，则由甲乙组成的总体样本的方差为$\frac{m}{m+n}\cdot s_1^2+\frac{n}{m+n}\cdot s_2^2$

5．已知$\alpha\in(-\frac{\pi}{2},0)$，且$\tan(\frac{\pi}{4}-\alpha)=3\cos 2\alpha$，则$\sin 2\alpha=$（　　）

A．$-\frac{1}{6}$　　B．$-\frac{1}{3}$　　C．$-\frac{2}{3}$　　D．$-\frac{5}{6}$

6．已知S_n是等比数列$\{a_n\}$的前n项和，且$S_2=3$，$S_6=5S_4-12$，则$S_4=$（　　）

A．11　　B．13　　C．15　　D．17

7．设函数$f(x)=\sqrt{3}\cos\omega x+\sin\omega x$，且函数$g(x)=[f(x)]^2-4$在$x\in[0,5\pi]$恰好有 5 个零点，则正实数$\omega$的取值范围是（　　）

A．$\left[\frac{13}{15},\frac{16}{15}\right)$　　B．$\left[\frac{5}{6},\frac{31}{30}\right)$　　C．$\left[\frac{11}{15},\frac{14}{15}\right)$　　D．$\left[\frac{23}{30},\frac{29}{30}\right)$

8．四棱锥$P-ABCD$的底面$ABCD$是平行四边形，点E、F分别为PC、AD的中点，连接BF交CD的延长线于点G，平面BGE将四棱锥$P-ABCD$分成两部分的体积分别为V_1，V_2且满足$V_1>V_2$，则$\frac{V_1}{V_2}=$（　　）

A．$\frac{4}{3}$　　B．$\frac{7}{5}$　　C．$\frac{5}{3}$　　D．$\frac{7}{4}$

二、多选题

9．已知直线l：$mx+y-1-2m=0$与圆O：$x^2+y^2=r^2$有两个不同的公共点A，B，则（　）

A．直线l过定点$(2,1)$

B．当$r=4$时，线段AB长的最小值为$2\sqrt{11}$

C．半径r的取值范围是$\left(0,\sqrt{5}\right]$

D．当$r=4$时，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$有最小值为$-16$

10．关于函数$f(x)=\cos x+\frac{1}{\cos x}$由以下四个命题，则下列结论正确的是（　）

A．$f(x)$的图象关于y轴对称

B．$f(x)$的图象关于原点对称

C．$f(x)$的图象关于$\left(\frac{\pi}{2},0\right)$对称

D．$f(x)$的最小值为2

11. 正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E，F分别是棱AB，BC上的动点（不含端点），且$AE=BF$，则（　）

A．A_1F与AD的距离是定值

B．存在点F使得A_1F和平面ACD_1平行

C．$A_1F\perp C_1E$

D．三棱锥B_1-BEF的外接球体积有最小值

12．已知函数$f(x)=x^3-6x^2+9x$，若$f(x_1)=f(x_2)=f(x_3)$，其中$x_1<x_2<x_3$，则（　）

A．$1<x_1<2$　　B．$x_1+x_2>2$　　C．$2x_2+x_3>6$　　D. $0<x_1x_2x_3<4$

三、填空题

13．$(x-2y)^5$展开式中x^4y的系数为_____.

14. 设函数$y=f(x)$的定义域为R，且$f(x+1)$为偶函数，$f(x-1)$为奇函数，当$x\in[-1,1]$时，$f(x)=1-x^2$，则$\sum_{k=1}^{2023}f(k)=$_____.

15．已知函数$f(x)=\ln x$，$g(x)=\frac{x^2}{4}$，写出斜率大于$\frac{1}{2}$且与函数$y=f(x)$，$y=g(x)$的图象均相切的直线l的方程：_____.

16．已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的左右焦点分别为$F_1$，$F_2$，$O$为坐标原点，$A$，$B$为$C$上位于$x$轴上方的两点，且$AF_1//BF_2$，$\angle AF_1F_2=60°$. 记$AF_2$，$BF_1$交点为$P$，过点$P$作$PQ//AF_1$，交$x$轴于点$Q$．若$|OQ|=2|PQ|$，则双曲线$C$的离心率是_____.

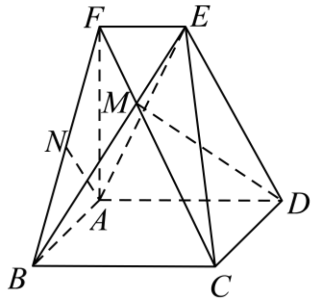
四、解答题

17．在$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$\frac{\sin B+\sin C}{\cos B+\cos A}=\frac{\cos B-\cos A}{\sin C}$.

(1)求$\sin A$；

(2)若点D在边BC上，$BD=2DC$，$c=2b$，$AD=2$，求$\triangle ABC$的面积.

18．如图，多面体$ABCDEF$中，四边形$ABCD$为正方形，平面$ABCD\perp$平面$ADEF$，$EF//AD$，$AF=AD=2$，$EF=1$，$CF=2\sqrt{3}$，BE与CF交于点M.



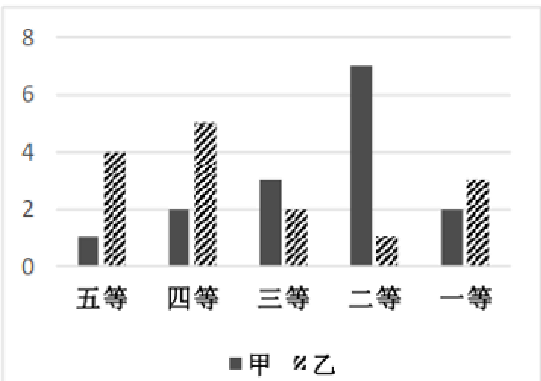
(1)若N是BF中点，求证：$AN\perp CF$；

(2)求直线MD和平面ABE所成角的正弦值.

19．某大学生创客实践基地，甲、乙两个团队生产同种创新产品，现对其生产的产品进行质量检验.

(1)为测试其生产水准，从甲、乙生产的产品中各抽检 15 个样本，评估结果如图：现将“一、二、三等”视为产品质量合格，其余为产品质量不合格，请完善2×2列联表，并说明是否有 95%的把握认为“产品质量”与“生产团队”有关；

	甲	乙	总和
合格			
不合格			
总和	15	15	30



附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+$

$b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

(2)将甲乙生产的产品各自进行包装，每5个产品包装为一袋，现从中抽取一袋检测（假定抽取的这袋产品来自甲生产的概率为$\frac{3}{5}$，来自乙生产的概率为$\frac{2}{5}$），检测结果显示这袋产品中恰有4件合格品，求该袋产品由甲团队生产的概率（以（1）中各自产品的合格频率代替各自产品的合格概率）．

20．已知函数$f(x)=x\cos x+a\sin x$.

(1)若$a=-1$，证明：当$0<x<1$时，$f(x)>-\frac{x^3}{3}$；

(2)求所有的实数a，使得函数$y=f(x)$在$[-\pi,\pi]$上单调.

21．已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$.

(1)若$a_2+a_4=a_3^2$，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若数列$\{b_n\}$满足$b_n=\sqrt{a_{n+1}^2-2a_n-3}$，$n\in\mathrm{N}^*$，且$\{b_n\}$是等差数列，记$T_n$是数列$\left\{\frac{1}{a_nb_n}\right\}$的前$n$项和.对任意$n\in\mathrm{N}^*$，不等式$4T_n<\lambda$恒成立，求整数$\lambda$的最小值.

22．已知抛物线C：$y^2=2px$（$0<p<5$）上一点M的纵坐标为3，点M到焦点距离为5.

(1)求抛物线C的方程；

(2)过点$(1,0)$作直线交C于A，B两点，过点A，B分别作C的切线l_1与l_2，l_1与l_2相交于点D，过点A作直线l_3垂直于l_1，过点B作直线l_4垂直于l_2，l_3与l_4相交于点E，l_1、l_2、l_3、l_4分别与x轴交于点P、Q、R、S.记$\triangle DPQ$、$\triangle DAB$、$\triangle ABE$、$\triangle ERS$的面积分别为S_1、S_2、S_3、S_4.若$S_1S_2=4S_3S_4$，求直线AB的方程.

参考答案：

1．C

【分析】利用对数函数$y=\log_3 x$在$(0,+\infty)$单调递增，解对数不等式，再结合交集的概念即可.

【详解】$\because y=\log_3 x$在$(0,+\infty)$单调递增，

$\therefore A=\{x|\log_3 x\leq 1\}=(0,3]$，则$A\cap B=(0,2]$.

故选：C.

2．A

【分析】利用复数的除法运算及模长公式计算即可.

【详解】由$(3+4\mathrm{i})z=2+\mathrm{i}\Rightarrow z=\frac{2+\mathrm{i}}{3+4\mathrm{i}}=\frac{(2+\mathrm{i})\cdot(3-4\mathrm{i})}{(3+4\mathrm{i})\cdot(3-4\mathrm{i})}=\frac{2-\mathrm{i}}{5}=\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\mathrm{i}$，

所以$|z|=\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2+\left(-\frac{1}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

故选：A

3．B

【分析】由平面向量的坐标运算结合$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})$得出$x$的值，即可判断出答案.

【详解】由已知得，$\vec{a}+\vec{b}=(1,3+x)$，$\vec{a}-\vec{b}=(3,3-x)$，

若$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})$，则$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0$，即$3+9-x^2=0$，解得$x=\pm 2\sqrt{3}$，

所以“$x=2\sqrt{3}$”$\Rightarrow$“$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})$”，但“$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})$”$\nRightarrow$“$x=2\sqrt{3}$”，

所以“$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})$”是“$x=2\sqrt{3}$”的必要不充分条件，

故选：B.

4．D

【分析】由二项分布方差计算公式可判断 A，由正态分布密度曲线的性质即可判断 B，根据第p百分位数定义可判断 C，可按分层抽样样本方差的计算公式判断 D.

【详解】对于 A，$D(2X-1)=2^2D(X)=4\times 6\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=6$，A 正确；

对于 B，由函数$f(x)=P(x-1<\xi<x+1)$为偶函数，则$f(-x)=f(x)$，

所以$P(-x-1<\xi<-x+1)=P(x-1<\xi<x+1)$，

所以区间$(-x-1,-x+1)$，$(x-1,x+1)$关于$x=\mu$对称，则$\mu=0$，B 正确；

对于 C，$7\times 0.8=5.6$，所以数据 1，3，4，5，7，8，10 的第 80 百分位数是第六个数据 8，C 正确；

对于 D，由按分层抽样样本方差的计算公式可知选项缺少平均数的相关数据，D 错误.

故选：D.

5．C

【分析】根据给定条件，利用诱导公式、二倍角的正余弦公式求解即得.

【详解】由$\tan(\frac{\pi}{4}-\alpha)=3\cos2\alpha$，得$\frac{\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)}{\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)}=3\sin(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=6\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)$，

而$\alpha\in(-\frac{\pi}{2},0)$，则$\frac{\pi}{4}-\alpha\in(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$，$\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)\neq0$，因此$2\cos^2(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{1}{3}$，

即有$1+\cos(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=\frac{1}{3}$，所以$\sin2\alpha=\cos(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=-\frac{2}{3}$.

故选：C

6．C

【分析】由S_n是等比数列$\{a_n\}$的前n项和得S_2,S_4-S_2,S_6-S_4成等比数列，结合$S_6=5S_4-12$，列方程求解即可.

【详解】因为$\{a_n\}$是等比数列，S_n是等比数列$\{a_n\}$的前n项和，

所以S_2,S_4-S_2,S_6-S_4成等比数列，且$S_4-S_2\neq0,S_6-S_4\neq0$，

所以$(S_4-S_2)^2=S_2\cdot(S_6-S_4)$，

又因为$S_6=5S_4-12$，$S_2=3$，

所以$(S_4-3)^2=3(5S_4-12-S_4)$，即$(S_4-3)(S_4-15)=0$，解得$S_4=3$或$S_4=15$，

因为$S_4-S_2\neq0$，

所以$S_4=15$，

故选：C.

7．B

【分析】先化简为$f(x)=\sqrt{3}\cos\omega x+\sin\omega x=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$，当$0\leq x\leq5\pi$时，得到$\frac{\pi}{3}\leq\omega x+\frac{\pi}{3}\leq5\omega\pi+\frac{\pi}{3}$.若函数$g(x)=[f(x)]^2-4$在$x\in[0,5\pi]$恰好有 5 个零点，只需函数$f(x)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$在区间$[0,5\pi]$上恰有 5 条对称轴．结合正弦函数的图象可建立$\frac{9\pi}{2}\leq5\omega\pi+\frac{\pi}{3}<\frac{11\pi}{2}$，求解即可.

【详解】$f(x)=\sqrt{3}\cos\omega x+\sin\omega x=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$，

令$g(x)=[f(x)]^2-4=0$，得$f(x)=\pm2$，

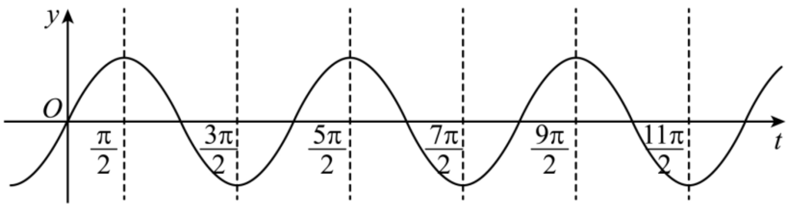
因为函数$g(x)=[f(x)]^2-4$在$x\in[0,5\pi]$恰好有 5 个零点，

所以函数$f(x)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$在$[0,5\pi]$上恰有 5 条对称轴.

当$0 \le x \le 5\pi$时，$\frac{\pi}{3} \le \omega x + \frac{\pi}{3} \le 5\omega\pi + \frac{\pi}{3}$,

令$\omega x + \frac{\pi}{3} = t$ $\left(\frac{\pi}{3} \le t \le 5\omega\pi + \frac{\pi}{3}\right)$,

则$y = \sin t$在$\left[\frac{\pi}{3}, 5\omega\pi + \frac{\pi}{3}\right]$上恰有 5 条对称轴，如图：



所以$\frac{9\pi}{2} \le 5\omega\pi + \frac{\pi}{3} < \frac{11\pi}{2}$，解得$\omega \in \left[\frac{5}{6}, \frac{31}{30}\right)$.

故选：B.

8．B

【分析】利用割补法与棱锥体积公式分别求所截两部分的体积即可.

【详解】如图，连接GE交PD于点H，连接FH，则平面BGE将四棱锥$P-ABCD$分成多面体$P-FABEH$和多面体$FDH-BCE$两部分，显然$V_1 = V_{P-FABEH}, V_2 = V_{FDH-BCE}$.

设平行四边形$ABCD$的面积为S，因为点F为AD的中点，所以$S_{\triangle GFD} = \frac{1}{4}S, S_{\triangle GBC} = S$，

设P到平面$ABCD$的距离为h，因为点E为PC的中点，所以点E到平面$ABCD$的距离为$\frac{1}{2}h$，

取PD中点M，连接EM，则$EM \parallel CD$，且$EM = \frac{1}{2}CD$，

又点G, D, C共线且$GD = DC$，所以$EM \parallel GD$，且$EM = \frac{1}{2}GD$，

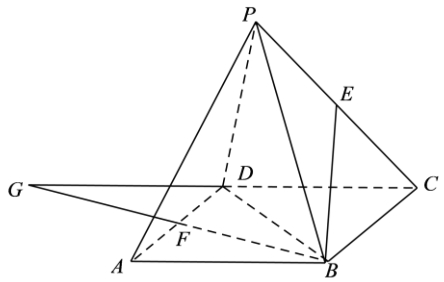
所以$\frac{MH}{HD} = \frac{ME}{GD} = \frac{1}{2}$，所以$\frac{DH}{PD} = \frac{\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{3}$，所以点$H$到平面$ABCD$的距离为$\frac{1}{3}h$，

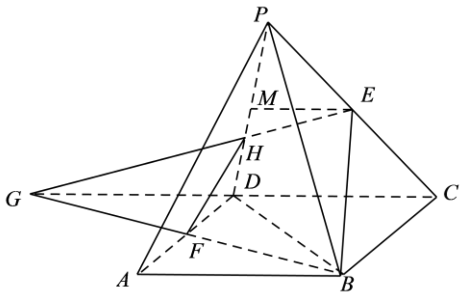
故$V_2 = V_{E-GBC} - V_{H-GFD} = \frac{1}{3}S \cdot \frac{1}{2}h - \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}S \cdot \frac{1}{3}h = \frac{5}{36}Sh$，

$V_1 = V_{P-ABCD} - V_2 = \frac{1}{3}Sh - \frac{5}{36}Sh = \frac{7}{36}Sh$,

因此$\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

故选：B.





【点睛】求不规则几何体的体积通常使用割补法.

9．ABD

【分析】化简直线为$m(x-2)+(y-1)=0$，进而可判定 A 正确；利用弦长公式，求得AB的最小值，可判定 B 正确；根据直线l与圆O有总有两个公共点，可得点$M(2,1)$在圆O内部，可判定 C 不正确；结合向量的数量积的公式，以及直线与圆的位置关系，可判定 D 正确.

【详解】由直线$l{:}\,mx+y-1-2m=0$，可化为$m(x-2)+(y-1)=0$，

由方程组$\begin{cases}x-2=0\\y-1=0\end{cases}$，解得$x=2,y=1$，即直线$l$过定点$M(2,1)$，所以 A 正确；

当$r=4$时，圆O的方程为$x^2+y^2=16$，可得圆心$O(0,0)$，

则$|OM|=\sqrt{5}$，可得线段AB长的最小值为$2\sqrt{r^2-|OM|^2}=2\sqrt{11}$，所以 B 正确；

因为直线l与圆O有总有两个公共点，可得点$M(2,1)$在圆O内部，

所以$2^2+1^2<r^2$，解得$0<r<\sqrt{5}$，所以 C 不正确；

当$r=4$时，圆O的方程为$x^2+y^2=16$，

则$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\left|\overrightarrow{OA}\right|\left|\overrightarrow{OB}\right|\cos\angle AOB=16\cos\angle AOB$，

当直线l过圆心$O(0,0)$，此时$\angle AOB=\pi$，可得$\cos\angle AOB$的最小值-1，

所以$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$有最小值为$-16$，所以 D 正确.

故选：ABD.

10．AC

【分析】由函数解析式，根据奇偶性的定义，可得 A、B 的正误；根据函数对称性，可得 C 的正误；根据余弦函数的性质，可得 D 的正误.

【详解】由函数$f(x)=\cos x+\frac{1}{\cos x}$，其定义域为$\left\{x\,\middle|\,x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\right\}(k\in\mathrm{Z})$，

且$f(-x)=\cos(-x)+\frac{1}{\cos(-x)}=\cos x+\frac{1}{\cos x}=f(x)$，故函数$f(x)$为偶函数，故 A 正确，B 错误；

由$-f(\pi-x)=-\left[\cos(\pi-x)+\frac{1}{\cos(\pi-x)}\right]=\cos x+\frac{1}{\cos x}=f(x)$，则函数$f(x)$关于$\left(\frac{\pi}{2},0\right)$对称，

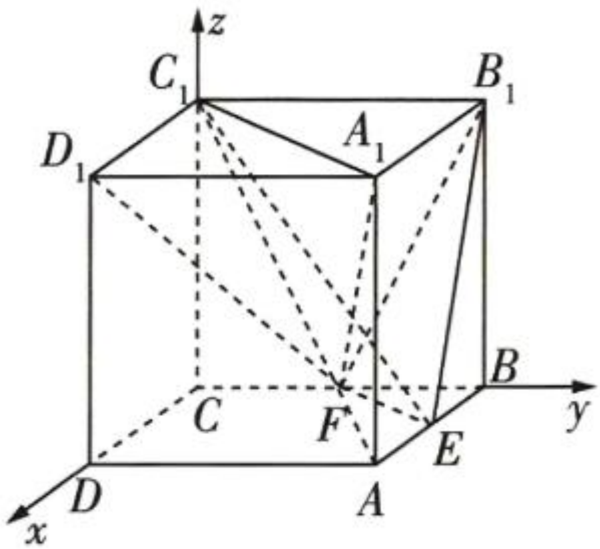
故 C 正确；

当$x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$时，$\cos x<0$，则$f(x)<0$，故 D 错误.

故选：AC.

11．ACD

【分析】选项 A 求异面直线的距离，转化成求点A到面A_1BC的距离；选项 B 用向量法求$\overrightarrow{A_1F}$垂直于平面ACD_1的法向量即可判断；选项 C 用向量垂直证明；选项 D 用补体积法判断.



【详解】

以 C 为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系，设$AB=1,AE=BF=a\in(0,1)$，则

$A(1,1,0),A_1(1,1,1),C_1(0,0,1),E(1-a,1,0),F(0,1-a,0),B_1(0,1,1),D_1(1,0,1)$

对 A，由图可知，因为A_1F与AD是异面直线，转化为求异面直线的距离，

因为$AD//BC$,$AD\not\subset$平面A_1BC，

所以$AD//$面A_1BC，所以点A到面A_1BC的距离为AB_1的一半，等于$\frac{\sqrt{2}}{2}$，即为异面直线A_1F与AD的距离；故 A 正确；

对 B，$\overrightarrow{CA}=(1,1,0),\overrightarrow{CD_1}=(1,0,1)$，设平面$ACD_1$的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$

则$\begin{cases}x+y=0\\x+z=0\end{cases}$，取$x=1$，则$y=-1,z=-1$，所以$\vec{n}=(1,-1,-1)$，

若存在点F使得A_1F和平面ACD_1平行，

因为$\overrightarrow{A_1F}=(-1,-a,-1)$，

则$\overrightarrow{A_1F}\perp\vec{n}$，故$1\cdot(-1)+(-a)\cdot(-1)+(-1)\cdot(-1)=0\Rightarrow a=0$，不符合题意，故 B 错误；

对 C，所以$\overrightarrow{A_1F}=(-1,-a,-1),\overrightarrow{C_1E}=(1-a,1,-1)$

则$\overrightarrow{A_1F}\cdot\overrightarrow{C_1E}=-1+a-a+1=0$，所以$A_1F\perp C_1E$，故 C 正确；

对 D，采用补体积法，将三棱锥B_1-BEF补到以BEF为底面以BB_1为高的长方体里，则长方体的体对角线为外接球的半径的二倍，

体对角线长为$\sqrt{|BE|^2+|BF|^2+|BB_1|^2}=\sqrt{(1-a)^2+a^2+1^2}\geq\sqrt{\frac{[(1-a)+a]^2}{2}+1^2}=\sqrt{\frac{3}{2}}$，

当且仅当$1-a=a$时取等号；故 D 正确；

故选：ACD

12．BCD

【分析】根据函数$f(x)=x^3-6x^2+9x$，求导后可判断原函数的单调性，根据数形结合思想，令$f(x_1)=f(x_2)=f(x_3)=t$，则$0<t<4$，可判断出$0<x_1<1$，$1<x_2<3$，$3<x_3<4$，由三次方程$ax^3+bx^2+cx+d=0(a\neq 0)$的韦达定理为$x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=\frac{c}{a}$，$x_1x_2x_3=-\frac{d}{a}$，凑出选项，利用不等式的性质或者函数的单调性求出范围即可.

【详解】因为$f(x)=x^3-6x^2+9x$，$x\in R$，所以$f'(x)=3x^2-12x+9=3(x^2-4x+3)=3(x-1)(x-3)$，

所以当$f'(x)<0$时，$1<x<3$，当$f'(x)>0$时，$x<1$或$x>3$，

所以当$1<x<3$时，$f(x)=x^3-6x^2+9x$单调递减，

当$x<1$或$x>3$时，$f(x)=x^3-6x^2+9x$单调递增，

且当$x=1$时，$f(1)=1^3-6\times 1^2+9\times 1=4$，

当$x=3$时，$f(3)=3^3-6\times 3^2+9\times 3=0$，

且$f(x)=4$时，$x=1$或$x=4$，

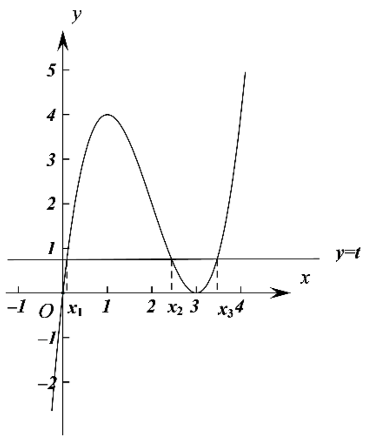
$f(2+x)=(2+x)^3-6(2+x)^2+9(2+x)$，

$f(2-x)=(2-x)^3-6(2-x)^2+9(2-x)$，

整理得：$f(2+x)+f(2-x)=4$，

所以$f(x)$的对称中心为$(2，2)$，

如图所示：



令$f(x_1)=f(x_2)=f(x_3)=t$，$0<t<4$则由图可知：

$0<x_1<1$，$1<x_2<3$，$3<x_3<4$，所以 A 错误；

B 选项中，$f(a)-f(b)=(a^3-b^3)-6(a^2-b^2)+9(a-b)=(a-b)[(a+b-3)^2-ab]$，

又因为$0<x_1<1$，所以$1<2-x_1<2$，且$1<x_2<3$，

所以$f(2-x_1)-f(x_1)=(2-2x_1)(x_1-1)^2>0$，

所以$f(2-x_1)>f(x_1)=f(x_2)$，

因为$f(x)$在$(1,3)$上单调递减，故$2-x_1<x_2$，所以$x_1+x_2>2$，B 正确；

C 选项中，根据三次方程的韦达定理知，$x_1+x_2+x_3=6$，

所以$2x_2+x_3=6+x_2-x_1>6$，所以 C 正确；

D 选项中，因为$0<x_1<1$，$1<x_2<3$，$3<x_3<4$，

所以$x_1x_2x_3>0$，由$0<x_1<1$，$1<x_2<3$知，$(x_1+x_2-3)^2-x_1x_2=0$，

由 B 知，$x_1+x_2>2$，所以$2<x_1+x_2<4$，

故$x_1x_2=(x_1+x_2-3)^2\in(0,1)$，又$3<x_3<4$，所以$0<x_1x_2x_3<4$，所以 D 正确.

故选：BCD

13．-10

【分析】根据二项式定理计算即可.

【详解】设$(x-2y)^5$的通项为$T_{r+1}=\mathrm{C}_5^r x^{5-r}(-2y)^r \Rightarrow T_r=\mathrm{C}_5^r\cdot(-2)^r x^{5-r}y^r$，

当$r=1$时，$T_2=\mathrm{C}_5^1\cdot(-2)^1x^4y^1=-10x^4y$.

故答案为：-10

14．-1

【分析】推导出函数$f(x)$是周期为8的周期函数，根据题中条件求出$f(k)(k=1,2,3,\cdots,8)$的值，结合函数的周期性可求得$\sum_{k=1}^{2023}f(k)$的值.