河南省实验中学2023-2024学年高三上学期期中数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知集合$A=\{x\in R|x^{2}-2x-3\le 0\}$，$B=\{x\mid \log_{2}x<1\}$，则$A\cap(\complement_{R}B)=$（   ）

A．$[-1,2)$　　B．$[2,3]$　　C．$[-1,0]\cup[2,3]$　　D．$[-1,3]$

2．已知单位向量$\vec{a}$与单位向量$\vec{b}$的夹角为120°，则$|\vec{a}-2\vec{b}|=$（   ）

A．2　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\sqrt{6}$　　D．$\sqrt{7}$

3．$(3x-y)(2x+y)^{5}$的展开式中，$x^{3}y^{3}$的系数为（   ）

A．200　　B．40　　C．120　　D．80

4．已知一个圆锥的侧面展开图是一个圆心角为120°的扇形，若该圆锥底面圆的半径为1，则该圆锥的体积为（   ）

A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$　　C．$\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$　　D．π

5．已知双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}-\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_{1}$，$F_{2}$，$A$是双曲线$C$的左顶点，以$F_{1}F_{2}$为直径的圆与双曲线$C$的一条渐近线交于$P$，$Q$两点，且$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}=-4a^{2}$，则双曲线$C$的离心率为（   ）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．2

6．若$f(x)=2\sin x\left(\sqrt{3}\cos x-\sin x\right)$，且$f(x_{1})f(x_{2})=-3$，则$|x_{1}-x_{2}|$的最小值为（   ）

A．π　　B．$\frac{\pi}{2}$　　C．2π　　D．$\frac{\pi}{4}$

7．函数$f(x)=\frac{1+\sqrt{3-x^{2}}}{x+2}$的值域为（   ）

A．$\left[2-\sqrt{6},2+\sqrt{3}\right]$　　B．$\left[-\sqrt{3},\sqrt{6}\right]$　　C．$\left[2-\sqrt{3},2+\sqrt{6}\right]$　　D．$\left[-\sqrt{6},\sqrt{3}\right]$

8．若$ae^{ax}-\ln x\ge\frac{\ln x}{x}-a$恒成立，则实数$a$的取值范围为（   ）

A．$\left[\frac{1}{e},+\infty\right)$　　B．$[1,+\infty)$　　C．$\left[\sqrt{e},+\infty\right)$　　D．$[e,+\infty)$

二、多选题

9．设i为虚数单位，下列关于复数的命题正确的有（   ）

A．$|z_{1}z_{2}|=|z_{1}|\cdot|z_{2}|$　　B．若z_{1},z_{2}互为共轭复数，则$|z_{1}|=|z_{2}|$

C．若$|z_{1}|=|z_{2}|$，则$z_{1}^{2}=z_{2}^{2}$　　D．若复数$z=m+1+(m-1)\mathrm{i}$为纯虚数，则$m=-1$

10．已知$a>0$，$b>0$，且$a+b=ab$，则（　）

A．$(a-1)(b-1)=1$

B．ab的最大值为4

C．$a+4b$的最小值为9

D．$\frac{1}{a-1}+\frac{4}{b-1}$的最小值为4

11．已知函数$f(x)=\sin x+\frac{2}{\sin x}$，则（　）

A．$f(x)$为奇函数

B．$f(x)$的值域为$\left(-\infty,-2\sqrt{2}\right]\cup\left[2\sqrt{2},+\infty\right)$

C．$f(x)$的最小正周期为2π

D．$f(x)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{2}$对称

12．已知抛物线C：$y^2=2px(p>0)$与圆O：$x^2+y^2=5$交于A，B两点，且$|AB|=4$，直线l过C的焦点F，且与C交于M，N两点，则下列说法中正确的是（　）

A．若直线l的斜率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，则$|MN|=8$

B．$|MF|+2|NF|$的最小值为$3+2\sqrt{2}$

C．若以MF为直径的圆与y轴的公共点为$\left(0，\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$，则点$M$的横坐标为$\frac{3}{2}$

D．若点$G(2，2)$，则$\triangle GFM$周长的最小值为$4+\sqrt{5}$

三、填空题

13．数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1=2$，$a_{n+1}=3S_n(n\in N_+)$，则$a_4=$_____．

14．若将5名志愿者安排到三个学校进行志愿服务，每人只去一个学校，每个学校至少去一人，则不同的分配方案共有_____种．(用数字作答)

15．在三棱锥$P-ABC$中，$\triangle ABC$是边长为2的等边三角形，$PA\perp$平面ABC，若P，A，B，C四点都在表面积为16π的球的球面上，则三棱锥$P-ABC$的体积为_____．

16．设$f(x)=(x-a)e^x+x+a$，$a\in\mathrm{R}$，则下列说法正确的是_____．

①$f(0)=0$；

②若$f(x)$在定义域内单调，则$a\le 2$；

③若$a=0$，则$f(x)-2x>\ln ex$恒成立；

④若$a>2$，则$f(x)$的所有零点之和为0．

四、解答题

17．在$\triangle ABC$中，$(a-c)\sin(A+B)=(a-b)(\sin A+\sin B)$（其中$a,b,c$分别为$A,B,C$的对边）．

(1)求 B 的大小；

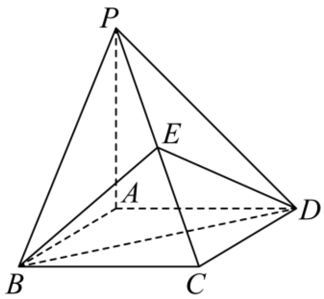
(2)若$b=2$，$S_{\triangle ABC}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，求$\triangle ABC$的周长．

18．对数列$\{a_n\}$，记$S_n=a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots+(-1)^{n-1}a_n$为数列$\{a_n\}$的前 n 项交替和；

(1)若$a_n=n^2$，求$\{a_n\}$的前 n 项交替和S_n；

(2)若数列b_n的前 n 项交替和为$T_n=n^2+1$，求$\left\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$的前 n 项和．

19．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，四边形$ABCD$是菱形，$\angle DAB=120°$，$PA=AD=2$，$PC=PD=2\sqrt{2}$，点E是棱PC的中点．



(1)证明：$PC\perp BD$；

(2)求平面PAB与平面BDE所成角的余弦值．

20．某社区为鼓励社区居民积极参与体育运动，组织社区居民参加有奖投篮比赛，已知某居民甲每次在罚球点投进的概率均为$p(0<p<1)$．

(1)甲在罚球点连续投篮 6 次(假设每次投篮相互独立)，设恰好投进 4 次的概率为$f(p)$，若$p=p_0$时，$f(p)$取得最大值，求p_0；

(2)现有两种投篮比赛规则，规则一：在罚球点连续投篮 6 次，每次投篮相互独立，每次在罚球点投进的概率均为（1）中p_0的值，每投进一次，奖励 10 元代金券；规则二：连续投篮 2 次，第一次在罚球点投篮，每次在罚球点投进的概率均为（1）中p_0的值，若前次投进，则下一次投篮位置不变，投进概率也不变，若前次未投进，则下次投篮要后退 2 米，投进概率变为上次投进概率的一半，每投进一次，奖励 40 元代金券．以获得代金券金额的期望为依据，分析甲应选哪种比赛规则．

21．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{2}$,$A,B$分别是它的左、右顶点，$F$是它的右焦点，过点$F$作直线与$C$交于$P,Q$(异于$A,B$)两点，当$PQ\perp x$轴时，$\Delta APQ$的面积为$\frac{9}{2}$.

（1）求C的标准方程;

（2）设直线AP与直线BQ交于点M，求证:点M在定直线上.

22．已知$f(x)=\mathrm{e}^{x-1}-a(x-1)$；

(1)讨论函数$f(x)$的单调性；

(2)若$f(x)>x\ln x+\ln\frac{\mathrm{e}}{2}$恒成立，求实数 a 的取值范围．

参考答案：

1．C

【分析】化简集合A, B，再由补集与并集运算可得.

【详解】由题意得$A=\{x|-1\leq x\leq 3\}$，$B=\{x|0<x<2\}$,

则$\complement_R B=\{x|x\leq 0\ ，或x\geq 2\}$，

则$A\cap(\complement_R B)=\{x|-1\leq x\leq 0\ ，或2\leq x\leq 3\}$，

故选：C.

2．D

【分析】遇模平方，结合数量积的运算律可得答案.

【详解】由题意，$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$120°$，

则$|\vec{a}-2\vec{b}|^2=\vec{a}^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2=1-4\times1\times1\times\cos\frac{2}{3}\pi+4=7$，

所以$|\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{7}$，

故选：D.

3．B

【分析】根据二项式定理先求通项，再根据项进行分别求系数，最后求和.

【详解】$(3x-y)(2x+y)^5=3x(2x+y)^5-y(2x+y)^5$，

而$(2x+y)^5$展开式的通项为$T_{k+1}=\mathrm{C}_5^k(2x)^{5-k}y^k$，

所以当$k=3$时，x^3y^3的系数为$3\times\mathrm{C}_5^3 2^2=120$，

当$k=2$时，x^3y^3的系数为$-1\times\mathrm{C}_5^2 2^3=-80$，

所以x^3y^3的系数为$120-80=40$，

故选：B

4．C

【分析】根据弧长计算公式，求圆锥的母线长与高，即可求得圆锥的体积.

【详解】设圆锥的母线长为l，即扇形的半径.

扇形的圆心角为$120°$，即$\frac{2}{3}\pi$，

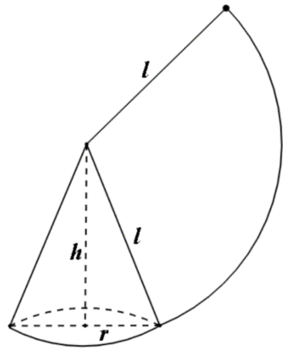
由底面圆的半径为$r=1$，

则底面圆周长$C=2\pi r=2\pi=\frac{2\pi}{3}l$，解得$l=3$，

设圆锥的高为h，则$h=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$，

则圆锥的体积$V=\frac{1}{3}\times\pi r^2\times h=\frac{1}{3}\times\pi\times2\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$.

故选：C.



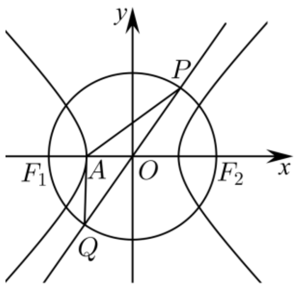
5．C

【分析】方法一：根据已知条件分别表示出点 A、P、Q 的坐标，代入$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}=-4a^2$可得 b 与 a 的关系式，再由$a^2+b^2=c^2$及离心率公式可求得结果.

方法二：运用极化恒等式及向量的加法、减法法则计算可得结果.

【详解】方法一：依题意，易得以F_1F_2为直径的圆的方程为$x^2+y^2=c^2$.

又由双曲线C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，易得双曲线 C 的渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$.



当$y=\frac{b}{a}x$时，如图，设$P(x_0,y_0)$，则$Q(-x_0,-y_0)$.

联立$\begin{cases}y=\frac{b}{a}x\\x^2+y^2=c^2\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=a\\y=b\end{cases}$或$\begin{cases}x=-a\\y=-b\end{cases}$，所以$P(a,b)$，$Q(-a,-b)$.

又因为$A(-a,0)$，所以$AQ\perp x$轴.

所以$\overrightarrow{AP}=(2a,b)$，$\overrightarrow{AQ}=(0,-b)$.所以$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}=-b^2=-4a^2$，所以$b=2a$.

因为$a^2+b^2=c^2$，所以$5a^2=c^2$.

同理，当$y=-\frac{b}{a}x$时，亦可得$5a^2=c^2$.

故双曲线 C 的离心率为$e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$.

故选：C.

方法二（极化恒等式）：易得坐标原点 O 为线段 PQ 的中点，且$|PQ|=2c$，

所以$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{4}\left[(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AQ})^2-(\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AQ})^2\right]=\frac{1}{4}\left(|2\overrightarrow{AO}|^2-|\overrightarrow{QP}|^2\right)=a^2-c^2=-4a^2$，所以$5a^2=c^2$，所以$e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$.

故选：C.

6．B

【分析】化简$f(x)$解析式，得函数最大最小值与周期，利用$f(x_1)f(x_2)=-3$条件转化为与最值的关系，再由最值与周期的关系可得.

【详解】$\because f(x)=2\sin x\left(\sqrt{3}\cos x-\sin x\right)$

$=\sqrt{3}\sin 2x-2\sin^2 x=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x-1$

$=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-1$，$f(x)$的周期为$T=\pi$，且

令$t=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，则$t\in[-1,1]$，

则$f(x)=g(t)=2t-1$，由$g(t)$的值域为$[-3,1]$，

故$f(x)_{\max}=1, f(x)_{\min}=-3$，

则$\begin{cases}-3\le f(x_1)\le 1\\-3\le f(x_2)\le 1\end{cases}$，故$-3\le f(x_1)f(x_2)\le 9$，

由$f(x_1)f(x_2)=-3$知，$\begin{cases}f(x_1)=1\\f(x_2)=-3\end{cases}$，或$\begin{cases}f(x_2)=1\\f(x_1)=-3\end{cases}$.

即$f(x_1),f(x_2)$为函数的最大与最小值，或最小与最大值，

当x_1,x_2对应$f(x)$图象上相邻两最值点时，$|x_1-x_2|$的值最小，

故$|x_1-x_2|_{\min}=\frac{T}{2}=\frac{\pi}{2}$.

故选：B.

7．C

【分析】利用换元法以及直线斜率的几何意义、直线与圆的位置关系进行求解.

【详解】依题意$3-x^2\ge 0$且$x\ne -2$，所以函数$f(x)$的定义域为$\left[-\sqrt{3},\sqrt{3}\right]$.

设$x=\sqrt{3}\cos\theta$，$\theta\in[0,\pi]$，则$y=\frac{1+\sqrt{3}\sin\theta}{\sqrt{3}\cos\theta+2}$，$\theta\in[0,\pi]$，其几何含义表示点$P\left(\sqrt{3}\cos\theta,\sqrt{3}\sin\theta\right)$与$A(-2,-1)$的斜率，$P$为圆弧$x^2+y^2=3\ (y\ge 0)$上一动点，

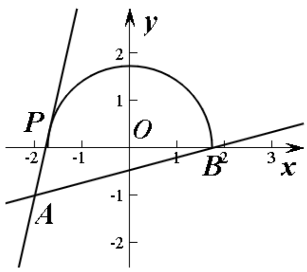
如图，当P为圆弧为右端点$B\left(\sqrt{3},0\right)$时，斜率最小，最小值为$k_{AB}=\frac{1}{\sqrt{3}+2}=2-\sqrt{3}$，

当AP与圆弧相切时，直线AP的斜率存在且最大，设$AP: y+1=k(x+2)$，即$kx-y+2k-1=0$，

则圆心到直线AP的距离$d=\frac{|2k-1|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{3}$，即$k^2-4k-2=0$，如图，显然$k>0$，所以$k=2+\sqrt{6}$.

所以函数$f(x)$的值域为$\left[2-\sqrt{3},2+\sqrt{6}\right]$.

故选：C.



8．A

【分析】将$a\mathrm{e}^{ax}-\ln x\geq\frac{\ln x}{x}-a$变形为$\ln\mathrm{e}^{ax}(\mathrm{e}^{ax}+1)\geq(x+1)\ln x$，通过构造函数$g(x)=(x+1)\ln x(x>0)$，对$g(x)$求导，利用导数与函数的单调性间的关系，得到$g(x)=(x+1)\ln x(x>0)$在区间$(0,+\infty)$单调递增，从而得到$\mathrm{e}^{ax}\geq x$，进而将$a\mathrm{e}^{ax}-\ln x\geq\frac{\ln x}{x}-a$恒成立转化成$\mathrm{e}^{ax}\geq x$恒成立，也即$a\geq\frac{\ln x}{x}$恒立，构造函数$G(x)=\frac{\ln x}{x}$，再对$G(x)$进行求导，求出$G(x)$的单调区间，即可求出结果.

【详解】易知，$x>0$，由$a\mathrm{e}^{ax}-\ln x\geq\frac{\ln x}{x}-a$，

得到$ax\mathrm{e}^{ax}-x\ln x-\ln x+ax\geq0$，可变形为$\ln\mathrm{e}^{ax}(\mathrm{e}^{ax}+1)-(x+1)\ln x\geq0$，

即$\ln\mathrm{e}^{ax}(\mathrm{e}^{ax}+1)\geq(x+1)\ln x$，

所以$a\mathrm{e}^{ax}-\ln x\geq\frac{\ln x}{x}-a$恒成立，即$\ln\mathrm{e}^{ax}(\mathrm{e}^{ax}+1)\geq(x+1)\ln x$恒成立，

令$g(x)=(x+1)\ln x(x>0)$，则$g'(x)=\ln x+\frac{x+1}{x}$，

令$h(x)=\ln x+\frac{x+1}{x}$，则$h'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}=\frac{x-1}{x^2}$，

当$x\in(0,1)$时，$h'(x)<0$，$x\in(1,+\infty)$时，$h'(x)>0$，

即$h(x)$在区间$(0,1)$上单调递减，在区间$(1,+\infty)$上单调递增，

所以$h(x)\geq h(1)=2>0$，即$g'(x)>0$在区间$(0,+\infty)$上恒成立，

所以$g(x)=(x+1)\ln x(x>0)$在区间$(0,+\infty)$上单调递增，

又$\ln\mathrm{e}^{ax}(\mathrm{e}^{ax}+1)\geq(x+1)\ln x$，所以$\mathrm{e}^{ax}\geq x$恒成立，也即$ax\geq\ln x$恒成立，

又$x>0$，所以$a \geq \frac{\ln x}{x}$恒立，

令$G(x)=\frac{\ln x}{x}$，则$G'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，

当$x \in (0,\mathrm{e})$时，$G'(x)>0$，当$x \in (\mathrm{e},+\infty)$时，$G'(x)<0$，

即$G(x)$在区间$(0,\mathrm{e})$上单调递增，在区间$(\mathrm{e},+\infty)$上单调递减，

故$G(x) \leq G(\mathrm{e})=\frac{1}{\mathrm{e}}$，所以$a \geq \frac{1}{\mathrm{e}}$，

故选：A.

【点睛】关键点睛：将$a\mathrm{e}^{ax}-\ln x \geq \frac{\ln x}{x}-a$变形为$\ln \mathrm{e}^{ax}(\mathrm{e}^{ax}+1) \geq (x+1)\ln x$，通过构造函数$g(x)=(x+1)\ln x(x>0)$，利用导数与函数的单调性间的关系，得到$a \geq \frac{\ln x}{x}$恒立，再转化成求函数$G(x)=\frac{\ln x}{x}$的最值即可解决问题.

9．ABD

【分析】根据复数的乘法运算，复数的模值运算，纯虚数的定义即可判断.

【详解】解：由题意得：

对于选项 A：令$z_1=a+b\mathrm{i},z_2=c+d\mathrm{i}$

则$|z_1 \cdot z_2|=|(a+b\mathrm{i})(c+d\mathrm{i})|=|ac-bd+(ad+bc)\mathrm{i}|$

$=(ac-bd)^2+(ad+bc)^2$

$=\sqrt{a^2c^2+b^2d^2+a^2d^2+b^2c^2}$

$|z_1| \cdot |z_2|=\sqrt{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}=\sqrt{a^2c^2+b^2d^2+a^2d^2+b^2c^2}$

所以$|z_1z_2|=|z_1| \cdot |z_2|$，故 A 正确；

对于选项 B：令$z_1=a+b\mathrm{i},z_2=a-b\mathrm{i}$，$|z_1|=\sqrt{a^2+b^2},|z_2|=\sqrt{a^2+b^2}$，所以$|z_1|=|z_2|$，故 B 正确；

对于选项 C：令$z_1=a+b\mathrm{i},z_2=a-b\mathrm{i}$，$|z_1|=|z_2|=\sqrt{a^2+b^2}$，根据复数的乘法运算可知：$z_1^2=(a+b\mathrm{i})^2=a^2-b^2+2ab\mathrm{i}, z_2^2=(a-b\mathrm{i})^2=a^2-b^2-2ab\mathrm{i}$ ，$z_1^2 \neq z_2^2$，所以 C 错误；

对于选项 D：若复数$z=m+1+(m-1)\mathrm{i}$为纯虚数，则$m+1=0$，即$m=-1$，故 D 正确.

故选：ABD

10．ACD

【分析】A 选项，直接计算即可；B 选项，由$a+b \geq 2\sqrt{ab}$得到$ab \geq 2\sqrt{ab}$，求出$ab \geq 4$；C 选项，利用基本不等式“1”的妙用求出最值；D 选项，计算出$\frac{1}{a-1}+\frac{4}{b-1}=4a+b-5$，利

用基本不等式“1”的妙用求出$4a+b=(4a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\geq 9$，从而得到 D 正确.

【详解】A 选项，$(a-1)(b-1)=ab-a-b+1=1$，A 正确；

B 选项，$a>0$，$b>0$，故$a+b\geq 2\sqrt{ab}$，所以$ab\geq 2\sqrt{ab}$，解得$ab\geq 4$，

当且仅当$a=b$时，等号成立，故ab的最小值为 4，B 错误；

C 选项，因为$a>0$，$b>0$，且$a+b=ab$，所以$\frac{a+b}{ab}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$，

故$a+4b=(a+4b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=1+4+\frac{4b}{a}+\frac{a}{b}\geq 5+2\sqrt{\frac{4b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=9$，

当且仅当$\frac{4b}{a}=\frac{a}{b}$，即$a=3,b=\frac{3}{2}$时，等号成立，

故$a+4b$的最小值为 9，C 正确；

D 选项，因为$a>0$，$b>0$，且$a+b=ab$，

所以$\frac{1}{a-1}+\frac{4}{b-1}=\frac{b-1+4a-4}{ab-(a+b)+1}=4a+b-5$，

其中$4a+b=(4a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=4+1+\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}\geq 5+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{4a}{b}}=9$，

故$\frac{1}{a-1}+\frac{4}{b-1}=4a+b-5\geq 9-5=4$，

当且仅当$\frac{b}{a}=\frac{4a}{b}$，即$a=\frac{3}{2},b=3$时，等号成立，D 正确.

故选：ACD

11．ACD

【分析】A.结合正弦函数的奇偶性，利用函数奇偶性的定义判断；B. 令$t=\sin x\in[-1,0)\cup(0,1]$，转化为对勾函数求解判断；C. 结合诱导公式，利用周期函数的定义判断；D.结合诱导公式，利用函数的对称性判断.

【详解】解：因为$f(x)$的定义域为$\{x|x\in \mathrm{R},x\neq k\pi,k\in \mathrm{Z}\}$，关于原点对称，又$f(-x)=\sin(-x)+\frac{2}{\sin(-x)}=-\left(\sin x+\frac{2}{\sin x}\right)=-f(x)$，故$f(x)$是奇函数，故 A 正确；

令$t=\sin x\in[-1,0)\cup(0,1]$，由对勾函数的性质得$g(t)=t+\frac{2}{t}\in(-\infty,-3]\cup[3,+\infty)$，故 B 错误；

因为$f(x+2\pi)=\sin(x+2\pi)+\frac{2}{\sin(x+2\pi)}=\sin x+\frac{2}{\sin x}=f(x)$，所以$f(x)$的最小正周期为$2\pi$，故 C 正确；

因为$f(\pi-x)=\sin(\pi-x)+\frac{2}{\sin(\pi-x)}=\sin x+\frac{2}{\sin x}=f(x)$，所以$f(x)$的图象关于点直线$x=\frac{\pi}{2}$对称，故 D 正确；

故选：ACD

12．BC

【分析】首先求出抛物线的解析式，设出 MN 坐标联立进行求解当$m=\sqrt{3}$时，$|MN|=16$，进而判断选项 A；再根据韦达定理和不等式求最小值后进行判断选项 B；画出大致图像过点 M 作准线的垂线，垂足为M'，交 y 轴于M_1，结合抛物线定义判断选项 C；过 G 作 GH 垂直于准线，垂足为 H，结合$\triangle GFM$的周长为$|MG|+|MF|+|GF|=|MG|+|MM'|+\sqrt{5}\geq|GH|+\sqrt{5}=3+\sqrt{5}$进而进行判断选项 D 即可．

【详解】解：由题意得点$(1，2)$在抛物线 C：$y^2=2px$上，

所以$2^2=2p$，解得$p=2$，所以 C：$y^2=4x$，则$F(1，0)$，

设直线l：$x=my+1$，与$y^2=4x$联立得$y^2-4my-4=0$，

设$M(x_1，y_1)$，$N(x_2，y_2)$，所以$y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-4$，

所以$|MN|=\sqrt{1+m^2}|y_1-y_2|=\sqrt{1+m^2}\cdot\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=4(1+m^2)$，

当$m=\sqrt{3}$时，$|MN|=16$，故 A 项错误；

$\frac{1}{|MF|}+\frac{1}{|NF|}=\frac{1}{x_1+1}+\frac{1}{x_2+1}=\frac{x_1+x_2+2}{x_1x_2+x_1+x_2+1}=\frac{m(y_1+y_2)+4}{\frac{(y_1y_2)^2}{16}+m(y_1+y_2)+3}=\frac{4m^2+4}{4m^2+4}=1$，则$|MF|+2|NF|=$

$(|MF|+2|NF|)\cdot\left(\frac{1}{|MF|}+\frac{1}{|NF|}\right)=3+\frac{2|NF|}{|MF|}+\frac{|MF|}{|NF|}\geq3+2\sqrt{2}$，

当且仅当$|MF|=1+\sqrt{2}$，$|NF|=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$时等号成立，

故 B 项正确；

如图，过点 M 作准线的垂线，垂足为M'，交 y 轴于M_1，

取 MF 的中点为 D，过点 D 作 y 轴的垂线，

垂足为D_1，则$MM_1//OF$，DD_1是梯形$OFMM_1$的中位线，