2022-2023学年江苏连云港市赣马高级中学高二上学期数学期中模拟卷（4）

一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 两平行直线$l_1:x-2y-\sqrt{10}=0$，$l_2:4y-2x-3\sqrt{10}=0$之间的距离为(　　)

A. $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$　　B. 3　　C. $\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{2}$

2. 如果圆$(x-a)^2+(y-1)^2=1$上总存在两个点到原点的距离为2，则实数a的取值范围是(　　)

A. $(-2\sqrt{2},0)\cup(0,2\sqrt{2})$　　B. $(-2\sqrt{2},2\sqrt{2})$

C. $(-1,0)\cup(0,1)$　　D. $(-1,1)$

3. 已知椭圆的$\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{4}=1$的焦距为2，则$m$的值为(　　)

A. 5　　B. 8　　C. 3或5　　D. 5或8

4. $8.$已知焦点在x轴上的椭圆$\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{4}=1$的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则实数$m$等于(　　)

A. 2　　B. 8　　C. $4+2\sqrt{2}$　　D. $4-2\sqrt{2}$

5. 已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$\sqrt{3}$，则该双曲线的渐近线方程为(　　)

A. $y=\pm 2x$　　B. $y=\pm\sqrt{2}x$　　C. $y=\pm\dfrac{1}{2}x$　　D. $y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$

6. 若圆$x^2+y^2-2x-6y+1=0$上恰有三点到直线$y=kx$的距离为2，则k的值为(　　)

A. $\dfrac{1}{2}$或2　　B. $\dfrac{3}{4}$或$\dfrac{4}{3}$　　C. 2　　D. $\dfrac{4}{3}$

7. 若圆$x^2+y^2-2x-6y+1=0$上恰有三点到直线$y=kx$的距离为2，则k的值为(　　)

A. $\dfrac{1}{2}$或2　　B. $\dfrac{4}{3}$或$\dfrac{3}{4}$　　C. 2　　D. $\dfrac{4}{3}$

8. 以抛物线C的顶点为圆心的圆交C于A，B两点，交C的准线于D、E两点．已知$|AB|=4\sqrt{2}$，$|DE|=2\sqrt{5}$，则C的焦点到准线的距离为（　　）

A. 8　　B. 6　　C. 4　　D. 2

二、多选题：本题共4小题，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 下列说法正确的是(　　)

A. 直线$y=ax-2a+4(a\in R)$必过定点$(2,4)$

B. 直线$y+1=3x$在 y 轴上的截距为 1

C. 直线$x+\sqrt{3}y+1=0$的倾斜角为120°

D. 过点$(-2,3)$且垂直于直线$x-2y+3=0$的直线方程为$2x+y+1=0$

10. 过点$P(3,4)$作圆 C：$x^2+y^2=4$的两条切线，切点分别为 A，B，则下列说法正确的是(　)

A. $|AB|=\dfrac{2\sqrt{21}}{5}$

B. AB 所在直线的方程为$3x+4y-4=0$

C. 四边形 PACB 的外接圆方程为$x^2+y^2-3x-4y=0$

D. $\triangle PAB$的面积为$\dfrac{42\sqrt{21}}{25}$

11. 已知点 P 是双曲线$E:\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$的右支上一点，$F_1$、$F_2$是双曲线 E 的左、右焦点，$\triangle PF_1F_2$的面积为 20，则下列说法正确的有(　)

A. 点 P 的横坐标为$\dfrac{20}{3}$

B. $\triangle PF_1F_2$的周长为$\dfrac{80}{3}$

C. $\angle F_1PF_2$大于$\dfrac{\pi}{3}$

D. $\triangle PF_1F_2$的内切圆半径为$\dfrac{3}{2}$

12. 在平面直角坐标系 xOy 中，过抛物线$x^2=2y$的焦点的直线 l 与抛物线的两个交点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则(　)

A. $x_1x_2=1$

B. 以 AB 为直径的圆与直线$y=-\dfrac{1}{2}$相切

C. $OA+OB$的最小值$2\sqrt{2}$

D. 经过点 A 与 x 轴垂直的直线与直线 OB 交点一定在定直线上

三、填空题：本题共 **4** 小题，每小题 **5** 分，共 **20** 分。

13. 中心在原点的双曲线，其渐近线方程是$y=\pm\sqrt{3}x$，且过点$\left(\sqrt{2},\sqrt{3}\right)$，则双曲线的标准方程为__________.

14. 若方程$\sqrt{x^2-1}=2x+m$有实数解，则实数 m 的取值范围是__________.

15. 已知抛物线$y^2=4x$的焦点为 F，抛物线的准线与 x 轴的交点为 K，点$A(2,4)$，过点 F 的动直线 l 与抛物线交于M,N不同的两点，点 M 在 y 轴上的射影为点 B，设直线KM,KN的斜率分别为k_1和k_2. 则$|MA|+|MB|$的最小值为__________，k_1+k_2的值为__________.

16. 已知$\odot M$：$x^2+y^2-2x-2y-2=0$，直线 l：$2x+y+2=0$，P 为 l 上的动点．过点 P 作$\odot M$ 的切线 PA，PB，切点为 A，B，$|PM|\cdot|AB|$ 最小值是__________，此时直线 AB 的方程为__________.

四、解答题：本题共 **6** 小题，共 **70** 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17.（本小题 10 分）

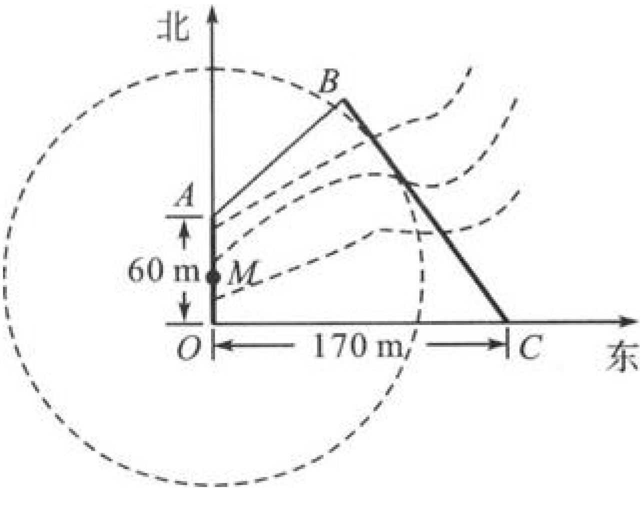
在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x+1$ 与坐标轴的交点都在圆 C 上.

(1) 求圆 C 的方程；

(2) 设过点 $P(0,-2)$ 的直线 l 与圆 C 交于 A，B 两点，且 $AB=2$，求 l 的方程.

18.（本小题 12 分）

如图，为保护河上古桥 OA，规划建一座新桥 BC，同时设立一个圆形保护区．规划要求: 新桥 BC 与河岸 AB 垂直; 保护区的边界为圆心 M 在线段 OA 上并与 BC 相切的圆，且古桥两端 O 和 A 到该圆上任意一点的距离均不小于 $80\,m$. 经测量，点 A 位于点 O 正北方向 $60\ m$ 处，点 C 位于点 O 正东方向 $170\ m$ 处（OC 为河岸），$\tan\angle BCO=\frac{4}{3}$.



(1) 求新桥 BC 的长；

(2) 当 OM 多长时，圆形保护区的面积最大？

19.（本小题 12 分）

已知抛物线 C：$y^2=3x$ 的焦点为 F，斜率为$\frac{3}{2}$的直线 l 与 C 的交点为 A、B，与 x 轴的交点为 P.

(1) 若 $|AF|+|BF|=4$，求 l 的方程.

(2) 若 $\overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{PB}$，求 $|AB|$.

20.（本小题 12 分）

设椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为 F，上顶点为 B. 已知椭圆的短轴长为 4，离心率为$\frac{\sqrt{5}}{5}$.

(I) 求椭圆的方程；

(II) 设点 P 在椭圆上，且异于椭圆的上、下顶点，点 M 为直线 PB 与 x 轴的交点，点 N 在 y 轴的负半轴上．若 $|ON|=|OF|$(O 为原点)，且 $OP\perp MN$，求直线 PB 的斜率．

21.（本小题 12 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 在直线 l：$y=7x+4$ 上，$B(7,3)$，以线段 AB 为直径的圆 C(C 为圆心)与直线 l 相交于另一个点 D，$AB\perp CD$.

(1) 求圆 C 的标准方程；

(2) 若点 A 不在第一象限内，圆 C 与 x 轴的正半轴的交点为 P，过点 P 作两条直线分别交圆于 M，N 两点，且两直线的斜率之积为 -5，试判断直线 MN 是否恒过定点，若是，请求出定点的坐标；若不是，请说明理由．

22.（本小题 12 分）

已知等轴双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 经过点 $(\frac{\sqrt{5}}{2},\frac{1}{2})$.

(1) 求双曲线 C 的标准方程；

(2) 已知点 $B(0,1)$.

①过原点且斜率为 k 的直线与双曲线 C 交于 E，F 两点，求 $\angle EBF$ 最小时 k 的值；

②点 A 是 C 上一定点，过点 B 的动直线与双曲线 C 交于 P，Q 两点，$k_{AP}+k_{AQ}$ 为定值 λ，求点 A 的坐标及实数 λ 的值．

答案和解析

1.【答案】A

【解析】【分析】

本题给出两条直线互相平行，求平行线间的距离，着重考查了两条平行线的距离公式等知识，属于基础题.

先求出两直线斜率，证明两直线平行，再利用两平行线距离公式即可求解.

【解答】

解：由题意得：

$\because$直线$l_1: x-2y-\sqrt{10}=0$，$l_2: 4y-2x-3\sqrt{10}=0$

$\therefore k_1=\dfrac{1}{2}$，$k_2=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$，两直线为平行直线.

直线$l_1: x-2y-\sqrt{10}=0 \Leftrightarrow l_1: 2x-4y-2\sqrt{10}=0$

两平行直线之间的距离为$d=\dfrac{|3\sqrt{10}-(-2\sqrt{10})|}{\sqrt{4+16}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

2.【答案】A

【解析】【分析】

利用圆$(x-a)^2+(y-1)^2=1$和圆$x^2+y^2=4$相交，即可求解.

本题主要考查了圆与圆的位置关系，属于中档题.

【解答】

$\because$圆$(x-a)^2+(y-1)^2=1$上总存在两个点到原点的距离为2，

$\therefore$圆$O: x^2+y^2=4$与圆$C: (x-a)^2+(y-1)^2=1$相交，

$\because |OC|=\sqrt{a^2+1}$，得：$1<\sqrt{a^2+1}<3$，

$\therefore 0<|a|<2\sqrt{2}$，$\therefore -2\sqrt{2}<a<0$或$0<a<2\sqrt{2}$.

故答案为：$(-2\sqrt{2},0)\cup(0,2\sqrt{2})$.

3.【答案】C

【解析】【分析】

本题主要考查了椭圆的标准方程，属于基础题.

根据椭圆方程，根据焦点在 x 轴和在 y 轴分情况表示出焦距可求出 m.

【解答】

解：由椭圆 $\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 的焦距为 2，

得 $2c=2$，则 $c=1$，

依题意得 $4-m=1$ 或 $m-4=1$，

解得 $m=3$ 或 $m=5$，

$\therefore m$ 的值为 3 或 5，

故选 C.

4.【答案】B

【解析】【分析】

本题考查椭圆的几何性质，注意由椭圆的焦点位置，分析椭圆的方程的形式，属于基础题.

根据题意，由椭圆的标准方程分析可得 $a=\sqrt{m}$， $b=2$，则 $c=\sqrt{m-4}$，进而由椭圆的离心率公式 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，解得 m 的值.

【解答】

由题意，得 $a=\sqrt{m}$， $b=2$，则 $c=\sqrt{m-4}$，

所以椭圆的离心率 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{m-4}}{\sqrt{m}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，解得 $m=8$.

故选： B.

5.【答案】B

【解析】【分析】

本题考查了双曲线的性质及几何意义，属于基础题.

由 $e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{3}$，即 $c=\sqrt{3}a$，结合 $c^2=a^2+b^2$，可得 $b=\sqrt{2}a$，即可得出双曲线的渐近线方程.

【解答】

解：双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$，可得 $e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{3}$，

即 $c=\sqrt{3}a$，由 $c^2=a^2+b^2$，可得 $b=\sqrt{2}a$，

渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$，即 $y=\pm\sqrt{2}x$.

故选 B.

6.【答案】D

【解析】【分析】

本题考查圆、直线方程、点到直线距离公式等基础知识.

圆 $x^2+y^2-2x-6y+1=0$ 的圆心 $C(1,3)$，半径 $r=3$，由圆上恰有三点到直线 $y=kx$ 的距离为 2，得到圆心 $C(1,3)$ 到直线 $y=kx$ 的距离为 1，由此能出 k 的值.

【解答】

解：圆 $x^2+y^2-2x-6y+1=0$ 的圆心 $C(1,3)$，

半径 $r=\frac{1}{2}\sqrt{4+36-4}=3$，

$\because$ 圆上恰有三点到直线 $y=kx$ 的距离为 2，

$\therefore$ 圆心 $C(1,3)$ 到直线 $y=kx$ 的距离为 1，

即 $d=\frac{|k-3|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，

解得 $k=\frac{4}{3}$.

故选：D.

7.【答案】D

【解析】【分析】

本题考查实数值的求法，考查圆、直线方程、点到直线距离公式等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力，考查化归与转化思想、函数与方程思想，是中档题.

圆 $x^2+y^2-2x-6y+1=0$ 的圆心 $(1,3)$，半径 $r=3$，由圆上恰有三点到直线 $y=kx$ 的距离为 2，得到圆心 $(1,3)$ 到直线 $y=kx$ 的距离为 1，由此能出 k 的值.

【解答】

解：圆 $x^2+y^2-2x-6y+1=0$，即 $(x-1)^2+(y-3)^2=9$，

圆心 $(1,3)$，半径为 3，

$\because$ 圆上恰有三点到直线 $y=kx$ 的距离为 2，

$\therefore$ 圆心 $(1,3)$ 到直线 $y=kx$ 的距离为 1，

即 $\frac{|k-3|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，

解得 $k=\frac{4}{3}$.

故选 D.

8.【答案】C

【解析】【分析】

本题考查抛物线的简单性质的应用，抛物线与圆的方程的应用，为中档题.

设出抛物线方程，表示出x_A，由$|OD|=|OA|$，列出关系式，即可求解.

【解答】

解：设抛物线为$y^2=2px$，

如图：$|AB|=4\sqrt{2}$，$|AM|=2\sqrt{2}$，

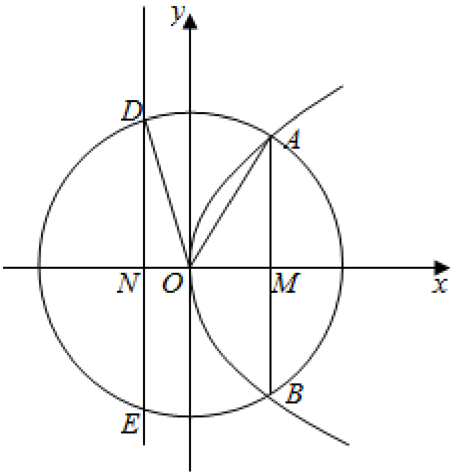
$|DE|=2\sqrt{5}$，$|DN|=\sqrt{5}$，

$|ON|=\frac{p}{2}$，$x_A=\frac{(2\sqrt{2})^2}{2p}=\frac{4}{p}$，

$|OD|=|OA|$，$\frac{16}{p^2}+8=\frac{p^2}{4}+5$，

解得：$p=4$，*C* 的焦点到准线的距离为4.

故选C.



9.【答案】*AD*

【解析】【分析】

本题主要考查了含参数的直线过定点问题，考查了直线在坐标轴上的截距，考查了直线的倾斜角和斜率之间的关系，两直线垂直的判定，属于基础题.

选项 *A* 中直线化为点斜式即可求出直线过定点坐标，选项 *B* 中令$x=0$即可求出直线在 *y* 轴上的截距，选项 *C* 中先求出直线的斜率，进而求出直线的倾斜角即可，选项 *D* 中，先求出已知直线的斜率，再根据两直线垂直时的斜率公式，由点斜式即可得到所求直线方程.

【解答】

解：对于选项 *A*：直线$y=ax-2a+4$可化为$y=a(x-2)+4$，

所以直线必过定点$(2,4)$，故选项 *A* 正确，

对于选项 B：直线 $y+1=3x$，令 $x=0$ 得，$y=-1$，

所以直线在 y 轴上的截距为 -1，故选项 B 错误，

对于选项 C：直线 $x+\sqrt{3}y+1=0$ 的斜率为 $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

所以直线的倾斜角为 150°，故选项 C 错误，

对于选项 D：直线 $x-2y+3=0$ 的斜率为 $\dfrac{1}{2}$，

所以过点 $(-2,3)$ 且垂直于直线 $x-2y+3=0$ 的直线方程为 $y-3=-2(x+2)$，即 $2x+y+1=0$，故选项 D 正确，

故选：$AD.$

10.【答案】BCD

【解析】【分析】

本题考查直线方程的求法，考查直线方程、圆等基础知识，考查运算求解能力，属于中档题.

对 A：先由两点间的距离得 $|CP|$，然后在直角三角形 ACP 中计算 $\sin\angle ACP$，即可求解；

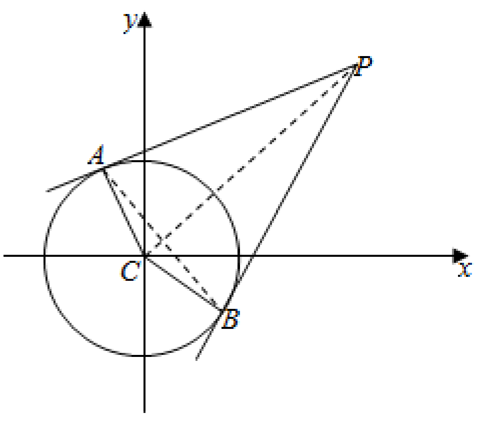
对 B：直线 AB 可看作已知圆与以 AP 为半径，以 P 为圆心的圆的交线，求出未知圆的方程，两圆方程相减，即可判断；

对 C：由题意可知四边形 $PACB$ 的外接圆是以 PC 为直径的圆，根据两点间距离公式可求半径，由中点坐标公式可求圆心，即可求解；

对 D：求出 P 到 AB 的距离，结合 AB 的长度即可求得三角形 PAB 的面积.

【解答】

解：



由题可得 $C(0,0)$，半径 $r=2$，

对 A：$|CP|=\sqrt{3^2+4^2}=5$，在 $\mathrm{Rt}\triangle CAP$ 中，$\cos\angle ACP=\dfrac{|CA|}{|CP|}=\dfrac{2}{5}$，

$\therefore\sin\angle ACP=\sqrt{1-\dfrac{4}{25}}=\dfrac{\sqrt{21}}{5}$，

$\because AB\perp CP$，$\therefore \sin\angle ACP=\dfrac{\frac{1}{2}|AB|}{|AC|}$，$\therefore |AB|=2|CA|\sin\angle ACP=2\times 2\times\dfrac{\sqrt{21}}{5}=\dfrac{4\sqrt{21}}{5}$，故 *A* 错误；

对 *B*：直线 *AB* 可看作已知圆与以 *AP* 为半径 *P* 为圆心的圆的交线，$x^2+y^2=4$ 的圆心 $(0,0)$，半径为 $2.$

$|AP|=\sqrt{CP^2-2^2}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$，以 *AP* 为半径，以 *P* 为圆心的圆的方程为：$(x-3)^2+(y-4)^2=21$，

即 $x^2+y^2-6x-8y+4=0$，

将两圆的方程相减得 $6x+8y=8$，即 $3x+4y-4=0.$

$\therefore$ 直线 *AB* 的方程是 $3x+4y-4=0$，故 *B* 正确；

对 *C*：$\because PA\perp AC$，$PB\perp BC$，所以四边形 *PACB* 的外接圆是以 *PC* 为直径的圆，*PC* 的中点坐标 $(\dfrac{3}{2},2)$，

$PC=5$，

所以四边形 *PACB* 的外接圆为 $(x-\dfrac{3}{2})^2+(y-2)^2=\dfrac{25}{4}$，即 $x^2-3x+y^2-4y=0$，故 *C* 正确；

对 *D*：点 *P* 到 *AB* 的距离 $d=\dfrac{|9+16-4|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{21}{5}$，则 $S_{\triangle PAB}=\dfrac{1}{2}AB\cdot d=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{21}{5}\times\dfrac{4\sqrt{21}}{5}=\dfrac{42\sqrt{21}}{25}$，故 *D* 正确.

故选 $BCD.$

11.【答案】*ABD*

【解析】【分析】

本题考查双曲线的方程和性质，考查三角形的内切圆的性质和等积法的运用，考查方程思想和运算能力，属于中档题.

设 $\triangle F_1PF_2$ 的内心为 *I*，连接 *IP*，IF_1，IF_2，求得双曲线的 *a*，*b*，*c*，不妨设 $P(m,n)$，$m>0$，$n>0$，运用三角形的面积公式求得 *P* 的坐标，运用两直线的夹角公式可得 $\tan\angle F_1PF_2$，由两点的距离公式，可得 $\triangle PF_1F_2$ 的周长，设 $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆半径为 *r*，运用三角形的面积公式和等积法，即可计算 $r.$

【解答】

解：设 $\triangle F_1PF_2$ 的内心为 *I*，连接 *IP*，IF_1，IF_2，

双曲线 $E:\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 的 $a=4$，$b=3$，$c=5$，