浙江省金华市名校 2024 届数学高三上期末综合测试试题

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

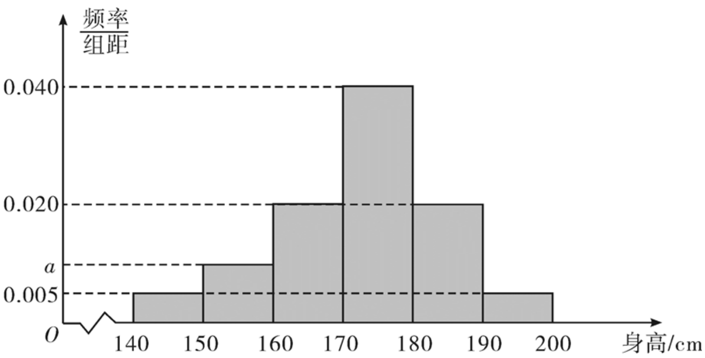
1．正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=\sqrt{2}AB$，D 是 BC 的中点，则异面直线 AD 与 A_1C 所成的角为（　　）

A． $\frac{\pi}{6}$　　**B．** $\frac{\pi}{4}$　　**C．** $\frac{\pi}{3}$　　**D．** $\frac{\pi}{2}$

2．若点(2，k)到直线 5x-12y+6=0 的距离是 4，则 k 的值是(　　)

A． 1　　**B．** -3　　**C．** 1 或 $\frac{5}{3}$　　**D．** -3 或 $\frac{17}{3}$

3．从某市的中学生中随机调查了部分男生，获得了他们的身高数据，整理得到如下频率分布直方图：



根据频率分布直方图，可知这部分男生的身高的中位数的估计值为

A． 171.25cm　　**B．** 172.75cm

C． 173.75cm　　**D．** 175cm

4．已知 $(1+x)^n$ 的展开式中第 4 项与第 8 项的二项式系数相等，则奇数项的二项式系数和为（　　）.

A． 2^{12}　　**B．** 2^{11}　　**C．** 2^{10}　　**D．** 2^{9}

5．已知角 α 的顶点与坐标原点 O 重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，它的终边过点 $P(-3,-4)$，则 $\tan\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ 的值为（　　）

A． $-\frac{24}{7}$　　**B．** $-\frac{17}{31}$　　**C．** $\frac{24}{7}$　　**D．** $\frac{17}{31}$

6．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E，F，G 分别为棱 A_1D_1，D_1D，A_1B_1 的中点，给出下列命题 ①$AC_1\perp EG$

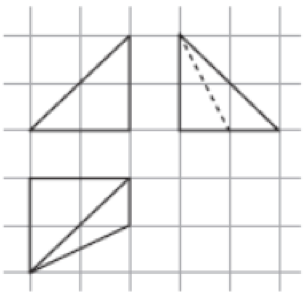
；②$GC//ED$；③$B_1F\perp$平面BGC_1；④EF和BB_1成角为$\frac{\pi}{4}$.正确命题的个数是（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

7．已知函数$f\left(x\right)=e^{\frac{x}{2}-1}$，$g\left(x\right)=\ln\frac{x}{2}+1$，若$f\left(m\right)=g\left(n\right)$成立，则$n-m$的最小值为（　　）

A．0　　B．4　　C．$3e-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{5+\ln 6}{2}$

8．如图网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的所有棱中最长棱的长度为（　　）

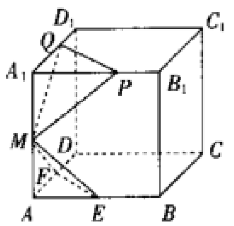


A．2　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．1

9．$\left(x^2-2\right)(x+2)^5$的展开式中含$x^4$的项的系数为（　　）

A．-20　　B．60　　C．70　　D．80

10．在棱长为*a*的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，*E*、*F*、*M*分别是*AB*、*AD*、AA_1的中点，又*P*、*Q*分别在线段A_1B_1、A_1D_1上，且$A_1P=A_1Q=m(0<m<a)$，设平面$MEF\cap$平面$MPQ=l$，则下列结论中不成立的是（　　）



A．$l//$平面BDD_1B_1　　B．$l\perp MC$

C．当$m=\frac{a}{2}$时，平面$MPQ\perp MEF$　　D．当*m*变化时，直线*l*的位置不变

11．在复平面内，复数$i(2+i)$对应的点的坐标为（　　）

A．$(1,2)$　　B．$(2,1)$　　C．$(-1,2)$　　D．$(2,-1)$

12．已知函数$f(x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}$，$a=f\left(2^{0.3}\right)$，$b=f\left(0.2^{0.3}\right)$，$c=f\left(\log_{0.3}2\right)$，则$a$，$b$，$c$的大小关系为（　　）

A．$b<a<c$　　B．$c<b<a$　　C．$b<c<a$　　D．$c<a<b$

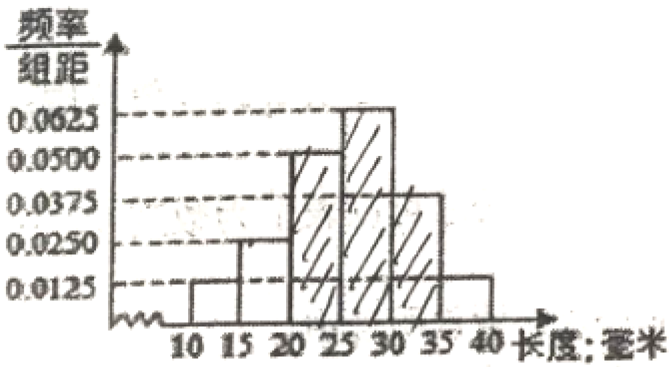
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．集合 $A=\{x\mid x=2k-1,k\in Z\}$，$B=\{1,2,3,4\}$，则 $A\cap B=$______.

14．设 P 为有公共焦点 F_1,F_2 的椭圆 C_1 与双曲线 C_2 的一个交点，且 $PF_1\perp PF_2$，椭圆 C_1 的离心率为 e_1，双曲线 C_2 的离心率为 e_2，若 $e_2=3e_1$，则 $e_1=$______________.

15．已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，其导函数为 $f'(x)$．若 $x>0$ 时，$f'(x)<2x$，则不等式 $f(2x)-f(x-1)>3x^2+2x-1$ 的解集是___________.

16．为了了解一批产品的长度（单位：毫米）情况，现抽取容量为 **400** 的样本进行检测，如图是检测结果的频率分布直方图，根据产品标准，单件产品长度在区间 $[25,30)$ 的一等品，在区间 $[20,25)$ 和 $[30,35)$ 的为二等品，其余均为三等品，则样本中三等品的件数为__________.



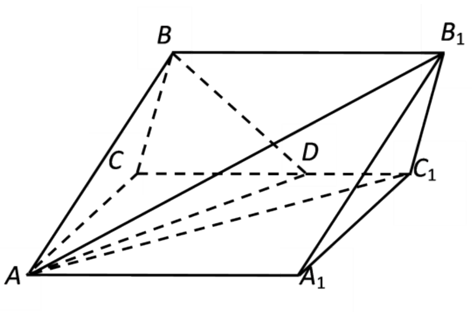
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f(x)=xe^x-ae^{2x}$（$a\in\mathbf{R}$）在定义域内有两个不同的极值点.

（1）求实数 a 的取值范围；

（2）若 $f(x)$ 有两个不同的极值点 x_1，x_2，且 $x_1<x_2$，若不等式 $x_1+\lambda x_2>0$ 恒成立.求正实数 λ 的取值范围.

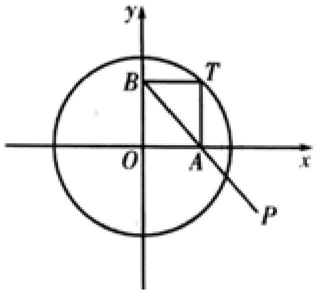
18．（12 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，已知四边形 AA_1C_1C 为矩形，$AA_1=6$，$AB=AC=4$，$\angle BAC=\angle BAA_1=60^\circ$，$\angle A_1AC$ 的角平分线 AD 交 CC_1 于 D.



（1）求证:平面 $BAD\perp$ 平面 AA_1C_1C；

（2）求二面角 $A-B_1C_1-A_1$ 的余弦值.

19.（12 分）如图，点 T 为圆 O：$x^2+y^2=1$ 上一动点，过点 T 分别作 x 轴，y 轴的垂线，垂足分别为 A，B，连接 BA 延长至点 P，使得 $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AP}$，点 P 的轨迹记为曲线 C.



（1）求曲线 C 的方程；

（2）若点 A，B 分别位于 x 轴与 y 轴的正半轴上，直线 AB 与曲线 C 相交于 M，N 两点，且 $|AB|=1$，试问在曲线 C 上是否存在点 Q，使得四边形 $OMQN$ 为平行四边形，若存在，求出直线 l 方程；若不存在，说明理由.

20.（12 分）已知 $f(x)=x-\dfrac{1}{2}(\ln x)^2-k\ln x-1$ $(k\in\mathbf{R})$.

（1）若 $f(x)$ 是 $(0,+\infty)$ 上的增函数，求 k 的取值范围；

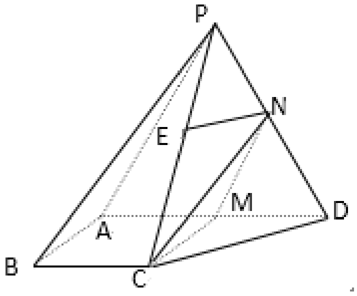
（2）若函数 $f(x)$ 有两个极值点，判断函数 $f(x)$ 零点的个数.

21.（12 分）在三棱锥□ − □□□中，□□□□ = □□□□ = □□□□ = 90°, □□□□ = 45∘, □□□□ = 60°, □为棱□□的中点，□□ = 2

(I)证明：□□ ⊥ □□；

(II)求直线□□与平面□□□所成角的正弦值.

22.（10 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧面 PAD 为等边三角形，且垂直于底面 $ABCD$，$AB=BC=1$，$\angle BAD=\angle ABC=90^\circ$，$\angle ADC=45^\circ$，$M,N$ 分别是 AD，PD 的中点.



（1）证明：平面 CMN // 平面 PAB；

（2）已知点E在棱PC上且$\overrightarrow{CE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$，求直线$NE$与平面$PAB$所成角的余弦值.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

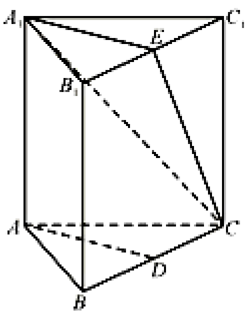
1、**C**

【解析】

取B_1C_1中点E，连接A_1E，CE，根据正棱柱的结构性质，得出$A_1E // AD$，则$\angle CA_1E$即为异面直线AD与A_1C所成角，求出$\tan\angle CA_1E=\frac{CE}{A_1E}$，即可得出结果.

【详解】

解：如图，取B_1C_1中点E，连接A_1E，CE，



由于正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$，则$BB_1\perp$底面$A_1B_1C_1$，

而$A_1E\subset$底面$A_1B_1C_1$，所以$BB_1\perp A_1E$，

由正三棱柱的性质可知，$\triangle A_1B_1C_1$为等边三角形，

所以$A_1E\perp B_1C_1$，且$A_1E\cap B_1C_1=E$，

所以$A_1E\perp$平面BB_1C_1C，

而$EC\subset$平面BB_1C_1C，则$A_1E\perp EC$，

则$A_1E // AD$，$\angle A_1EC=90^\circ$，

$\therefore\angle CA_1E$即为异面直线AD与A_1C所成角，

设 $AB=2$，则 $AA_1=2\sqrt{2}$， $A_1E=\sqrt{3}$， $CE=3$，

则 $\tan\angle CA_1E=\dfrac{CE}{A_1E}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$，

$\therefore\angle CA_1E=\dfrac{\pi}{3}$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查通过几何法求异面直线的夹角，考查计算能力.

2、**D**

【解析】

由题得 $\dfrac{|2\times5-12k+6|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=4$，解方程即得 **k** 的值.

【详解】

由题得 $\dfrac{|2\times5-12k+6|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=4$，解方程即得 **k=-3** 或 $\dfrac{17}{3}$.

故答案为：**D**

【点睛】

(1)本题主要考查点到直线的距离公式，意在考查学生对该知识的掌握水平和计算推理能力.**(2)** 点 $P(x_0,y_0)$ 到直线 $l:Ax+By+C=0$ 的距离 $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

3、**C**

【解析】

由题可得 $(0.005\times2+a+0.020\times2+0.040)\times10=1$，解得 $a=0.010$，

则 $(0.005+0.010+0.020)\times10=0.35$， $0.35+0.040\times10=0.75>0.5$，

所以这部分男生的身高的中位数的估计值为 $170+\dfrac{0.5-0.35}{10\times0.040}\times10=173.75(\mathrm{cm})$，故选 **C**.

4、**D**

【解析】

因为 $(1+x)^n$ 的展开式中第 **4** 项与第 **8** 项的二项式系数相等，所以 $C_n^3=C_n^7$，解得 $n=10$，

所以二项式 $(1+x)^{10}$ 中奇数项的二项式系数和为 $\dfrac{1}{2}\times2^{10}=2^9$.

考点：二项式系数，二项式系数和.

5、**B**

【解析】

根据三角函数定义得到 $\tan\alpha=\dfrac{4}{3}$，故 $\tan 2\alpha=-\dfrac{24}{7}$，再利用和差公式得到答案.

【详解】

$\because$角 α 的终边过点 $P(-3,-4)$，$\therefore\tan\alpha=\dfrac{4}{3}$， $\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=-\dfrac{24}{7}$.

$$\therefore\tan\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan 2\alpha+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan 2\alpha\cdot\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{-\frac{24}{7}+1}{1+\frac{24}{7}\times 1}=-\frac{17}{31}.$$

故选：B.

【点睛】

本题考查了三角函数定义，和差公式，意在考查学生的计算能力.

6、**C**

【解析】

建立空间直角坐标系，利用向量的方法对四个命题逐一分析，由此得出正确命题的个数.

【详解】

设正方体边长为 2，建立空间直角坐标系如下图所示，$A\left(2,0,0\right),C_1\left(0,2,2\right),G\left(2,1,2\right)$，

$C\left(0,2,0\right),E\left(1,0,2\right),D\left(0,0,0\right),B_1\left(2,2,2\right),F\left(0,0,1\right),B\left(2,2,0\right)$.

①，$\overrightarrow{AC_1}=\left(-2,2,2\right),\overrightarrow{EG}=\left(1,1,0\right),\overrightarrow{AC_1}\cdot\overrightarrow{EG}=-2+2+0=0$，所以 $AC_1\perp EG$，故①正确.

②，$\overrightarrow{GC}=\left(-2,1,-2\right),\overrightarrow{ED}=\left(-1,0,-2\right)$，不存在实数 λ 使 $\overrightarrow{GC}=\lambda\overrightarrow{ED}$，故 $GC//ED$ 不成立，故②错误.

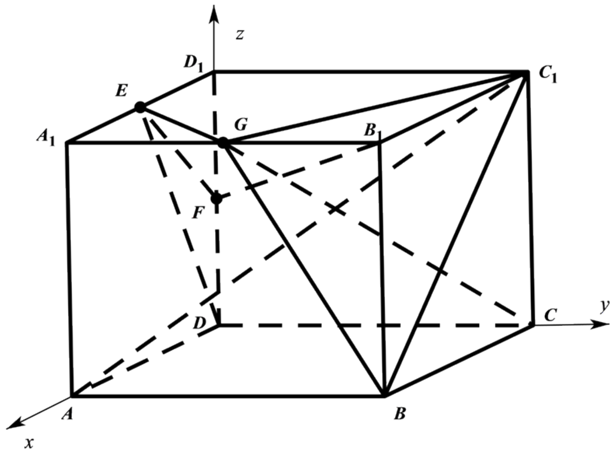
③，$\overrightarrow{B_1F}=\left(-2,-2,-1\right),\overrightarrow{BG}=\left(0,-1,2\right),\overrightarrow{BC_1}=\left(-2,0,2\right)$，$\overrightarrow{B_1F}\cdot\overrightarrow{BG}=0,\overrightarrow{B_1F}\cdot\overrightarrow{BC_1}=2\neq 0$，故 $B_1F\perp$ 平面 BGC_1 不成立，故③错误.

④，$\overrightarrow{EF}=\left(-1,0,-1\right),\overrightarrow{BB_1}=\left(0,0,2\right)$，设 EF 和 BB_1 成角为 θ，则 $\cos\theta=\left|\dfrac{\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{BB_1}}{\left|\overrightarrow{EF}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BB_1}\right|}\right|=\left|\dfrac{-2}{\sqrt{2}\times 2}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，由于

$\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，所以 $\theta=\dfrac{\pi}{4}$，故④正确.

综上所述，正确的命题有 2 个.

故选：**C**



【点睛】

本小题主要考查空间线线、线面位置关系的向量判断方法，考查运算求解能力，属于中档题.

7、A

【解析】

令$f\left(m\right)=g\left(n\right)=t$，进而求得$n-m=2e^{t-1}-2\ln t-2$，再转化为函数的最值问题即可求解.

【详解】

$\because f\left(m\right)=g\left(n\right)=t \therefore e^{\frac{m}{2}-1}=\ln\dfrac{n}{2}+1=t$（$t>0$），$\therefore n-m=2e^{t-1}-2\ln t-2$，

令：$h\left(t\right)=2e^{t-1}-2\ln t-2$，$h'\left(t\right)=2e^{t-1}-\dfrac{2}{t}$，$h'\left(t\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上增，

且$h'\left(1\right)=0$，所以$h\left(t\right)$在$\left(0,1\right)$上减，在$\left(1,+\infty\right)$上增，

所以$h\left(t\right)_{\min}=h\left(1\right)=2-2=0$，所以$n-m$的最小值为**0**.故选：**A**

【点睛】

本题主要考查了导数在研究函数最值中的应用，考查了转化的数学思想，恰当的用一个未知数来表示n和m是本题的关键，属于中档题.

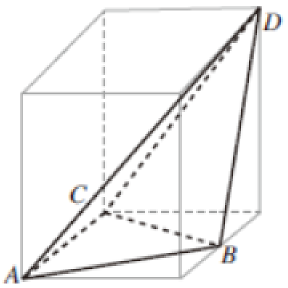
8、C

【解析】

利用正方体将三视图还原，观察可得最长棱为*AD*，算出长度.

【详解】

几何体的直观图如图所示，易得最长的棱长为$AD=2\sqrt{3}$



故选：C.

【点睛】

本题考查了三视图还原几何体的问题，其中利用正方体作衬托是关键，属于基础题.

9、B

【解析】

展开式中含 x^4 的项是由 $(x+2)^5$ 的展开式中含 x^4 和 x^2 的项分别与前面的常数项 -2 和 x^2 项相乘得到，由二项式的通项，可得解

【详解】

由题意，展开式中含 x^4 的项是由 $(x+2)^5$ 的展开式中含 x^4 和 x^2 的项分别与前面的常数项 -2 和 x^2 项相乘得到，

所以 $\left(x^2-2\right)(x+2)^5$ 的展开式中含 x^4 的项的系数为 $-2C_5^1\times 2+C_5^3\times 2^3=60$.

故选：B

【点睛】

本题考查了二项式系数的求解，考查了学生综合分析，数学运算的能力，属于基础题.

10、C

【解析】

根据线面平行与垂直的判定与性质逐个分析即可.

【详解】

因为 $A_1P=A_1Q=m$,所以 $PQ//B_1D_1$,因为 ***E***、***F*** 分别是 ***AB***、***AD*** 的中点,所以 $EF//BD$,所以 $PQ//EF$,因为面 $MEF\cap$ 面 $MPQ=l$,所以 $PQ//EF//l$.选项 A、D 显然成立;

因为 $BD//EF//l$, $BD\perp$ 平面 ACC_1A_1 ,所以 $l\perp$ 平面 ACC_1A_1 ,因为 $MC\subset$ 平面 ACC_1A_1 ,所以 $l\perp MC$,所以 B 项成立;

易知 $AC_1\perp$ 平面 ***MEF***, $A_1C\perp$ 平面 ***MPQ***,而直线 AC_1 与 A_1C 不垂直,所以 C 项不成立.

故选：C

【点睛】