浙江省富阳市第二中学 2023-2024 学年高三上数学期末调研模拟试题

注意事项：

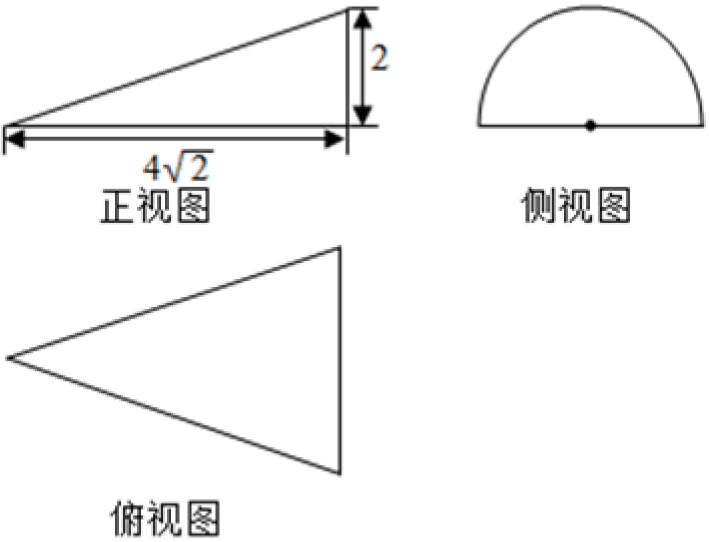
1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．一个几何体的三视图及尺寸如下图所示，其中正视图是直角三角形，侧视图是半圆，俯视图是等腰三角形，该几何体的表面积是 （ ）



A． $16\sqrt{2}+16\pi$

B． $16\sqrt{2}+8\pi$

C． $8\sqrt{2}+16\pi$

D． $8\sqrt{2}+8\pi$

2．已知抛物线 $C:y^2=4x$ 和点 $D(2,0)$，直线 $x=ty-2$ 与抛物线 C 交于不同两点 A， B，直线 BD 与抛物线 C 交于另一点 E．给出以下判断：

①直线 OB 与直线 OE 的斜率乘积为 -2；

② $AE//y$ 轴；

③以 BE 为直径的圆与抛物线准线相切.

其中，所有正确判断的序号是（　　）

A．①②③　　　　B．①②　　　　C．①③　　　　D．②③

3．若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-1\le 0 \\ x-y+3\le 0 \\ x+2\ge 0 \end{cases}$，则 x^2+y^2 的最大值是（　　）

A．$\dfrac{9}{2}$　　B．$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　C．13　　D．$\sqrt{13}$

4．已知实数 x,y 满足不等式组 $\begin{cases} x+y-1\ge 0 \\ 2x-y+4\ge 0 \\ 4x+y-4\le 0 \end{cases}$，则 $|3x+4y|$ 的最小值为（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

5．已知直线 $l_1: ax+2y+4=0$，$l_2: x+(a-1)y+2=0$，则“$a=-1$”是“$l_1 \parallel l_2$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．已知 $\vec{a},\vec{b}$ 是平面内互不相等的两个非零向量,且 $|\vec{a}|=1,\vec{a}-\vec{b}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $150°$,则 $|\vec{b}|$ 的取值范围是（ ）

A．$(0,\sqrt{3}]$　　B．$[1,\sqrt{3}]$　　C．$(0,2]$　　D．$[\sqrt{3},2]$

7．已知函数 $f(x)=x-[x]$，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大正整数，则下列结论正确的是（　　）

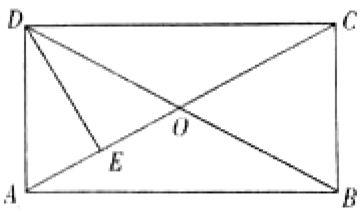
A．$f(x)$ 的值域是 $[0,1]$　　B．$f(x)$ 是奇函数

C．$f(x)$ 是周期函数　　D．$f(x)$ 是增函数

8．已知 $x>0$，$y>0$，$x+2y=3$，则 $\dfrac{x^2+3y}{xy}$ 的最小值为（　　）

A．$3-2\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{2}+1$　　C．$\sqrt{2}-1$　　D．$\sqrt{2}+1$

9．如图所示，矩形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O，E 为 AO 的中点，若 $\overrightarrow{DE}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}(\lambda,\mu\in R)$，则 $\lambda+\mu$ 等于（　　）.



A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．1　　D．-1

10．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{b}$=(1，$\sqrt{3}$)，且 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影为 $\dfrac{1}{2}$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 等于（　　）

A．2　　　　B．1　　　　C．$\frac{1}{2}$　　　　D．0

11．已知实数x、y满足约束条件$\begin{cases} x-y+1\geq 0 \\ 3x-y-3\leq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$，则$z=2x+y$的最大值为（　　）

A．-1　　　　B．2　　　　C．7　　　　D．8

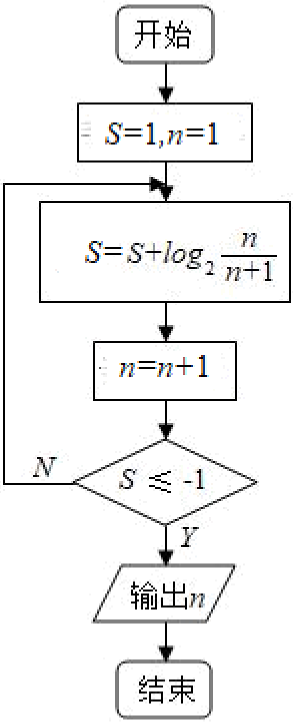
12．函数$y=f(x)$ $(x\in R)$在$(-\infty,1]$上单调递减，且$f(x+1)$是偶函数，若$f(2x-2)>f(2)$，则x 的取值范围是（　　）

A．（2，+∞）　　　　B．（﹣∞，1）∪（2，+∞）

C．（1，2）　　　　D．（﹣∞，1）

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．如图所示的流程图中，输出n的值为______．



14．已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$(\vec{a}+2\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=-6$，且$|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=2$，则$\cos<\vec{a},\vec{b}>=$ ________．

15．已知多项式$(x+2)^m(x+1)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{m+n}x^{m+n}$满足$a_0=4$，$a_1=16$，则$m+n=$________，$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{m+n}=$_________．

16．已知$\int_0^2 x^3dx=n$，则$\left(\frac{1}{x}-2\right)(x+1)^n$展开式$x^2$的系数为_________．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知 A 是抛物线 E：$y^2=2px(p>0)$上的一点，以点 A 和点 $B(2,0)$为直径两端点的圆 C 交直线 $x=1$ 于 M，

N 两点.

（1）若$|MN|=2$，求抛物线 E 的方程；

（2）若 $0<p<1$，抛物线 E 与圆$(x-5)^2+y^2=9$ 在 x 轴上方的交点为 P，Q，点 G 为 PQ 的中点，O 为坐标原点，求直线 OG 斜率的取值范围.

18.（12 分）已知函数 $f(x)=2\sin^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x-1, x\in R.$

（1）求 $f(x)$的单调递增区间；

（2）ΔABC 内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，若 $f(\frac{A}{2})=1$ 且 A 为锐角，$a=3$，$sinC=2sinB$，求ΔABC 的面积.

19.（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=t \\ y=3-2t \end{cases}$ （t 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=4\sin\theta$.

（1）求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 交于 A、B 两点，求 ΔOAB 的面积.

20.（12 分）已知圆 F_1：$(x+1)^1+y^1=r^1(1\le r\le 3)$，圆 F_1：$(x-1)^1+y^1=(4-r)^1$.

（1）证明：圆 F_1 与圆 F_1 有公共点，并求公共点的轨迹 E 的方程；

（1）已知点 $Q(m，0)(m<0)$，过点 E 斜率为 $k(k\neq 0)$ 的直线与（Ⅰ）中轨迹 E 相交于 M，N 两点，记直线 QM 的斜率为 k_1，直线 QN 的斜率为 k_1，是否存在实数 m 使得 $k(k_1+k_1)$为定值？若存在，求出 m 的值，若不存在，说明理由.

21.（12 分）已知函数 $y=f(x)$ 与 $y=e^x$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称.（e 为自然对数的底数）

（1）若 $y=f(x)$ 的图象在点 $A\left(x_0,f\left(x_0\right)\right)$ 处的切线经过点 $(-e,-1)$，求 x_0 的值；

（2）若不等式 $f(x)\leqslant \frac{1}{2}ax^2-(1-a)x-1$ 恒成立，求正整数 a 的最小值.

22.（10 分）每年 3 月 20 日是国际幸福日,某电视台随机调查某一社区人们的幸福度．现从该社区群中随机抽取 18 名,用“10 分制”记录了他们的幸福度指数,结果见如图所示茎叶图,其中以小数点前的一位数字为茎,小数点后的一位数字为叶．若幸福度不低于 8.5 分,则称该人的幸福度为“很幸福”.

	幸福度
7	3 0
8	2 1 4 3 9 8 5 6 7 5
9	7 5 6 5 4 3

(Ⅰ)求从这 18 人中随机选取 3 人,至少有 1 人是“很幸福”的概率；

(Ⅱ)以这 18 人的样本数据来估计整个社区的总体数据,若从该社区(人数很多)任选 3 人,记 X

表示抽到“很幸福”的人数,求 X 的分布列及 $E\left(X\right)$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

由三视图可知该几何体的直观图是轴截面在水平面上的半个圆锥，表面积为

$\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\sqrt{2}+\frac{1}{2}\pi 2^{2}+\frac{1}{2}\pi\cdot 2\cdot 6=8\sqrt{2}+8\pi$,故选 **D**.

2、**B**

【解析】

由题意，可设直线 DE 的方程为 $x=my+2$ ，利用韦达定理判断第一个结论；将 $x=ty-2$ 代入抛物线 C 的方程可得，$y_Ay_1=8$，从而，$y_A=-y_2$，进而判断第二个结论;设 F 为抛物线 C 的焦点，以线段 BE 为直径的圆为 M ，则圆心 M 为线段 BE 的中点．设 B ，E 到准线的距离分别为 d_1 ，d_2 ，e M 的半径为 R ，点 M 到准线的距离为 d ，显然 B ，E ，F 三点不共线，进而判断第三个结论.

【详解】

解：由题意，可设直线 DE 的方程为 $x=my+2$ ，

代入抛物线 C 的方程，有 $y^2-4my-8=0$.

设点 B ，E 的坐标分别为 $\left(x_1,y_1\right)$ ，$\left(x_2,y_2\right)$ ，

则 $y_1+y_2=4m$ ，$y_1y_2=-8$.

所 $x_1x_2=\left(my_1+2\right)\left(my_2+2\right)=m^2y_1y_2+2m\left(y_1+y_2\right)+4=4$.

则直线 OB 与直线 OE 的斜率乘积为 $\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=-2$. 所以①正确.

将 $x=ty-2$ 代入抛物线 C 的方程可得，$y_Ay_1=8$ ，从而，$y_A=-y_2$ ，

根据抛物线的对称性可知，A ，E 两点关于 x 轴对称，

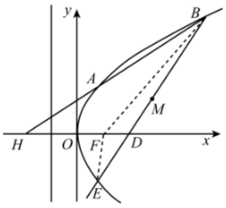
所以直线 $AE//y$ 轴．所以②正确．

如图，设 F 为抛物线 C 的焦点，以线段 BE 为直径的圆为 M ，

则圆心 M 为线段 BE 的中点．设 B ， E 到准线的距离分别为 d_1 ， d_2 ， e M 的半径为 R ，点 M 到准线的距离为 d ，

显然 B ， E ， F 三点不共线，

则 $d=\dfrac{d_1+d_2}{2}=\dfrac{|BF|+|EF|}{2}>\dfrac{|BE|}{2}=R$ ．所以③不正确．



故选：**B.**

【点睛】

本题主要考查抛物线的定义与几何性质、直线与抛物线的位置关系等基础知识，考查运算求解能力、推理论证能力和创新意识，考查数形结合思想、化归与转化思想,属于难题．

3、**C**

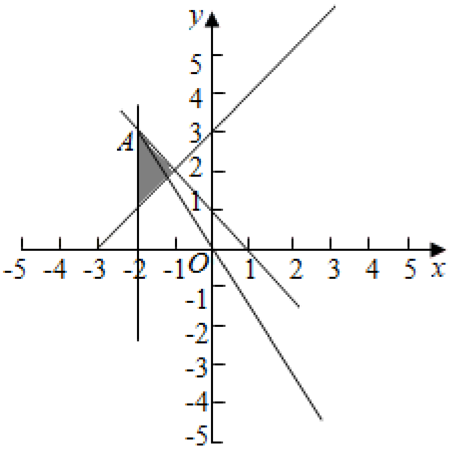
【解析】

由已知画出可行域，利用目标函数的几何意义求最大值．

【详解】

解：x^2+y^2 表示可行域内的点 (x,y) 到坐标原点的距离的平方，画出不等式组表示的可行域，如图，由 $\begin{cases}x+y-1=0\\x+2=0\end{cases}$

解得 $\begin{cases}y=3\\x=-2\end{cases}$ 即 $A(-2,3)$



点 $A(-2,3)$ 到坐标原点 $(0,0)$ 的距离最大，即 $(x^2+y^2)_{max}=(-2)^2+3^2=13$ ．

故选：C．

【点睛】

本题考查线性规划问题，考查数形结合的数学思想以及运算求解能力，属于基础题．

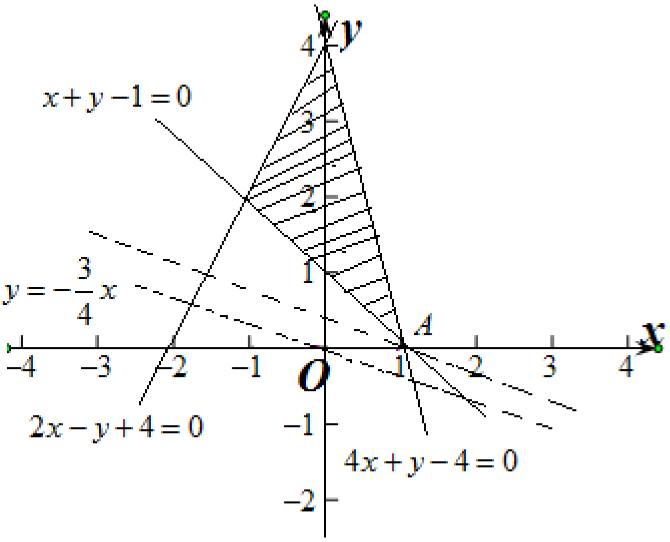
4、**B**

【解析】

作出约束条件的可行域，在可行域内求 $z=3x+4y$ 的最小值即为 $|3x+4y|$ 的最小值，作 $y=-\dfrac{3}{4}x$，平移直线即可求解．

【详解】

作出实数 x,y 满足不等式组 $\begin{cases}x+y-1\geq 0\\2x-y+4\geq 0\\4x+y-4\leq 0\end{cases}$ 的可行域，如图（阴影部分）



令 $z=3x+4y$，则 $y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{z}{4}$，

作出 $y=-\dfrac{3}{4}x$，平移直线，当直线经过点 $A(1,0)$时，截距最小，

故 $z_{\min}=3\times 1+0=3$，

即 $|3x+4y|$ 的最小值为 3．

故选：**B**

【点睛】

本题考查了简单的线性规划问题，解题的关键是作出可行域、理解目标函数的意义，属于基础题．

5、**C**

【解析】

先得出两直线平行的充要条件，根据小范围可推导出大范围，可得到答案．

【详解】

直线$l_1: ax+2y+4=0$，$l_2: x+\left(a-1\right)y+2=0$，$l_1 \parallel l_2$的充要条件是$a\left(a-1\right)=2 \Rightarrow a=2$或$a=-1$，当 **a=2** 时，化简后发现两直线是重合的，故舍去，最终 **a=-1**.因此得到“$a=-1$”是“$l_1 \parallel l_2$”的充分必要条件.

故答案为 **C**.

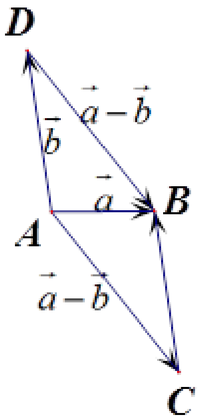
【点睛】

判断充要条件的方法是：①若 **p⇒q** 为真命题且 **q⇒p** 为假命题，则命题 **p** 是命题 **q** 的充分不必要条件；②若 **p⇒q** 为假命题且 **q⇒p** 为真命题，则命题 **p** 是命题 **q** 的必要不充分条件；③若 **p⇒q** 为真命题且 **q⇒p** 为真命题，则命题 **p** 是命题 **q** 的充要条件；④若 **p⇒q** 为假命题且 **q⇒p** 为假命题，则命题 **p** 是命题 **q** 的即不充分也不必要条件．⑤判断命题 **p** 与命题 **q** 所表示的范围，再根据“谁大谁必要，谁小谁充分”的原则，判断命题 **p** 与命题 **q** 的关系．

6、C

【解析】

试题分析：如下图所示，$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, 则$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}=\vec{a}-\vec{b}$，因为$\vec{a}-\vec{b}$与$\vec{b}$的夹角为$150°$，即$\angle DAB=150°$，所以$\angle ADB=30°$，设$\angle DBA=\theta$，则$0<\theta<150°$，在三角形$ABD$中，由正弦定理得$\dfrac{|\vec{a}|}{\sin 30°}=\dfrac{|\vec{b}|}{\sin\theta}$，所以$|\vec{b}|=\dfrac{|\vec{a}|}{\sin 30°}\times\sin\theta=2\sin\theta$，所以$0<|\vec{b}|\le 2$，故选 **C**.



考点：**1**．向量加减法的几何意义；**2**．正弦定理；**3**．正弦函数性质．

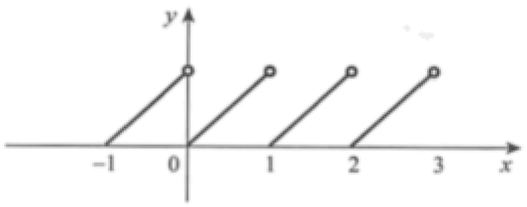
7、C

【解析】

根据$\left[x\right]$表示不超过x的最大正整数，可构建函数图象，即可分别判断值域、奇偶性、周期性、单调性，进而下结论.

【详解】

由$\left[x\right]$表示不超过x的最大正整数，其函数图象为



选项 **A**，函数 $f\left(x\right)\in\left[0,1\right)$，故错误；

选项 **B**，函数 $f\left(x\right)$为非奇非偶函数，故错误；

选项 **C**，函数 $f\left(x\right)$是以 **1** 为周期的周期函数，故正确；

选项 **D**，函数 $f\left(x\right)$在区间$\cdots\left[0,1\right),\left[1,2\right),\left[2,3\right)\cdots$ 上是增函数，但在整个定义域范围上不具备单调性，故错误.

故选：**C**

【点睛】

本题考查对题干$\left[x\right]$的理解，属于函数新定义问题，可作出图象分析性质，属于较难题.

8、**B**

【解析】

$\frac{x^2+3y}{xy}=\frac{x^2+(x+2y)y}{xy}=\frac{x}{y}+1+\frac{2y}{x}\geq 1+2\sqrt{\frac{x}{y}\cdot\frac{2y}{x}}=1+2\sqrt{2}$,选 **B**

9、**A**

【解析】

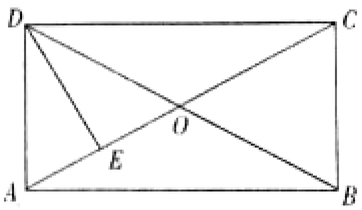
由平面向量基本定理，化简得$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$，所以$\lambda=\frac{1}{4}$， $\mu=-\frac{3}{4}$，即可求解，得到答案.

【详解】

由平面向量基本定理，化简$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{DA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)$

$=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$，所以$\lambda=\frac{1}{4}$， $\mu=-\frac{3}{4}$，即$\lambda+\mu=-\frac{1}{2}$，

故选 **A**.



【点睛】

本题主要考查了平面向量基本定理的应用，其中解答熟记平面向量的基本定理，化简得到$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$

是解答的关键，着重考查了运算与求解能力，数基础题.

10、**B**

【解析】

先求出$\left|\vec{b}\right|$，再利用投影公式$\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}$求解即可.

【详解】

解：由已知得$\left|\vec{b}\right|=\sqrt{1+3}=2$，

由$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为$\dfrac{1}{2}$，得$\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{1}{2}$，

则$\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}\left|\vec{b}\right|=1$.

故答案为：**B.**

【点睛】

本题考查向量的几何意义，考查投影公式的应用，是基础题.

11、**C**

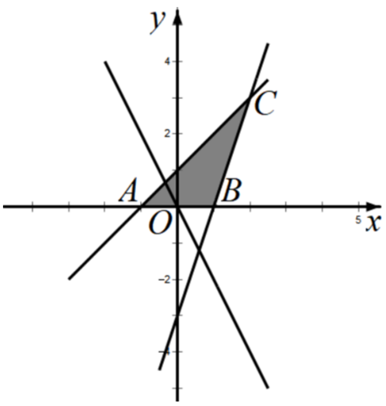
【解析】

作出不等式组表示的平面区域，作出目标函数对应的直线，结合图象知当直线过点C时，z取得最大值.

【详解】

解：作出约束条件表示的可行域是以$(-1,0),(1,0),(2,3)$为顶点的三角形及其内部，如下图表示：

当目标函数经过点$C\left(2,3\right)$时，z取得最大值，最大值为7.



故选：**C.**

【点睛】

本题主要考查线性规划等基础知识；考查运算求解能力，数形结合思想，应用意识,属于中档题.

12、**B**